

文章编号: 1001-0920(2011)01-0101-05

轧机厚控系统时滞相关鲁棒容错 H_∞ 控制器设计

陈 明¹, 张士勇¹, 童朝南²

(1. 辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114044; 2. 北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 研究了轧机厚控系统时滞相关鲁棒容错控制问题. 轧机厚控系统实际是一个线性不确定时滞系统, 考虑其可能发生的执行器增益故障, 利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法和线性矩阵不等式, 给出了厚控系统时滞相关鲁棒容错控制器存在的充分条件, 并给出了控制器的设计方法. 所获得的控制器不仅能使故障系统鲁棒稳定, 并且能达到给定的 H_∞ 性能指标. 最后通过仿真实例验证了设计方法的有效性.

关键词: 轧机厚控系统; 时滞; 容错控制; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Design of delay-dependent robust fault-tolerant H_∞ controller for thickness control system of strip mill

CHEN Ming¹, ZHANG Shi-yong¹, TONG Chao-nan²

(1. Electronic and Information Engineering Institute, Liaoning University of Science and Technology, Anshan 114044, China; 2. School of Information and Engineering, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China. Correspondent: CHEN Ming, E-mail: cm8061@sina.com)

Abstract: The problem of delay-dependent robust fault-tolerant control for the thickness control system of strip mill is studied. The practical thickness control system of strip mill is a linear uncertainty time-delay system. The possible actuator gain faults are considered, and the sufficient conditions for the existence of delay-independent robust fault-tolerant controller are given by using Lyapunov-Krasovskii functional method and linear matrix inequality(LMI). Then the corresponding design methods of the controllers are proposed. The proposed controller not only enables the system to keep robust stabilization, but also achieves the given H_∞ performance. Finally, a simulation experiment shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: the thickness control system of strip mill; time delay; fault-tolerant control; robustness

1 引 言

轧机厚度控制系统是现代板带轧机实现厚度高精度轧制必不可少的关键环节, 用于保证带钢的纵向厚度均匀性. 该系统包括机械、液压和电气等综合信息, 因此, 机械设备中所有可能发生的故障在液压系统中均有可能发生. 根据对某热轧机组近几年来故障的统计分析, 厚度控制故障所占比例较高. 该系统的故障率高且故障原因复杂, 是维护轧机的难点和重点, 也是造成故障停产和产品质量下降的主要原因. 因此, 将容错控制理论应用到轧机厚控系统具有重要的实际意义. 目前关于容错控制理论的研究已取得较多成果, 但是关于理论成果的工程应用问题却较少^[1-2]. 本文针对厚控系统中可能出现的执行器故障, 建立其故障模型, 给出了厚控系统鲁棒容错 H_∞ 控制器存在的充分条件和求解方法. 仿真结果表明, 无论系统发生

故障与否, 所设计的鲁棒容错控制器均能在有限的时间内使系统的状态趋近稳定, 而且系统的动态响应过程较好, 基本达到预期的控制要求, 从而验证了设计方法的有效性.

2 轧机厚控系统数学模型

轧机厚度控制系统辊缝内环由伺服放大器、伺服阀、液压缸和位移传感器等组成. 伺服系统各环节的数学模型如下^[3]:

1) 伺服放大器. 将输入电压转换为电流, 然后对伺服阀进行控制, 可不计时间常数, 近似为比例放大环节, 其增量形式的传递函数表示为

$$G_\alpha(s) = \Delta I / \Delta U = K_\alpha. \quad (1)$$

其中: I 为伺服放大器用于控制伺服阀动作的输出电流, U 为伺服阀放大器的输入电压, K_α 为伺服阀比例

收稿日期: 2009-10-20; 修回日期: 2009-12-17.

作者简介: 陈明(1977-), 女, 讲师, 博士, 从事控制系统鲁棒控制、容错控制等研究; 张士勇(1977-), 男, 硕士生, 从事控制系统的鲁棒容错控制等研究.

放大系数.

2) 伺服阀模型. 阀控液压控制系统实际上是一个高度非线性系统, 采用线性化分析方法建立伺服阀流量增益模型是工程上行之有效的办法. 在液压压下系统中, 由于对系统的快速性要求较高, 当电液伺服阀的液压固有频率高于 50 Hz 时, 其传递函数可近似用二阶振荡环节^[4]表示为

$$G_v(s) = \frac{\Delta Q_v(s)}{\Delta I(s)} = \frac{K_v}{\frac{s^2}{\omega_v^2} + \frac{2\zeta_v s}{\omega_v} + 1}. \quad (2)$$

其中: Q_v 为伺服阀空载流量, I 为输入电流, K_v 为伺服阀流量增益, ω_v 为伺服阀的等效固有频率, ζ_v 为伺服阀等效阻尼比.

3) 液压缸模型. 液压压下系统的执行元件为液压缸, 而具有弹性负载的阀控液压缸传递函数为

$$G_p(s) = \frac{X_p(s)}{Q_v(s)} = \frac{K_h}{s \left(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta_h s}{\omega_h} + 1 \right)}. \quad (3)$$

其中: K_h 为液压缸增益, ζ_h 为综合阻尼比, ω_h 为液压固有频率.

4) 位移传感器. 可简化为比例放大环节, 用 K_f 表示.

针对上面介绍的轧机厚度控制系统中的所有控制对象, 为了处理问题方便, 忽略了一些次要因素. 而实际上, 轧机厚度控制系统是一个受外界干扰的线性不确定时滞系统. 本文根据文献[5-7]的设计方法, 通过适当整定辊缝内闭环控制器参数, 将辊缝内闭环的传递函数(即厚度环被控对象主要部分的传递函数)近似为一个二阶振荡环节, 即

$$G_1(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4)$$

其中 ω_n 和 ζ 随油温等变化有一定的参数不确定性.

在轧机厚控系统中, 通过测厚仪测出板带出口厚度 $h(s)$. 但通常测厚仪不能安装在轧机机架的中心线上, 需要远离轧机(一般安装在距离轧机中心线 6 m 的地方), 这样使得厚控系统的操作存在测厚仪检测滞后时间, 记为 d , 且 d 随着轧制速度的不同而发生变化. 从轧机工作辊辊缝 $G_f(s)$ 到板带出口厚度 $h(s)$ 为厚度控制系统外环的一部分, 整个厚度环被控对象的传递函数可以近似表示为

$$G_2(s) = \frac{h(s)}{G_f(s)} = \frac{K_0}{T_i s + 1} e^{-ds}. \quad (5)$$

其中: T_i 为惯性时间常数; 系数 K_0 随着被轧制带材的种类、硬度、板宽、道次等因素变化.

选取如下变量作为系统的状态变量:

$$x = [x_1^T \ x_2^T \ x_3^T]^T, \quad x_1 = G_f - G_f^*, \\ x_2 = \dot{x}_1, \quad x_3 = h - h^*,$$

其中 h^* 为厚度给定值. 同时考虑系统中存在参数不确定性及外部扰动, 式(4)和(5)可以写成如下的状态空间表达式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (A_d + \Delta A_d)x(t-d) + \\ &\quad B_1 w(t) + (B_2 + \Delta B_2)u(t), \\ y(t) &= Cx(t), \\ x(t) &= \Phi(t), \quad t \in [-d, 0]. \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_i \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ K_0/T_i & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1];$$

$u(t)$ 为厚度控制环被控对象的控制输入; $y(t)$ 为可测输出; $\Delta A, \Delta A_d, \Delta B_2$ 为适当维数的不确定参数阵; $w(t)$ 为系统的外部扰动.

假设 1 系统(6)的不确定性描述满足

$$\begin{aligned} [\Delta A(t) \ \Delta B_2(t)] &= E\Theta(t)[F_1 \ F_2], \\ \Delta A_d(t) &= E\Theta_d(t)F. \end{aligned}$$

引理 1^[8] 设 A, E 和 F 是具有合适维数的实矩阵且 $\Sigma^T(t)\Sigma(t) \leq I$, 对于满足 $\varepsilon I - FPF^T > 0$ 的任意矩阵 $P > 0$ 和正数 $\varepsilon > 0$, 有

$$\begin{aligned} (A + E\Sigma(t)F)P(A + E\Sigma(t)F)^T &\leq \\ APA^T + APF^T(\varepsilon I - FPF)^{-1}FPA^T + \varepsilon EE^T. \end{aligned}$$

考虑执行器增益故障, 引入矩阵 $M = M_0(I + L)$, 其中各参数及其含义与文献[9-10]相同.

本文的控制目标是: 为系统(6)设计时滞相关鲁棒容错 H_∞ 控制器, 使得对于容许的执行器故障、不确定性和外部扰动、给定常数 $\bar{d} > 0$ 以及任意的定常时滞 $0 \leq d \leq \bar{d}$, 相应的闭环系统是鲁棒稳定的且满足 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$.

3 时滞相关鲁棒容错控制器设计

令 $\omega(t) = 0$, 将 $u^F(t) = MKx(t)$ 代入式(6), 得到闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [\tilde{A} + E\Theta(t)\tilde{F}]x(t) + [A_d + E_d\Theta_d F_d]x(t-d), \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-d, 0]. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $\tilde{A} = A + B_2MK$, $\tilde{F} = F_1 + F_2MK$.

对于系统(7), 为了得到时滞相关鲁棒容错控制器, 需要对系统作如下的模型变换. 由 Leibniz-Newton 公式可以有

$$\begin{aligned}
 x(t-d) &= x(t) - \int_{-d}^0 \dot{x}(t+\theta) d\theta = \\
 & x(t) - \int_{-d}^0 [\bar{A}(t+\theta)x(t+\theta) + \\
 & \bar{A}_d(T+\theta)x(t-d+\theta)] d\theta. \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中: $\bar{A} = \tilde{A} + E\Theta(t)\tilde{F}$, $\bar{A}_d = A_d + E_d\Theta_d(t)F_d$. 将式(8)代入(7), 得

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= [\bar{A}(t) + \bar{A}_d(t)]x(t) - \bar{A}_d(t) \int_{-d}^0 [\bar{A}(t+ \\
 & \theta)x(t+\theta) + \bar{A}_d(t+\theta)x(t-d+\theta)] d\theta. \quad (9)
 \end{aligned}$$

该变换形成了在一个区间 $[-2d, 0]$ 上的初始条件, 不妨设

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-2d, 0]. \quad (10)$$

定理 1 给定正数 $\bar{d} > 0$, 时滞系统(9)和(10)对于任意定常时滞 $d(0 \leq d \leq \bar{d})$ 鲁棒容错镇定的充分条件是, 存在对称正定矩阵 X, Q_1, Q_2 和矩阵 Y 以及适当的正常数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$, 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}
 \bar{\Omega} & * & * & * & * & * \\
 F_d X & -\alpha_2 I & * & * & * & * \\
 \bar{d} N X & 0 & -J_2 & * & * & * \\
 \hat{F}_d & 0 & 0 & -J_3 & * & * \\
 \bar{\Gamma} & 0 & 0 & 0 & \hat{J}_4 & * \\
 J^{\frac{1}{2}} Y & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_6 I
 \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

其中

$$\bar{\Omega} = \text{sym}(AX + B_2 M_0 Y + A_d X) + A_d(Q_1 + Q_2)A_d^T +$$

$$\hat{E} J_1 \hat{E} + \alpha_3 E_d E_d^T + \alpha_6 B_2^T M_0 J M_0 B_2^T,$$

$$\hat{E} = [E \quad E_d],$$

$$\bar{\Gamma} = F_1 X + F_2 M_0 (Y + \alpha_6 J M_0 B_2^T),$$

$$\hat{F}_d = F_d(Q_1 + Q_2)A_d^T,$$

$$J_1 = \text{diag}(\alpha_1 I, \alpha_2 I), \quad N^T = [A^T \quad A_d^T \quad F_d^T],$$

$$J_2 = \text{diag}(Q_1 - \alpha_4 E E^T, Q_2 - \alpha_5 E_d E_d^T, \alpha_5 I),$$

$$J_3 = \alpha_3 I - F_d(Q_1 + Q_2)F_d^T,$$

$$\hat{J}_4 = -J_4 + \alpha_6 F_2 M_0 J M_0.$$

若上述不等式有解, 则控制律 $K = YX^{-1}$.

证明 构造如下形式的 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(x(t), t) = x^T(t)Px(t) + W(x(t), t),$$

$$W(x(t), t) =$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-d}^0 \int_{t+\theta}^t x^T(s) \bar{A}^T P_1^{-1} \bar{A}(s) x(s) ds d\theta + \\
 & \int_{-d}^0 \int_{t+\theta-d}^t x^T(s) \bar{A}_d^T P_2^{-1} \bar{A}_d(s) x(s) ds d\theta, \quad (12)
 \end{aligned}$$

其中 P, P_1, P_2 为待定的正定对称矩阵.

对 $V(x(t), t)$ 沿系统(9)和(10)求导, 得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(x(t), t) &= \dot{x}^T(t)Px(t) + \dot{x}^T P x(t) + \dot{W}(x(t), t) = \\
 & x^T(t) \{ [\bar{A}(t) + \bar{A}_d(t)]^T + P[\bar{A}(t) + \bar{A}_d(t)] \} x(t) + \\
 & \tilde{\zeta}_1(x(t), t) + \tilde{\zeta}_2(x(t), t) + dx^T(t) \bar{A}^T P_1^{-1} \bar{A} x(t) + \\
 & dx^T(t+d) \bar{A}_d^T P_2^{-1} \bar{A}_d(t+d) x(t) - \\
 & \int_{-d}^0 x^T(t+\theta) \bar{A}^T(t+\theta) P_1^{-1} \bar{A}(t+\theta) x(t+\theta) d\theta + \\
 & \int_{-d}^0 x^T(t+\theta) \bar{A}_d^T(t+\theta) P_2^{-1} \bar{A}_d(t+\theta) x(t-d+\theta) d\theta.
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \tilde{\zeta}_1(x(t), t) &= \\
 & -2 \int_{-d}^0 x^T(t) P \bar{A}_d(t) \bar{A}(t+\theta) x(t+\theta) d\theta,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\zeta}_2(x(t), t) &= \\
 & -2 \int_{-d}^0 x^T(t) P \bar{A}_d(t) \bar{A}_d(t+\theta) x(t-d+\theta) d\theta.
 \end{aligned}$$

对于任意向量 u, v 和正定矩阵 $Q = Q^T > 0$, 总有 $-2u^T v \leq u^T Q u + v^T Q^{-1} v$, 因此, 对于任意矩阵 $P_1 = P_1^T > 0$ 和 $P_2 = P_2^T > 0$, 有

$$\begin{aligned}
 \tilde{\zeta}_1(x(t), t) &\leq \\
 & dx^T(t) P \bar{A}_d(t) P_1 \bar{A}_d(t) P(t) + \\
 & \int_{-d}^0 x^T(t+\theta) \bar{A}^T(t+\theta) P_1^{-1} \bar{A}(t+\theta) x(t+\theta) d\theta,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\zeta}_2(x(t), t) &\leq \\
 & dx^T(t) P \bar{A}_d(t) P_2 \bar{A}_d(t) P(t) + \\
 & \int_{-d}^0 x^T(t+\theta) \bar{A}^T(t+\theta) P_2^{-1} \bar{A}(t+\theta) x(t-d+\theta) d\theta.
 \end{aligned}$$

所以有

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(x(t), t) &\leq x^T(t) \{ \text{sym}[P \bar{A}(t) + P \bar{A}_d(t)] + \\
 & d \bar{A}^T(t) P_1^{-1} \bar{A}(t) + d \bar{A}_d^T(t+d) P_2^{-1} \bar{A}_d(t+d) + \\
 & d P \bar{A}_d(t) (P_1 + P_2) \bar{A}_d(t) P \} x(t).
 \end{aligned}$$

引进矩阵函数

$$\begin{aligned}
 \bar{\Psi}(t) &= \\
 & \text{sym}[P \bar{A}(t) + P \bar{A}_d(t)] + d P \bar{A}_d(t) (P_1 + P_2) \bar{A}_d^T(t) P + \\
 & d \bar{A}^T(t) P_1^{-1} \bar{A}(t) + d \bar{A}_d^T(t+d) P_2^{-1} \bar{A}_d(t+d).
 \end{aligned}$$

根据引理 1, 可以得到

$$\begin{aligned}
 \bar{\Psi}(t) &\leq \text{sym}[P(A + B_2 M K + A_d)] + \\
 & P(\varepsilon_1 E E^T + \varepsilon_2 E_d E_d^T) P + \\
 & \varepsilon_1^{-1} (F_1 + F_2 M K)^T (F_1 + F_2 M K) + \\
 & \varepsilon_2^{-1} F_d^T F_d + d P \{ A_d (P_1 + P_2) A_d^T + \varepsilon_3 E_d E_d^T + \\
 & A_d (P_1 + P_2) F_d^T [\varepsilon_3 I - F_d (P_1 + P_2) F_d^T]^{-1} (P_1 + \\
 & P_2) A_d^T \} P + d [A^T (P_1 - \varepsilon_4 E E^T)^{-1} A + \\
 & \varepsilon_4^{-1} (F_1 + F_2 M K)^T (F_1 + F_2 M K) + \\
 & A_d^T (P_2 - \varepsilon_5 E_d E_d^T)^{-1} A_d + \varepsilon_5^{-1} F_d^T F_d]. \quad (13)
 \end{aligned}$$

若要使 $\dot{V}(x(t), t) < 0$, 则只要式(13)等号左侧的

$\tilde{\Psi}$ 小于零. 令其左右两边同时左乘和右乘 P^{-1} , 设 $P^{-1} = X$, 根据矩阵 schur 补性质, 得到

$$\tilde{\Psi} = \begin{bmatrix} \Omega & * & * & * & * \\ F_d X & \alpha_2 I & * & * & * \\ \bar{d} N X & 0 & -J_2 & * & * \\ F_d(Q_1 + Q_2)A_d^T & 0 & 0 & -J_3 & * \\ F_1 X + F_2 M Y & 0 & 0 & 0 & -J_4 \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

其中

$$\Omega = \text{sym}(A X + B_2 M Y + A_d X) + A_d(Q_1 + Q_2)A_d^T + \hat{E} J_1 \hat{E} + \alpha_3 E_d E_d^T.$$

运用 Schur 补引理可将式 (14) 等价变换成 (11). \square

4 时滞相关鲁棒容错 H_∞ 控制器设计

令 $\omega(t) \neq 0$, 为系统 (6) 设计时滞相关鲁棒容错 H_∞ 控制器.

定理 2 给定正数 $\gamma > 0, \bar{d} > 0$, 时滞系统 (6) 对于任意定常时滞 $d(0 \leq d \leq \bar{d})$ 鲁棒容错镇定且满足 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ 的充分条件是, 存在对称正定矩阵 X, Q_1, Q_2, Q_3 和矩阵 Y 以及适当正常数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$, 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega} & * & * \\ F_d X & \alpha_2 I & * \\ \bar{d} N X & 0 & -J_2 \\ F_d(Q_1 + Q_2)A_d^T & 0 & 0 \\ \bar{I} & 0 & 0 \\ \bar{G}^T & 0 & 0 \\ \bar{H}^T & 0 & 0 \\ J^{\frac{1}{2}} Y & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ -J_3 & * & * & * & * \\ 0 & \bar{A} & * & * & * \\ 0 & 0 & -J_5 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} \end{bmatrix} \rightarrow \leftarrow < 0. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= -J_4 + \alpha_6 F_2 M_0 J M_0 F_2^T, \\ \bar{H} &= (D M_0 Y)^T + \alpha_6 B_2 M_0 J M_0 D^T, \\ \bar{G} &= [\bar{d} A_d \quad \bar{d} E_d \quad B_1 \quad X C^T], \\ J_5 &= \text{diag}(Q_3 - \alpha_7 F_d^T F_d, \alpha_7 I, \tilde{R}, I), \\ \bar{Z} &= -\alpha_6 I + \alpha_6 D M_0 J M_0 D^T. \end{aligned}$$

$\bar{\Omega}, J_1, J_2, J_3, J_4, N$ 等变量的定义同定理 1.

证明 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V(x(t), t) = x^T(t) P x(t) + W_1(x(t), t),$$

$$W_1(x(t), t) =$$

$$\int_{-d}^0 \int_{t+\theta}^t [x^T(s) \bar{A}^T P_1^{-1} \bar{A}(s) x(s) +$$

$$\omega^T(s) B_1^T P_3 B_1 \omega(s)] ds d\theta +$$

$$\int_{-d}^0 \int_{t+\theta-d}^t x^T(s) \bar{A}_d^T P_2^{-1} \bar{A}_d(s) x(s) ds d\theta,$$

其中 P, P_1, P_2, P_3 为待定的正定对称矩阵.

由 Leibniz-Newton 公式有

$$x(t-d) = x(t) - \int_{-d}^0 \dot{x}(t+\theta) d\theta =$$

$$x(t) - \int_{-d}^0 [\bar{A}(t+\theta)x(t+\theta) + \bar{A}_d(t+\theta)x(t-d+\theta) + B_1 \omega(t+\theta)] d\theta.$$

所以有

$$\dot{x}(t) =$$

$$[\bar{A}(t) + \bar{A}_d(t)]x(t) - \bar{A}_d(t) \int_{-d}^0 [\bar{A}(t+\theta)x(t+\theta) +$$

$$\bar{A}_d(t+\theta)x(t-d+\theta) + B_1 \omega(d+\theta)] d\theta.$$

使用与定理 1 相同的证明方法, 对 $V(x(t), t)$ 求导, 得

$$\dot{V}(x(t), t) \leq x^T(t) \bar{\Phi} x(t) + 2x^T(t) P B \omega(t) + d\omega^T(t) B_1^T P_3 B_1 \omega(t),$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} &= \text{sym}[P(A + B_2 M K + A_d)] + P(\varepsilon_1 E E^T + \varepsilon_2 E_d E_d^T) P + \varepsilon_1^{-1} (F_1 + F_2 M K)^T (F_1 + F_2 M K) + \varepsilon_2^{-1} F_d^T F_d + dP\{A_d(P_1 + P_2)A_d^T + \varepsilon_3 E_d E_d^T + A_d(P_1 + P_2)F_d^T[\varepsilon_3 I - F_d(P_1 + P_2)F_d^T]^{-1} F_d(P_1 + P_2)A_d^T\} P + d[A^T(P_1 - \varepsilon_4 E E^T)^{-1} A + \varepsilon_4^{-1} (F_1 + F_2 M K)^T (F_1 + F_2 M K) + A_d^T (P_2 - \varepsilon_5 E_d E_d^T)^{-1} A_d + \varepsilon_5^{-1} F_d^T F_d] + dP[A_d(P_3 - \varepsilon_6 F_d^T F_d^{-1} A_d^T + \varepsilon_6^{-1} E_d E_d^T)] P. \end{aligned}$$

根据 Schur 补引理, 对于任意非零 $\omega(t) \in L_2[0, \infty]$ 及 $d \in [0, \bar{d}]$, 有

$$\dot{V}(x(t), t) + z^T(t) z(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) \leq$$

$$x^T(t) [\bar{\Phi} + (C + D M K)^T (C +$$

$$D M K)] x(t) + 2x^T(t) P B_1 \omega(t) +$$

$$d\omega^T(t) B_1^T P_3 B_1 \omega(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) =$$

$$[x^T(t) \quad \omega^T(t)] \bar{R} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}.$$

其中

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \bar{\Phi} + (C + D M K)^T (C + D M K) & P B_1 \\ B_1^T P & -\tilde{R} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{R} = \gamma^2 I - \bar{d} B_1^T P_3 B_1.$$

只要 \$\bar{R} < 0\$, 令其左右两边同时左乘和右乘 \$\text{diag}(P^{-1}, I)\$, 设 \$P^{-1} = X\$, 得到

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega} & * & * & * & * & * & * \\ F_d X & \alpha_2 I & * & * & * & * & * \\ \bar{d} N X & 0 & -J_2 & * & * & * & * \\ F_d(Q_1+Q_2)A_d^T & 0 & 0 & -J_3 & * & * & * \\ F_1 X + F_2 M Y & 0 & 0 & 0 & -J_4 & 0 & \\ \bar{G}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -J_5 & * \\ D M Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0,$$

下面的证明过程与定理1相同, 此略. \$\square\$

定理1和定理2分别给出了不确定时滞系统时滞相关容错控制和时滞相关容错 \$H_\infty\$ 控制的准则, 它们都是由LMI给出的, 因此可以求性能指标 \$\gamma\$ 的最小值(当 \$\bar{d}\$ 给定), 而无需对任何参数进行调整.

定理3 对于时滞系统(6), 给定正数 \$\bar{d} > 0\$, \$\gamma\$ 的最小值可以通过如下关于正定对称矩阵 \$X, Q_1, Q_2, Q_3\$ 和矩阵 \$Y\$ 以及适当的正常数 \$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7\$ 的二次优化问题得到:

$$\begin{aligned} & \min \gamma^2; \\ & \text{s.t. } X = X^T > 0, Q_1 = Q_1^T > 0, \\ & \quad Q_2 = Q_2^T > 0, Q_3 = Q_3^T > 0, \\ & \quad \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7 > 0, \text{ 且满足式(15)}. \end{aligned}$$

5 仿真分析

为了验证上述设计方法的有效性, 本文对某轧机厚控系统进行了时滞相关鲁棒容错 \$H_\infty\$ 控制仿真研究. 采用某钢厂厚度控制系统的标称参数如下:

$$\omega_n = 7 \text{ rad/s}, \xi = 0.7, K_0 = 1.2, T_i = 0.02, d = 0.3.$$

令

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta A_d = 0, \Delta B_2 = 0,$$

则有

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

根据定理2, 求解关于正定对称矩阵 \$X = X^T > 0, Q_1 = Q_1^T > 0, Q_2 = Q_2^T > 0, Q_3 = Q_3^T > 0\$, 正常数 \$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7\$ 和矩阵 \$Y\$ 的线性矩阵不等式(15), 得到状态反馈控制律为

$$K = [-653.58 \quad -13.2974 \quad -0.0139].$$

给定系统辊缝的设定值 \$G_f^* = 2 \text{ mm}, h^* = 2.4 \text{ mm}\$, 考虑执行器故障阵 \$0.8 \le m_1 \le 1.2\$, 且系统存在一定的

参数不确定和外部扰动, 对该系统进行仿真. 图1和图2分别给出了轧机厚控系统各个状态在所设计的容错控制器下的响应曲线. 其中: 实线是标称系统在鲁棒容错控制器作用下的响应曲线, 虚线是系统在执行器故障、系统参数不确定性及外界扰动下的状态响应曲线. 由图1和图2可见, 无论系统发生故障与否, 所设计的鲁棒容错时滞相关控制器均能够在有限时间内使系统的状态趋近于系统的平衡状态, 且系统的动态响应过程较好, 基本达到预期的控制要求. 仿真结果验证了所设计方法的有效性.

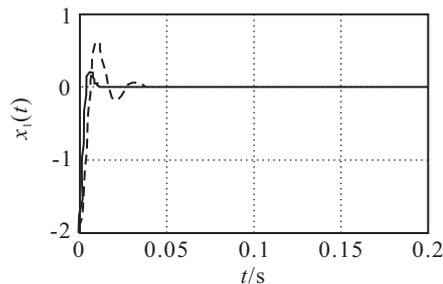


图1 状态 \$x_1\$ 的响应曲线

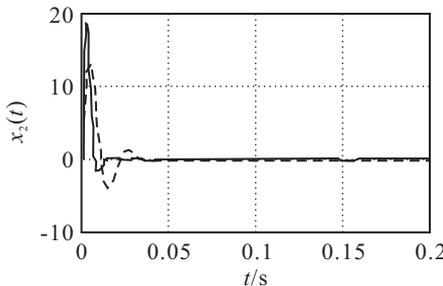


图2 状态 \$x_2\$ 的响应曲线

6 结论

本文主要研究了轧机厚控系统时滞相关鲁棒容错控制问题. 针对厚控系统中可能出现的执行器故障, 给出轧机厚控系统时滞相关鲁棒容错控制器存在的充分条件和设计方法. 仿真结果表明, 无论系统发生故障与否, 所设计的时滞相关鲁棒容错控制器均能使系统鲁棒稳定, 基本达到预期的控制要求, 从而验证了设计方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Polycarpou M, Zhang X D, XU R, et al. A neural network based approach to adaptive fault tolerant flight control[C]. IEEE Int Symposium on Intelligent Control Proc. Piscataway: IEEE Press, 2004: 61-66.
 [2] Fekih A, Pilla P. A passive fault tolerant control strategy for the uncertain MIMO aircraft model F-18[C]. Proc of the 39th Southeastern Symposium on System Theory. Atalanta: Mercer University, 2007: 320-325.