文章编号: 1001-0920 (2011) 01-0133-04

具有学习能力的有限理性双寡头竞争分析与混沌控制

胡 荣[a,b], 陈 圻[a]

(南京航空航天大学 a. 经济与管理学院，b. 民航学院，南京 210016)

摘 要: 利用动力系统的分支理论研究了具有学习能力的有限理性双寡头产量竞争模型, 讨论了该模型均衡点的存在性与稳定性, 并进行了数值仿真. 仿真结果表明, 企业产量调整速度的变化对于模型的稳定性有较明显的影响; 运用延迟反馈控制法可使陷入混沌的模型重新稳定在 Nash 均衡状态, 混沌控制实施者可从混沌控制中获利.

关键词: 学习能力；有限理性；离散动力系统；Cournot 模型；混沌控制

中图分类号: F224；N94 **文献标识码:** A

Competition analysis and chaos control in duopoly of bounded rationality with learning ability

HU Rong[a,b], *CHEN Qi*[a]

(a. College of Economics and Management，b. College of Civil Aviation，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China．Correspondent：HU Rong，E-mail：hoorong@163.com)

Abstract: By using the theory of bifurcations of dynamical systems, the competition model in duopoly of bounded rationality with learning effect is investigated, and the existence and stability of the equilibrium point of this model are discussed. Simulation results show that the speed of quantity adjustment has an obvious impact on the results of model. Nash equilibrium of model enable to be maintainable by using delayed feedback control method when the model in chaos state, and who actualizes the chaos control method can get extra profit from the chaos control process.

Key words: learning ability；bounded rationality；discrete dynamical system；Cournot model；chaos control

1 引 言

寡头垄断是同时包含垄断因素和竞争因素而更接近于完全垄断的一种市场结构, 其特点是少数几家企业占据了整个行业中较高的市场份额. 在寡头垄断市场中, 寡头企业的市场行为会影响到竞争对手的行为, 甚至整个市场的结构. 因此, 各企业在决定各自市场竞争策略时, 均要考虑竞争对手对自身企业竞争策略的态度与反应. 考虑到在经济现实中, 企业不可能掌握足够、完全的决策信息, 同时企业决策者受到感知认识能力等客观条件的限制, 企业的决策不可能是完全理性的, 而只能是有限理性的. 因而在有限理性条件下, 研究寡头企业的市场竞争决策问题已成为当前的一个研究热点.

目前, 国内外相关文献的研究以 Cournot 模型居多, 涉及的主要内容有: 理性层次相同的寡头企业产量决策的动态行为[1-2], 理性层次不同的寡头企业产量决策的动态行为[3-6], 应用动态 Cournot 模型分析并预测具体产业中寡头的行为[7-8], 模型的复杂性表现评价及混沌控制[9-10]等. 这些研究的结论均表明, 具有有限理性的寡头竞争行为相当复杂, 在一定条件下会出现分叉甚至混沌的复杂动力学现象.

虽然有限理性寡头企业的 Cournot 竞争模型取得了一些重要研究成果, 但所有文献均默认企业的理性水平是一贯不变的, 即理性水平并不随着博弈次数的增加而动态变化. 然而在现实中, 由于学习的客观存在, 特别是企业应对各种生存、竞争和发展的需要, 存在着刻意、审慎和积极的学习行为, 企业拥有的信息量可以随博弈次数的延续而不断增长, 从而企业的理性水平也将在动态演化的过程中不断提升, 且现有文献较少对陷入混沌的企业动态竞争行为开展混沌控制的研究. 因此, 为了更准确地刻画企业理性水平

收稿日期: 2009-10-27；**修回日期:** 2010-04-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(79860007)；南京航空航天大学哲学社会科学基金重点项目(V0726-093)；引进人才科研基金项目(1007-YAH10025).

作者简介: 胡荣(1980−), 男, 讲师, 博士后, 从事技术创新、企业管理的研究；陈圻(1949−), 男, 教授, 博士生导师, 从事战略管理与竞争力等研究.

动态变化的实际, 更科学地描述并指导企业动态竞争行为, 基于现有研究的不足, 本文在以下两个方面进行了拓展: 引入“学习”思想, 构建了具有学习能力的有限理性双寡头 Cournot 竞争模型, 研究了学习能力对系统的影响; 开展混沌控制研究. 另外, 运用延迟反馈控制法对出现混沌现象的系统进行混沌控制并检验了混沌控制的效果.

2 基本模型

假设市场中有两个生产同质产品的企业 $i(i=1,2)$, 在时期 $t(t=1,2,\cdots,p)$ 的市场总供应量为 $Q(t)=q_i(t)+q_j(t)$, 则逆需求函数为

$$p_i(t)=a-b(q_i(t)+q_j(t)),$$
$$a>0,\ b>0,\ i,j=1,2,\ i\neq j.$$

设企业 i 的成本函数为 $C_i(t)=c_iq_i(t)$, 其中 c_i 表示企业 i 的单位产品成本, 且为常数, $a>c_i$. 因此, 企业 i 的利润函数为

$$\varPi_i(t)=[a-b(q_i(t)+q_j(t))-c_i]q_i(t). \tag{1}$$

对 $\varPi_i(t)$ 关于 $q_i(t)$ 求偏导, 可以得到企业 i 的边际利润函数为

$$\partial\varPi_i(q_1,q_2)/\partial q_i=a-c_i-2bq_i(t)-bq_j(t). \tag{2}$$

由式 (2) 可以进一步求得企业 i 面对竞争对手企业 j 产量决策的最优反应决策为

$$q_i^*(t)=(a-c_i-bq_j(t))/2b. \tag{3}$$

式 (3) 为企业 i 具有完全理性时的最优反应决策, 即企业 i 掌握市场需求函数的完全信息, 并了解竞争对手企业 j 的产量决策规则, 能通过企业 j 在时期 $t-1$ 的产量, 准确预测到其在时期 t 的产量, 进而作出自己在时期 t 的最优反应决策. 所以, 式 (3) 描述的最优反应决策也可称为“完美”决策. 但由于市场信息的不完全性与双寡头决策的有限理性, 在双寡头产量竞争的实践中, 双寡头的决策需要根据实际情况不断进行调整. 本文考虑以下 3 种产量调整机制:

1) 假设有限理性企业 i 基于上期产量竞争的边际利润情况, 对其产量决策进行如下的动态调整: 在时期 t, 如果估计的边际利润是正 (负) 的, 则企业 i 将增加 (减少) 第 $t+1$ 的产量, 即

$$q_i(t+1)=q_i(t)+\alpha_iq_i(t)\frac{\partial\varPi_i(q_1,q_2)}{\partial q_i}, \tag{4}$$

其中 $\alpha_i>0$ 表示有限理性企业 i 的产量调整速度, 该参数反映了该企业对边际利润信号的反应速度.

2) 假设有限理性企业 i 在确定下一时期的产量时, 基于自己上一时期产量决策与上一时期最优产量决策进行, 简单地有以下线性调整系统, 称为自适应调整机制:

$$q_i(t+1)=\theta_iq_i(t)+(1-\theta_i)q_i^*(t). \tag{5}$$

其中: $q_i^*(t)$ 为有限理性企业 i 在时期 t 的最优产量决策, 由式 (3) 确定; $\theta_i\in[0,1]$ 为企业 i 产量决策的自适应调整系数.

3) 假设有限理性企业 i 具有一定的学习能力, 通过持续的多次博弈, 企业 i 的理性水平不断提升, 其产量决策将逐步逼近“完美”决策. 本文考虑具有学习能力的自适应调整机制, 即

$$q_i(t+1)=\gamma_i^t[\theta_iq_i(t)+(1-\theta_i)q_i^*(t)]+\\(1-\gamma_i^t)q_i^*(t+1). \tag{6}$$

其中: $q_i^*(t+1)$ 为假定企业 i 具有完全理性, 在时期 t 时, 准确预测到竞争对手在时期 $t+1$ 的产量决策后做出的“完美”决策, 由式 (3) 确定; $\gamma_i\in[0,1]$ 为有限理性企业 i 的学习能力指数, γ_i 越小代表企业 i 的学习能力越强, 其通过一次产量竞争过程而获得的理性水平提升越大. 特殊地, 当 $\gamma_i=1$ 时, 企业 i 不具有学习能力, 此时式 (6) 退化为 (5); 当 $\gamma_i=0$ 时, 企业 i 的学习能力极强, 只需通过一次博弈即能使自己拥有完全理性.

本文考虑如下具有学习能力的有限理性双寡头产量竞争模型: 假设企业 1 不具有学习能力, 采用式 (4) 的调整机制; 企业 2 具有学习能力, 采用式 (6) 的自适应调整机制. 因此有以下动态系统:

$$\begin{aligned}&q_1(t+1)=q_1(t)+\alpha[a-c_1-2bq_1(t)-bq_2(t)]q_1(t),\\&q_2(t+1)=\gamma^t\Big\{\theta q_2(t)+(1-\theta)\frac{[a-bq_1(t)-c_2]}{2b}\Big\}+\\&\qquad(1-\gamma^t)\frac{[a-bq_1(t+1)-c_2]}{2b}.\end{aligned} \tag{7}$$

其中: α 为企业 1 的产量调整速度, θ 为企业 2 的自适应调整系数, γ 为企业 2 的学习能力指数.

3 模型分析与仿真

对于经济学模型, 只有非负的均衡解才有现实意义, 故本文只研究系统 (7) 均衡解非负的情况.

3.1 具有学习能力的有限理性双寡头竞争模型

在系统 (7) 中, 令 $q_i(t+1)=q_i(t),\ i=1,2$, 可得如下非线性系统:

$$\begin{aligned}&\alpha[a-c_1-2bq_1(t)-bq_2(t)]q_1(t)=0,\\&\gamma^t\Big\{\theta q_2(t)+(1-\theta)\frac{[a-bq_1(t)-c_2]}{2b}\Big\}+\\&(1-\gamma^t)\frac{[a-bq_1(t+1)-c_2]}{2b}-q_2(t)=0.\end{aligned} \tag{8}$$

求得系统有如下两个非负均衡点:

$$E_0=\Big(0,\frac{a-c_2}{2b}\Big),\ E^*=(q_1^*,q_2^*).$$

其中 $q_1^*=(a-2c_1+c_2)/3b,\ q_2^*=(a-2c_2+c_1)/3b$. 同时要求 $a-2c_1+c_2>0,\ a-2c_2+c_1>0$. 显然 E_0 为系统 (7) 的有界均衡点, E^* 为 Nash 均衡点.

下面分析有界均衡点 E_0 以及 Nash 均衡点 E^* 的局部稳定性. 根据均衡点稳定性的判定方法及 Jury 条件[2-9]可知, 各均衡点的稳定性为如下定理.

定理 1　系统 (7) 的有界均衡点 E_0 是不稳定均衡点.

系统 (7) 的 Nash 均衡点 E^* 的稳定域需要满足

$$\frac{\alpha(3+3\theta\gamma^t+2\gamma^t)(a-2c_1+c_2)}{12(1+\theta\gamma^t)}<1,\ 0\leqslant\theta\leqslant 1. \tag{9}$$

定理 2　在由式 (9) 定义的 (θ,α) 平面区域内, Nash 均衡点 E^* 是系统 (7) 的稳定点.

3.2　双寡头竞争的分叉、混沌仿真

为了更好地了解动力系统 (7) 的动态行为, 对系统 (7) 进行仿真模拟. 设市场逆需求函数的参数 $a=15$, $b=1$; 企业 1 和企业 2 的单位产品成本分别为 $c_1=2$, $c_2=2.2$; 企业 2 的自适应调整系数 $\theta=0.1$, 学习能力指数 $\gamma=0.9$; 双寡头的初始产量为 (1,2), 双寡头产量竞争的周期 $t=1\,000$ 次. 图 1 为系统 (7) 随企业 1 产量调整速度 α 变化而呈现的动态行为. 从图 1 中可以看出, 当产量调整速度 α 较小时, 系统均处于稳定的均衡状态, 但随着 α 的增大, 系统先后进入分叉、混沌等复杂状态.

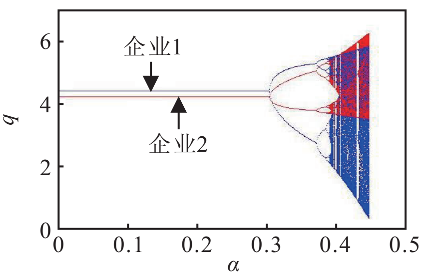


图 1　有限理性双寡头竞争的动态演化图

图 2 为系统 (7) 中双寡头平均利润随企业 1 产量调整速度 α 变化的动态演化图. 从图 2 中不难看出, 当企业 1 的产量调整速度 α 较大, 即系统进入到分叉或混沌状态时, 企业 1 的平均利润小于其在均衡状态时的平均利润, 而企业 2 的平均利润却大于其在均衡状态时的平均利润. 这说明因企业 1 而引起的系统波动对于企业 1 是有害的; 而对于企业 2 是有利的, 企业 2 可以获得因系统波动而带来的"渔翁之利", 这也印证了文献 [10] 的结论.

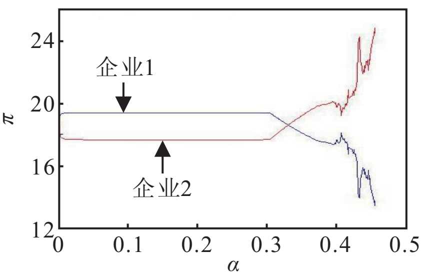


图 2　有限理性双寡头平均利润动态演化图

4　混沌控制

由图 1 可知, 企业 1 产量调整速度 α 超过某一临界值时, 系统 (7) 进入复杂的分叉、混沌状态, 双寡头的市场竞争具有不可预测性, 进而导致其利润也不稳定, 这是双寡头均不愿意面对的. 特别地, 图 2 说明当系统进入分叉、混沌状态后, 企业 1 的平均利润明显低于均衡利润, 因而企业 1 更有动机对系统实施混沌控制以保证系统处于均衡状态.

混沌控制的方法有很多, 一般可分为反馈控制和非反馈控制两大类, 其中 Pyragas[11]提出的延迟反馈控制法是一种非常重要且应用比较广泛的混沌控制方法. 其主要思想是, 利用系统输出信号的部分信息经过延迟时间反馈到系统中, 以此替代外部输入.

考虑如下形式的延迟反馈系统:

$$x(t+1)=f(x(t),u(t)). \tag{10}$$

其中: $x(t)$ 是状态变量, $u(t)$ 是控制信号. 为了将系统稳定在某条轨道上, Pyragas 给出了如下形式的控制信号:

$$u(t)=k(x(t+1-\tau)-x(t+1)),\ t>\tau. \tag{11}$$

其中: τ 为滞后时间长度, k 为控制因子.

下面对系统 (7) 进行混沌控制. 将式 (10)代入 (7), 并令滞后时间长度 $\tau=1$, 即信号延迟 1 个周期反馈到系统 (7) 中, 可得到如下控制系统:

$$\begin{aligned}&q_1(t+1)=q_1(t)+\frac{\alpha[a-c_1-2bq_1(t)-bq_2(t)]q_1(t)}{1+k},\\&q_2(t+1)=\gamma^t\Big\{\theta q_2(t)+(1-\theta)\frac{[a-bq_1(t)-c_2]}{2b}\Big\}+\\&\qquad(1-\gamma^t)\frac{[a-bq_1(t+1)-c_2]}{2b}.\end{aligned} \tag{12}$$

控制系统 (11) 在 Nash 均衡点 E^* 的 Jacobian 矩阵为

$$J(E^*)=\begin{bmatrix}1-\dfrac{2\alpha(a-2c_1+c_2)}{3(1+k)} & -\dfrac{a-2c_1+c_2}{3(1+k)}\alpha\\ \dfrac{\theta\gamma^t-1}{2}+\dfrac{\alpha(1-\gamma^t)(a-2c_1+c_2)}{3} & \theta\gamma^t+\dfrac{\alpha(1-\gamma^t)(a-2c_1+c_2)}{6}\end{bmatrix}.$$

根据矩阵 $J(E^*)$ 的特征方程以及 Jury 条件, 即可求得控制因子 k 的取值范围为

$$k>\frac{\alpha(3+3\theta\gamma^t+2\gamma^t)(a-2c_1+c_2)}{12(1+\theta\gamma^t)}-1. \tag{13}$$

下面对图 1 中陷入混沌状态的系统 (7) 利用延迟反馈控制法实施混沌控制. 由图 1 可知, 当 $\alpha=0.44$ 时, 系统处于混沌状态, 将图 1 中导致系统出现混沌现象时的各参数值代入式 (12), 可求得当控制因子 $k>0.452\,1$ 时, 系统走出了混沌, 重新回到 Nash 均衡状态, 图 3 验证了该结论.

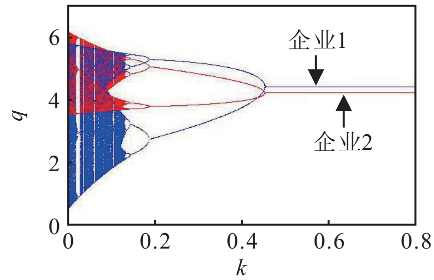


图 3 具有学习能力的双寡头竞争混沌控制

图 4 为双寡头产量稳定到 Nash 均衡解的变化过程. 由图 4 可见, 实施有效的延迟反馈控制后, 随着双寡头竞争的不断持续, 系统逐步稳定于 Nash 均衡解.

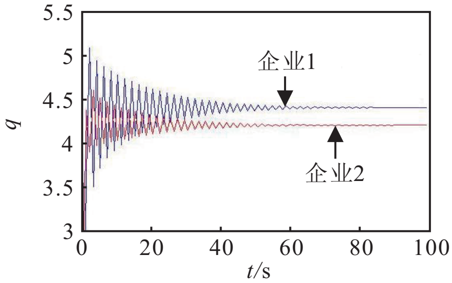
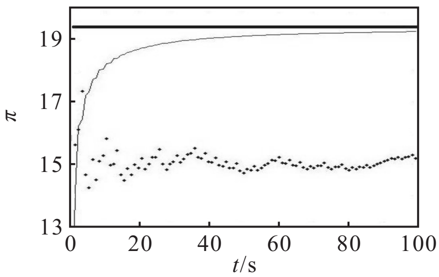
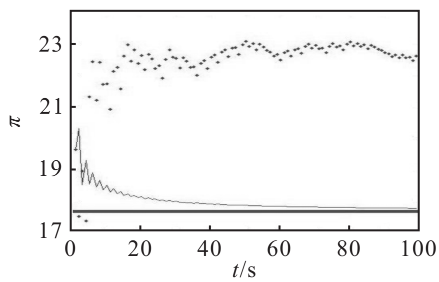


图 4 有限理性双寡头产量竞争的时间历程

图 5 绘制了控制因子 $k = 0.5$, 其他参数取初始值时, 双寡头在系统 (7) 和控制系统 (11) 下的平均利润比较情况. 散点为系统 (7) 下的平均利润, 实线为控制系统 (11) 下的平均利润, 粗实线为 Nash 均衡下的平均利润. 由图 5 易知: 经过控制系统 (11) 的有效反馈控制, 即当系统逐步稳定到 Nash 均衡时, 企业 1 的平均利润显著上升, 随着竞争周期的持续, 竞争结果将逐渐逼近 Nash 均衡状态下的平均利润; 企业 2 的平均利润明显下降且逐渐逼近 Nash 均衡状态下的平均利润, 因系统波动而带来的"渔翁之利"得到了有效抑制. 企业 1 对系统实施混沌控制的效果得以实现.



(a) 企业1的平均利润



(b) 企业2的平均利润

图 5 混沌控制前后有限理性双寡头平均利润变化曲线

5 结 论

本文基于学习效应理论, 假定企业的决策理性水平随着博弈次数的增加而不断提高, 构建了一类具有学习能力的有限理性双寡头 Cournot 竞争模型. 对该模型的稳定点和稳定域进行了分析, 并通过数值仿真对模型的分叉、混沌等复杂动力学行为进行了模拟. 研究结果表明, 只要选择合适的控制因子, 延迟反馈控制法可有效对系统实施混沌控制, 混沌控制实施者可从混沌控制中获益. 在实际应用中, 可根据企业学习能力强弱及有限理性类型, 对模型参数进行适当调整, 以便科学地描述不同学习能力情况下企业的决策行为以及混沌控制过程中控制因子的选择.

参考文献(References)

[1] Puu T. Chaos in duopoly pricing[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1991, 1(6): 573-581.

[2] Yassen M T, Agiza H N. Analysis of a duopoly game with delayed bounded rationality[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 138(23): 387-402.

[3] Agiza H N, Elsadany A A. Nonlinear dynamics in the Cournot duopoly game with heterogeneous players[J]. Physica A, 2003, 320(15): 512-524.

[4] Agiza H N, Elsadany A A. Chaotic dynamics in nonlinear duopoly game with heterogeneous players[J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 149(3): 843-860.

[5] Elabbasy E M, Agiza H N, Elsadany A A. Analysis of nonlinear triopoly game with heterogeneous players[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57(3): 488-499.

[6] 潘玉荣, 贾朝勇. 不同理性双寡头博弈模型的复杂性分析[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2007, 4(2): 71-76.
(Pan Y R, Jia C Y. Complex dynamics analysis for a duopoly game with heterogeneous players[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2007, 4(2): 71-76.)

[7] 张新华, 赖明勇, 叶泽. 考虑滞后的寡头发电商报价动态模型及其复杂性[J]. 中国管理科学, 2009, 17(1): 42-49.
(Zhang X H, Lai M Y, Ye Z. Delayed dynamic bidding model and its complexity in oligopoly power market[J]. Chinese J of Management Science, 2009, 17(1): 42-49.)

[8] Qi J, Ding Y S, Chen L. Complex dynamics of the generic and brand advertising strategies in duopoly[J]. Chaos, Solutions and Fractals, 2008, 36(2): 354-358.

[9] Kopel M. Improving the performance of an economic system：Controlling chaos[J]. J of Evolutionary Economics, 1997, 7(3): 269-289.

(下转第140页)