

文章编号: 1001-0920(2011)01-0141-04

## 风险厌恶因子不确定的二阶供应链定价与订货策略

罗春林, 柳 键, 李 杰

(江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013)

**摘 要:** 研究了风险中性的供应商与风险厌恶的零售商所构成的二阶供应链的定价与订货策略, 零售商的风险厌恶由条件价值风险来度量. 研究表明, 当供应商不确定零售商的风险厌恶因子时, 一定会造成其期望利润的下降, 从而也体现了信息的价值. 特别地, 当风险厌恶因子服从均匀分布时, 其期望订货量正是需求的截断随机变量的期望.

**关键词:** 风险厌恶; 条件价值风险; 定价; 订货策略

**中图分类号:** F273.7

**文献标识码:** A

### Pricing and ordering strategies in two-echelon supply chain with uncertain risk aversion factor

LUO Chun-lin, LIU Jian, LI Jie

(School of Information Technology, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China.  
Correspondent: LUO Chun-lin, E-mail: chunlinluo@126.com)

**Abstract:** This paper studies the pricing and ordering policy of a two-echelon supply chain with a risk-neutral supplier and a risk-averse retailer, and the risk aversion of the retailer is measured by conditionally value-at-risk. The research shows that when the supplier is uncertain about the risk aversion factor of the retailer, its expected profit must be less than that in the certain case, which also implies the value of information. As the risk aversion factor is uniformly distributed, the supplier expects that the ordering quantity of the retailer is exactly the expectation of the truncated random variable of the demand.

**Key words:** risk averse; conditionally value-at-risk; pricing; ordering policy

## 1 引 言

传统关于供应链模型的研究主要是建立在风险中性的基础上, 即决策者的目标是最大化期望利润(或最小化期望成本). 然而, 近年来关于供应链管理的研究和实践表明, 决策者不仅关注这种期望利润的最大化, 而且更关注这种预期利润实现的可能性以及面临的各种风险. 因此, 近年来大量的研究主要集中在决策者是风险厌恶的情况.

文献[1]在指数效用函数下证明了当订货成本是线性时, 基准库存是最优的. [2]分析了风险厌恶报童模型, 考虑了决策者的风险态度对于系统性能的影响, 以及系统成本参数的变化和需求风险的增加对于系统性能的影响. [3]研究了风险厌恶零售商如何选择最优订货量和零售价的问题, 在递增的凹性效用函数假设下, 证明了风险厌恶时的最佳订货量随着风险的

增加而下降. [4]研究了决策者均是风险厌恶的且允许零售商退货给垄断供应商的二级供应链问题, 证明了最优退货策略依赖于两个决策者的风险态度. [5]研究了风险厌恶时的多周期定价、库存问题, 证明了以指数效用函数为目标的最优决策基本上与风险中性时的最优决策是一样的. 这些文献都是在给定效用函数的框架下研究风险决策者的行为.

关于风险度量, 在金融文献中有3个广泛应用的风险度量准则: 均值方差(mean-variance), 价值风险(VaR)和条件价值风险(CVaR). 文献[6]利用均值方差分析研究了一些库存模型. [7]利用均值方差分析研究了允许单一零售商退货给单一供应商的二级供应链问题. [8]利用 VaR 和 CVaR 准则研究了单周期和多周期库存控制问题. [9]证明了 CVaR 是一个一致的风险度量工具, 而且具有易于计算的良好性质. [10]研究了在 CVaR 风险度量准则下, 缺货惩罚和风险厌恶

收稿日期: 2009-11-09; 修回日期: 2010-01-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70861002, 70961001); 江西省教育厅科技项目(GJJ09290, GJJ10429).

作者简介: 罗春林(1978—), 男, 讲师, 博士, 从事物流与供应链管理的研究; 柳键(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事物流与供应链管理等研究.

程度对于厌恶风险零售商最优订购数量的影响, 并指出当存在缺货惩罚时, 风险厌恶环境中的最优订购数量未必小于风险中性时的最优订购数量. [11]以 CVaR 作为零售商的风险度量研究了双层报童模型. [12]研究了由风险中性的供应商与风险厌恶的零售商构成的二阶供应链的协调问题, 其中风险厌恶由 CVaR 来度量. 研究表明, 收益共享、回购和数量柔性等策略均可以实现供应链的协调. [13]以 CVaR 作为风险度量, 研究了随机需求下的多产品订货问题.

上述文献都是在给定风险厌恶程度的情况下研究风险态度对于决策者的影响, 然而在实际中, 一个决策者可能并不清楚其他决策者的风险厌恶程度. 因此, 本文以 CVaR 作为风险度量工具, 研究在供应商对零售商风险厌恶程度不确定的情形下, 风险中性供应商的定价策略和风险厌恶零售商的订货策略.

## 2 模型描述

### 2.1 报童模型

设有一风险厌恶零售商从唯一的风险中性供应商处以  $w$  的批发价购得某种商品, 并以  $p$  的零售价销售到市场. 设市场对该商品的需求  $X$  服从密度函数为  $f(x)$  的随机变量, 并假设其相应的分布  $F(x)$  单调、可微且  $F(0) = 0$ , 并记  $\bar{F} = 1 - F$ . 当商品面临供大于求时, 所有剩余商品以  $s$  的处理价进行处理. 当零售商的采购数量为  $q$  时, 其获得的相应利润为

$$\pi(q, X) = -wq + p \min(X, q) + s(q - X)^+, \quad (1)$$

其中  $z^+ = \max(z, 0)$ .

设供应商的单位产品成本为  $c$ , 则相应的利润为

$$L(w, q) = (w - c)q. \quad (2)$$

### 2.2 风险度量 CVaR

VaR 考虑的是决策者获得一定利润的置信水平, 具体而言, 对于某一置信水平  $\beta$ , 有

$$\text{VaR}_\beta \pi(q, X) = \max\{v | P(\pi(q, X) \geq v) \geq \beta\}, \quad (3)$$

其中  $\beta$  又称为风险厌恶因子,  $\beta$  越大, 风险厌恶程度越高. 以 VaR 作风险度量的决策者期望最大化  $\text{VaR}_\beta \pi(q, X)$ , 其缺陷是不便于计算; 而 CVaR 可以较好地解决这一问题. CVaR 是指在给定的条件和置信水平下, 利润低于某个给定 VaR 水平的平均值, 即

$$\text{CVaR}_\beta \pi(q, X) = \frac{1}{1 - \beta} \int_{\pi(q, X) < \text{VaR}_\beta \pi(q, X)} \pi(q, X) f(x) dx. \quad (4)$$

文献 [14, 15] 证明了求解  $\text{CVaR}_\beta \pi(q, X)$  等价于最大化

$$F_\beta(q, v) = v - \frac{1}{1 - \beta} E[v - \pi(q, X)]^+, \quad (5)$$

即

$$\text{CVaR}_\beta \pi(q, X) = \max_v \left\{ v - \frac{1}{1 - \beta} E[v - \pi(q, X)]^+ \right\}. \quad (6)$$

## 3 供应商不确定零售商的风险厌恶因子

### 3.1 Stackelberg 博弈

本文假定供应商先选择批发价  $w$ , 即供应商是博弈的先动者; 然后零售商再确定订货量  $q$ , 即零售商是博弈的后动者. 风险中性的供应商最大化期望利润  $L(w, q) = (w - c)q$ . 设零售商的风险厌恶由 CVaR 来度量, 零售商期望最大化  $\text{CVaR}_\beta \pi(q, X)$ .

**定理 1** 对于任意给定的  $w \in [c, p]$ , 风险厌恶因子为  $\beta$  的零售商的最优订货量为

$$q^* = F^{-1} \left( (1 - \beta) \frac{p - w}{p - s} \right). \quad (7)$$

限于篇幅, 证明过程略.

设零售商的风险厌恶因子  $\beta$  为  $\beta_0$ , 是零售商的私人信息, 则有:

1) 供应商知道零售商风险厌恶因子  $\beta$  为  $\beta_0$ . 供应商预期到零售商有如式 (7) 的反应函数, 即

$$q_1^* = F^{-1} \left( (1 - \beta_0) \frac{p - w}{p - s} \right). \quad (8)$$

因此其最佳定价策略为

$$w_1^* \in \arg \max_w \left\{ (w - c) F^{-1} \left( (1 - \beta_0) \frac{p - w}{p - s} \right) \right\}. \quad (9)$$

2) 供应商不知道零售商风险厌恶因子  $\beta$  为  $\beta_0$ , 但知道  $\beta$  服从  $[0, 1]$  上的某种分布, 记其分布密度为  $g(\beta)$ . 于是, 供应商对零售商的期望订货量为

$$q_2^* = \int_0^1 F^{-1} \left( (1 - \beta) \frac{p - w}{p - s} \right) g(\beta) d\beta. \quad (10)$$

这时, 供应商的最优定价策略为

$$w_2^* \in \arg \max_w \left\{ (w - c) \times \int_0^1 F^{-1} \left( (1 - \beta) \frac{p - w}{p - s} \right) g(\beta) d\beta \right\}. \quad (11)$$

对于一般的随机变量, 供应商的定价策略通常难有明确的解析表达式, 因此可通过一维最优搜索的方法寻找到最优定价策略. 而当供应商设定批发价  $w_2^*$  后, 零售商的实际订货量为  $F^{-1}((1 - \beta_0)(p - w_2^*)/(p - s))$ , 因此供应商的实际期望利润为  $(w_2^* - c)F^{-1}((1 - \beta_0)(p - w_2^*)/(p - s))$ . 由于  $w_1^*$  是风险态度为  $\beta_0$  的最优定价, 有

$$\begin{aligned} (w_2^* - c)F^{-1} \left( (1 - \beta_0) \frac{p - w_2^*}{p - s} \right) &\leq \\ (w_1^* - c)F^{-1} \left( (1 - \beta_0) \frac{p - w_1^*}{p - s} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

**命题 1** 供应商对于零售商风险态度的不确定会导致其期望利润下降, 因此也体现了信息的价值.

从以上分析及结论可知, 当供应商不确切知道零

售商的风险态度时,只能根据其零售商风险态度认识的概率分布来确定其定价策略,因而与真实风险态度情形下所制定的定价策略存在偏差,导致供应商期望利润的下降.这表明,有关零售商风险态度的信息有助于提高供应商的决策效果.所以,供应商要加强与零售商的沟通与合作,及时了解其对待风险的态度,并根据所获得的信息调整定价策略.

### 3.2 特殊情形: 无差别风险态度

假设供应商认为零售商的风险态度在  $[0, 1]$  上是无差别的,即  $\beta$  服从  $[0, 1]$  的均匀分布,  $g(\beta) \equiv 1, \forall \beta \in [0, 1]$ . 在很多情况下,由于供应商对零售商没有相当的了解,自然认为其风险态度在  $[0, 1]$  上是无差别的.于是有

$$\begin{aligned}
 q_2^* &= \int_0^1 F^{-1}\left((1-\beta)\frac{p-w}{p-s}\right)d\beta = \\
 &\frac{p-s}{p-w} \int_0^{\frac{p-w}{p-s}} F^{-1}(y)dy = \\
 &F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right) - \frac{p-s}{p-w} \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)} F(y)dy = \\
 &\frac{p-s}{p-w} \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)} yf(y)dy = \\
 &E\left[X|X < F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)\right]. \tag{13}
 \end{aligned}$$

**命题 2** 当零售商的风险系数服从  $[0, 1]$  上的均匀分布时,其期望订货量正是  $X$  的截断随机变量的期望,即

$$q_2^* = E\left[X|X < F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)\right]. \tag{14}$$

此时,供应商的定价策略为

$$w_2^* \in \arg \max_w \left\{ (w-c) \times \frac{p-s}{p-w} \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)} yf(y)dy \right\}. \tag{15}$$

由于

$$w_2^* \in \arg \max_w \left\{ (w-c) \cdot \frac{p-s}{p-w} \int_0^1 F^{-1}\left((1-\beta)\frac{p-w}{p-s}\right)d\beta \right\}, \tag{16}$$

则供应商预期的期望利润为

$$\begin{aligned}
 (w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} \int_0^1 F^{-1}\left((1-\beta)\frac{p-w_2^*}{p-s}\right)d\beta = \\
 (w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} F^{-1}\left((1-\bar{\beta})\frac{p-w_2^*}{p-s}\right), \tag{17}
 \end{aligned}$$

其中  $\bar{\beta}$  称为等价风险态度,其涵义是: 供应商认为零售商的风险态度  $\beta$  服从某种分布下的期望订货量与零售商的风险态度确定为  $\bar{\beta}$  情况下的订货量相同,即两种情形下的期望订货策略相同.由式(14)有

$$\bar{\beta} = 1 - \frac{p-s}{p-w_2^*} F\left(\int_0^1 F^{-1}\left((1-\beta)\frac{p-w_2^*}{p-s}\right)d\beta\right). \tag{18}$$

因此,当  $\bar{\beta} > \beta_0$  时,有

$$(w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} F^{-1}\left((1-\bar{\beta})\frac{p-w_2^*}{p-s}\right) <$$

$$(w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} F^{-1}\left((1-\beta_0)\frac{p-w_2^*}{p-s}\right);$$

当  $\bar{\beta} < \beta_0$  时,有

$$(w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} F^{-1}\left((1-\bar{\beta})\frac{p-w_2^*}{p-s}\right) >$$

$$(w_2^* - c) \frac{p-s}{p-w_2^*} F^{-1}\left((1-\beta_0)\frac{p-w_2^*}{p-s}\right).$$

**命题 3** 当供应商高估零售商的风险态度时,对期望利润的估计会低于实际期望利润;而当供应商低估零售商的风险态度时,对期望利润的估计会高于实际期望利润.

根据上面的分析可以看出,当供应商对零售商风险态度信息不明确时,制定的决策所带来的效益往往与自己的预期有很大的差别,即导致“预测失真”.并且,这种“预测失真”随供应商对零售商风险态度估计的偏差的增加而加剧.因此,获取零售商风险态度的信息可以对未来的效益作出更为准确的预测.

### 4 算例分析

设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 通过直接计算可得到

$$E(x|x < a) = \mu - \sigma^2 \frac{f(a)}{F(a)}.$$

则供应商的定价策略为

$$w_2^* \in \arg \max_w \left\{ (w-c) \left[ \mu - \sigma^2 \frac{f\left\{F^{-1}\left(\frac{p-w}{p-s}\right)\right\}}{(p-w)/(p-s)} \right] \right\}. \tag{19}$$

设  $X \sim N(10\,000, 3\,000^2)$ ,  $p = 60, s = 50, c = 50$ . 当供应商不确定零售商的风险态度时,利用 Matlab 优化计算可得到  $w_2^* = 57.76$ , 并由此得到期望利润为 46 509.20, 等价风险态度  $\bar{\beta} = 0.5944$ . 然而根据零售商实际风险厌恶因子的不同,可得到供应商实际期望利润以及与自己预期的偏差等如表 1 所示.

表 1 供应商不确定零售商的风险态度时的结果

实际风险厌恶因子	零售商的实际订货量	供应商的实际期望利润	与供应商预期的期望利润差	零售商的期望利润
0	7724	59936.22	+13 427.02	13 425.33
0.1	7492	58 137.92	+11 628.72	13 399.09
0.2	7245	56 221.20	+9 712.00	13 315.76
0.3	6977	54 141.52	+7 632.32	13 165.28
0.4	6682	51 852.32	+5 343.12	12 933.39
0.5	6352	49 291.52	+2 782.32	12 599.89
0.6	5970	46 327.20	-182.00	12 128.05
0.7	5509	42 749.84	-3 759.36	11 454.90
0.8	4907	38 078.32	-8 430.88	10 439.89
0.9	3980	30 884.80	-15 624.40	8 664.99

另一方面,当供应商确定零售商的风险态度时,根据零售商不同的风险厌恶因子,可得到供应商的最优定价和零售商的最优订货量等如表 2 所示.

表 2 供应商确定零售商的风险态度时的结果

实际风险厌恶因子	供应商的最优定价 $w_1$	零售商的最优订货量	供应商的期望利润	零售商的期望利润
0	57.75	7 734	59 936.60	13 502.62
0.1	57.77	7 483	58 140.03	13 322.20
0.2	57.79	7 217	56 221.31	13 086.37
0.3	57.81	6 933	54 145.58	12 788.31
0.4	57.82	6 632	51 863.39	12 489.76
0.5	57.83	6 296	49 300.54	12 095.46
0.6	57.82	5 925	46 336.61	11 711.52
0.7	57.80	5 481	42 753.48	11 191.60
0.8	57.75	4 914	38 082.00	10 501.60
0.9	57.61	4 063	30 916.18	9 441.15

由表 1 和表 2 可以看出, 无论供应商能否确定零售商的风险厌恶程度, 零售商的最佳订货量均随着其实际风险厌恶程度的增加而减少. 这是由于零售商越害怕风险, 就越会采取保守的订货策略, 这种结果导致供应商与零售商的期望利润都随之下降. 因此, 当零售商厌恶风险时, 特别是厌恶程度较高时, 如何打消零售商的风险顾虑诱使零售商增加订货量, 从而提高整个供应链的效益是一个值得研究的问题.

由表 1 和表 2 的比较可以看出, 供应商不确定零售商风险厌恶程度时的利润总是低于其确定零售商风险厌恶程度时的利润. 因此, 挖掘零售商风险厌恶程度的信息是非常有价值的.

从表 1 还可以看出, 当供应商估计的等价风险态度超过实际的风险态度, 即高估了风险态度时, 对期望利润的估计就会显得保守, 而且越是高估, 对利润的预期就越保守; 另一方面, 低估零售商的风险态度时, 对期望利润的估计就会显得过于乐观, 而且越是低估, 对利润预期的偏差越大.

## 5 结 论

本文以 CVaR 作为风险度量研究了风险厌恶零售商的订货策略, 并由此研究了上游供应商的定价策略. 研究表明, 当供应商对零售商的风险厌恶程度不明确时, 其期望利润总是要低于其确定零售商风险态度时的期望利润, 因此也体现了信息价值. 当零售商的风险厌恶因子服从均匀分布时, 供应商期望零售商的订货量正好是需求的截断随机变量的期望, 并且当供应商估计的等价风险态度超过零售商实际的风险态度时, 对期望利润的估计会低于实际的期望利润; 而当供应商估计的等价风险态度低于零售商实际的风险态度时, 对期望利润的估计却会高于实际的期望利润.

本文仅考虑了零售商是风险厌恶的情况. 若供应商也是风险厌恶, 则供应商的定价策略与零售商的订货策略将会发生怎样的变化; 进一步, 如果双方对彼

此的风险厌恶程度均不明确, 则情况又会发生怎样的变化; 另一方面, 供应商不确定零售商风险态度时期望利润会受到损害, 因此如何设计有效的激励机制诱使零售商显示其私人信息, 从而做出正确的决策以提高效益, 这些问题都值得进一步考虑.

## 参考文献(References)

- [1] Bouakiz M, Sobel M J. Inventory control with an exponential utility criterion[J]. *Operations Research*, 2004, 40(3): 603-608.
- [2] Eeckhoudt L, Gollier C, Schlesinger H. Risk averse (and Prudent) newsboy[J]. *Management Science*, 1995, 41(5): 786-794.
- [3] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem[J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2000, 2(4): 410-423.
- [4] Lau H, Lau A H L. Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity[J]. *European J of Operational Research*, 1999, 116(2): 291-304.
- [5] Chen X, Sim M, Simchi-Levi D, et al. Risk aversion in inventory management[J]. *Operations Research*, 2007, 55(5): 828-842.
- [6] Chen F, Federgruen A. Mean-variance analysis of basic inventory models[R]. New York: Columbia University, 2000.
- [7] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance of a single supplier and retailer supply chain under a return policy[J]. *European J of Operational Research*, 2008, 184(1): 356-376.
- [8] Zhang D, Xu H, Wu Y. Single and multi-period optimal inventory control models with risk-averse constraints[J]. *European J of Operational Research*, 2009, 199(2): 420-434.
- [9] Ahmed S, Cakmak U, Shapiro A. Coherent risk measures in inventory problems[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 182(1): 226-238.
- [10] 许明辉, 于刚, 张汉勤. 带有缺货惩罚的报童模型中的 CVaR 研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2006, 26(10): 1-8. (Xu M H, Yu G, Zhang H Q. CVaR in a newsvendor model with lost sales penalty cost[J]. *System and Engineering - Theory and Practice*, 2006, 26(10): 1-8.)
- [11] Cheng L, Wan Z, Wang G. Bilevel newsvendor models considering retailer with CVaR objective[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2009, 57(1): 310-318.
- [12] Yang L, Xu M, Yu G, et al. Supply chain coordination with CVaR criterion[J]. *Asia-Pacific J of Operation Research*, 2009, 26(1): 135-160.

(下转第 148 页)