第 24 卷 第 2 期 控 制 与 决 策 2009 年 2 月
Vol. 24 No. 2 Control and Decision Feb. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)02-0254-05

一类混杂系统的生存控制设计

高 岩, 娄志娥
(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘 要: 研究了混杂系统关于由不等式表示的区域的生存控制设计问题. 首先基于非光滑分析理论给出了系统关于所给区域生存的一个充分条件;然后给出相应的生存控制设计方法. 该方法将系统的生存控制输入的选择问题转化为求解非光滑优化问题和二次规划问题.

关键词: 混杂系统; 生存性; 微分包含;非光滑分析
中图分类号: TD350; O231.2 **文献标识码**: A

Viable control design for a class of hybrid systems

GAO Yan, LOU Zhi-e
(School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China. Correspondent: GAO Yan, E-mail: gaoyan1962@263.net)

Abstract: This paper studied viable control design for a class of hybrid systems on a region which is expressed by inequalities. Based on nonsmooth analysis, a sufficient viability condition for the systems on a given region is provided and the viable control design method is also given. The choice of the viable control input is transformed into solving an optimization problem and a quadratic program problem.

Key words: Hybrid systems; Viability; Differential inclusion; Nonsmooth analysis

1 引 言

混杂系统定义为连续变量子系统和离散事件子系统相互作用而构成的一类动态系统. 连续子系统的动态特征随时间发展不断演化,离散子系统的动态演化受事件的驱动,二者相互作用,使系统的运动轨迹整体上呈现离散位置的迁移,局部上呈现连续状态的渐近演化. 在综合了连续变量动态系统和离散事件动态系统演化特征的基础上,混杂系统表现出更加复杂的动态行为.

生存性是控制理论中的一个重要研究领域,控制理论中许多问题本质上都可以利用生存理论这一工具刻画并加以解决,例如系统的可达性(可控性)[1],李雅普诺夫稳定性[2,3],微分对策等[4]. 关于生存性的研究主要集中在给定一个区域,如何判断其是否为生存的和如何对生存域进行生存控制,即设计一个生存解. 所谓控制系统在一个区域上是生存的是指对于该域内任何初始条件,系统的运动都不离开此区域. 已有许多文献研究了控制系统的生存性问题[5-7]. 文献[2]给出了混杂系统关于任意集合的生存性判别准则. 本文给出混杂系统在不等式表示区域上生存的充分条件;然后从数值计算的角度来讨论如何设计生存控制器使系统在所给的区域上是生存的.

2 基于微分包含的生存理论

考虑一般形式的微分包含

$$x'(t) \in F(x),\ x \in \mathrm{R}^n, \tag{1}$$

其中 $F(x)$ 为 R^n 到 R^n 中子集的映射,当 $F(x) = \{f(x,u) \mid u \in U\}$ 时,微分包含(1) 为通常的非线性系统. 如果任给 $x \in \mathrm{R}^n$,对任意 $\varepsilon > 0$ 都存在 $\delta > 0$,使得对所有 x 当 $|x - x'| < \delta$时, $F(x') \subseteq F(x) + \varepsilon B$ (B 表示 R^n 中以原点为球心的闭单位球),则称集值映射 $F(\cdot): \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^{2^n}$ 是上半连续的. 如果 $F(\cdot): R^n \to R^{2^n}$ 是上半连续的,且函数 $F(x)$ 对所有 $x \in \mathrm{R}^n$ 是凸紧非空的,则称 $F(\cdot)$ 为 Marchaud 的. 如果 $\exists l > 0$,使 $\forall x, x' \in \mathrm{R}^n$, $F(x) \subseteq F(x') + l|x - x'| B$,则称 $F(\cdot)$ 为 Lipschitz 的.

定义 1[8,9] 设 $W \subset \mathrm{R}^n$,如果对任意初始状态 $x_0 \in W$,存在解 $x(t)$ 使得 $x(t) \in W$, $\forall t \geq 0$,则称

收稿日期: 2007-11-14; **修回日期**: 2008-05-07.
基金项目: 国家自然科学基金项目(10671126), 上海市重点学科建设项目(S30501).
作者简介: 高岩(1962—),男,黑龙江五常人,教授,博士生导师,从事光滑优化、混杂系统控制等研究; 娄志娥(1978—),女,安徽明光人,硕士生,从事混杂系统控制的研究.

集合 W 关于微分包含(1) 是生存的,这样的解 $x(t)$ 称为生存解.

定义 2[8,9]　设 $W \subset \mathbb{R}^n$ 非空,集合 W 在点 $x \in W$ 的切锥定义为

$$T_W(x) = \left\{ v \in \mathbb{R}^n \,\middle|\, \liminf_{t \to 0^+} \frac{1}{t} d_W(x + tv) = 0 \right\},$$

其中 $d_W(y)$ 为点 $y \in \mathbb{R}^n$ 到集合 W 的距离,即 $d_W(y) = \inf_{s \in W} \| y - s \|$.

定义 3[8]　设 $W \subset \mathbb{R}^n$ 非空,集合 W 在点 $x \in W$ 的法锥定义为

$$NP_W(x) = \{ p \mid \forall v \in T_W(x), \langle p, v \rangle \le 0 \}.$$

命题 1[8,9]　闭集 $W \subset \mathbb{R}^n$ 关于微分包含(1) 是生存的充要条件为

$$F(x) \cap T_W(x) \neq \varnothing, \quad \forall x \in W, \tag{2}$$

其中 $\varnothing$表示空集. 对于集合 W 的内点 x 有 $T_W(x) = \mathbb{R}^n$,这时式(2) 总成立,于是要判别式(2) 是否成立,只需考虑边界点.

引理 1[8]　设集值映射 $F(x)$ 为 $\mathbb{R}^n$ 中凸紧集且上半连续,则下面两个条件等价:

1) $\forall x \in W, F(x) \cap T_W(x) \neq \varnothing$;

2) $\forall x \in W, \forall p \in NP_W(x), \inf \langle F(x), p \rangle \le 0$.

定义 4[10]　设 $f(x)$ 为 R^n 上的凸函数,则存在凸紧集 $\partial f(x) \subset \mathbb{R}^n$ 使得其方向导数可表示为

$$f'(x; d) = \max_{\xi \in \partial f(x)} \langle \xi, d \rangle, \quad \forall d \in \mathbb{R}^n,$$

$\partial f(x)$ 称为 $f(x)$ 的次微分.

3　混杂系统的基本概念

考虑混杂系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), \ u \in U_C, \\ x \mid \to r(x, u), \ x \in J, u \in U_D. \end{cases} \tag{3}$$

其中:$x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量,$U = U_C \cup U_D$,$u \in U \subseteq \mathbb{R}^m$ 为控制输入,U_C 为连续控制输入集,U_D 为离散控制输入集,$f: \mathbb{R}^n \times U_C \to \mathbb{R}^n$ 为向量场,$r: \mathbb{R}^n \times U_D \to \mathbb{R}^n$ 为变迁映射,$J \subseteq \mathbb{R}^n$ 为变迁集. 系统的连续变化由方程 $\dot{x} = f(x, u)$ 决定,连续演化被离散变迁打断,而离散变迁的发生取决于当前状态:离散变迁发生当且仅当 $x \in J$,变迁到什么状态取决于当前状态和控制输入,即 $x \mid \to r(x, u)$.

定义 5(混杂时间集)　一个混杂时间集 $\tau = \{ I_i \}_{i=0}^N$ 是实轴上的有限或无限的区间列,满足:

1) $\forall i < N, \ I_i = [\tau_i, \tau_i']$;

2) 如果 $N < \infty$,则 $I_N = [\tau_N, \tau_N']$ 或者 $I_N = [\tau_N, \tau_N')$,可能有 $\tau_N' = \infty$;

3) $\forall i, \tau_i \le \tau_i' = \tau_{i+1}$.

不失一般性,假设 $\tau_0 = 0$.

定义 6(混杂系统的解)　设 $\tau = \{ I_i \}_{i=0}^N$ 是个混杂时间集,$x = \{ x_i(\cdot) \}_{i=0}^N$ 是函数序列,$x_i(\cdot): I_i \to X$;$u = \{ u_i(\cdot) \}_{i=0}^N$ 是个函数序列,$u_i(\cdot): I_i \to U$;则系统(3) 的解记为(τ, x, u),其满足:

1) 离散演化. $\forall i < N, x_i(\tau_i') \in J$ 且

$$x_{i+1}(\tau_{i+1}) = r(x_i(\tau_i'), u_i(\tau_i')).$$

2) 连续演化. $\forall i, \tau_i < \tau_i'$,有:

① $u_i(\cdot)$ 是勒贝格可测的;

② $x_i(\cdot)$ 是微分方程 $\dot{x}_i(t) = f(x_i(t), u_i(t))$ 在区间 I_i 上始于 $x_i(\tau_i)$ 的解;

③ $\forall t \in [\tau_i, \tau_i')$,有 $x_i(t) \notin J$.

4　生存性判别

假设 1　设 $f: \mathbb{R}^n \times U \to \mathbb{R}^n$ 连续且关于 x 是线性增长的,即 $\exists \lambda \ge 0$, $\forall (x, u) \in \mathbb{R}^n \times U$ 都有

$$| f(x, u) | \le \lambda (1 + | x |).$$

集值映射 $x \to \{ f(x, u) \mid u \in U \}$ 是 Marchaud 和 Lipschitz 的,其中 U 为紧集,J 为闭集.

引理 2[2]　考虑系统(3),$K \subseteq \mathbb{R}^n$ 是个非空闭集,时间区间 $T \ge 0$ 和一个精度参数 $\varepsilon > 0$,除了假设 1 成立外,下列条件也成立:

1) 存在 $c \in [0, 1)$ 使得对任意 $x \in J$ 都有

$$\inf_{u \in U} d_K(r(x, u)) \le c d_K(x);$$

2) 对于任意 $x \in K \backslash J$, $p \in NP_K(x)$ 有

$$\inf_{u \in U} \langle f(x, u), p \rangle \le 0.$$

则集合 K 关于系统(3) 是近似生存的,即闭环系统的所有始于 $x_0 \in K$ 的有限解(τ, x, u) 都满足

$$x_i(t) \in K + \varepsilon B, \ \forall I_i \in \tau, t \in I_i, | \tau | \le T.$$

引理 2 给出了任意非空闭集关于混杂系统近似生存的判别准则. 注意:第 2 个条件不需要在集合 K 外验证,此条件足以确保当状态离开 K 时,选择 K 上最近的点,并指向该方向将状态控制回 K 内.

考虑非空闭集

$$K = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \le 0, i = 1, 2, \cdots, m \}, \tag{4}$$

其中 $g_i(x)$ 为 $\mathbb{R}^n$ 上的连续可微函数. 集合 $U \subseteq \mathbb{R}^n$ 且 $U = U_C \cup U_D$,$U_D = \{ u_1, u_2, \cdots, u_s \}$ 为离散控制输入集,凸集 $U_C = \{ u \in \mathbb{R}^m \mid h_j(u) \le 0, j = 1, 2, \cdots, q \}$ 为连续控制输入集,其中 $h_j(u) (j = 1, 2, \cdots, q)$ 是 $\mathbb{R}^m$ 上的凸函数.

以下验证闭集(4) 关于系统(3) 的生存性,首先给出集合 K在 x 点处的约束品性. 给定点 $x \in \mathbb{R}^n$,定义指标集 $I(x) = \{ 1 \le i \le m \mid g_i(x) = 0, i = 1, 2, \cdots, m \}$,若 $I(x) = \varnothing$,则 x 为 K 的内点. 因为判别生存性只需考虑边界点,因此只需考虑 $I(x) \neq \varnothing$的情况. 下面给出集合 K 在 x 点的约束品性.

约束品性 1[8]　存在 $y_0 \in \mathbb{R}^n$,使得

$$\langle \nabla g_i(x), y_0 \rangle < 0,\ i = 1,2,\cdots,m.$$

约束品性 2[11] $\mathrm{cl}\gamma(x) = \Gamma(x)$ 成立,其中 cl 为闭包,有

$$\gamma(x) = \{y \in \mathbf{R}^n \mid \langle \nabla g_i(x), y \rangle < 0, i \in I(x)\}.$$
$$\Gamma(x) = \{y \in \mathbf{R}^n \mid \langle \nabla g_i(x), y \rangle \le 0, i \in I(x)\}.$$

以上两个约束品性是最优性条件研究中广为使用的约束品性,通常的集合都会满足这些假设.

命题 2[8,11] 如果集合 K 在 x 点满足约束品性 1 和 2,则有 $T_K(x) = \Gamma(x)$.

定理 1 考虑系统(3) 和集合(4). 集合(4) 在 x 点处满足约束品性 1 和约束品性 2,时间区间 $T \ge 0$ 和精度参数 $\varepsilon > 0$,除了假设 1 成立外,下列条件也成立:

1) 存在 $c \in [0,1)$ 使得对任意 $x \in J$ 都有

$$\inf_{u \in U_D} d_K(r(x,u)) \le c d_K(x);$$

2) 对于任意 $x \in K \backslash J$,有

$$\inf_{u \in U_C} \langle \nabla g_i(x), f(x,u) \rangle \le 0, i \in I(x).$$

则集合(4) 关于系统(3) 是近似生存的,即闭环系统的所有始于 $x_0 \in K$ 的有限解(τ, x, u) 都满足

$$x_i(t) \in K + \varepsilon B,\ \forall I_i \in \tau, t \in I_i, |\tau| \le T.$$

证明 比较引理 2 和定理 1 的条件可知,要证明定理 1 成立只需证明定理 1 的条件 2 与引理 2 的条件 2 等价. 取集值映射 $F_1(x) = \{f(x,u) \mid u \in U_C\}, x \in K \backslash J$,则微分包含 $x'(t) \in F_1(t)$,即为非线性系统 $\dot{x} = f(x,u)$. 由命题 2 知

$$T_K(x) = \{y \in \mathbf{R}^n \mid \langle \nabla g_i(x), y \rangle \le 0, i \in I(x)\},$$

于是由命题 1,集合(4) 关于系统 $\dot{x} = f(x,u)$ 生存的充要条件是对固定的 $x \in K \backslash J$,有

$$\{f(x,u) \mid u \in U_C\} \cap \{y \in \mathbf{R}^n \mid \langle \nabla g_i(x), y \rangle \le 0, i \in I(x)\} \ne \varnothing. \tag{5}$$

显然式(5) 等价于$\langle \nabla g_i(x), f(x,u) \rangle \le 0$. 又由引理 1 知条件(5) 等价于条件

$$\forall x \in K \backslash J, \forall p \in NP_K(x), \langle f(x,u), p \rangle \le 0.$$

因此,定理 1 的条件 2 与引理 2 的条件 2 等价. □

定理 1 实际上给出了系统生存解存在的一个充分条件,即如果系统的当前状态和生存控制 u 满足定理的条件 1) 和 2),则集合(4) 关于系统(3) 是近似生存的.

5 控制设计及仿真

对于一个系统,如何确定生存控制输入 u 使得该系统在给定集合上是生存的,这就是生存控制设计问题. 由定理 1 可知,要保证集合 K 关于系统(3) 的近似生存性,必须选择合适的生存控制 u 满足定理的判别条件 1) 和 2). 下面便利用定理 1 的这两个条件来确定生存控制 u. 以下分两个部分讨论:

1) 设系统(3) 的离散跳跃点只有有限个,记为 $x(\tau'_0), x(\tau'_1), \cdots, x(\tau'_n)\ (n < N)$,即 $J = \{x(\tau'_0), x(\tau'_1), \cdots, x(\tau'_n)\}$. 当系统状态 $x \in J$,也就是系统进行离散演化时,令 $g(x) = \max_{1 \le i \le m}\{g_i(x)\}$,则 $K = \{x \in \mathbf{R}^n \mid g_i(x) \le 0, i = 1,2,\cdots,m\}$ 等价于 $K = \{x \in \mathbf{R}^n \mid g(x) \le 0\}$,故状态 x 到集合 K 的距离为

$$d_K(x) = \min_{y \in K} \|x - g(y)\| = \min_{y \in K} \|x - \max_{1 \le i \le m} g_i(y)\|.$$

于是求解 $d_K(x)$ 只需求解优化问题

$$(\mathrm{P}_1)\quad \min \|x - \max_{1 \le i \le m} g_i(y)\|,$$
$$\text{s.t. } g_i(y) \le 0,\ i = 1,2,\cdots,m.$$

显然问题(P_1) 等价于

$$(\mathrm{P}_2)\quad \min G(y) = \min \|x - \max_{1 \le i \le m} g_i(y)\|^2,$$
$$\text{s.t. } g_i(y) \le 0,\ i = 1,2,\cdots,m.$$

问题(P_2) 是个约束极大极小优化问题,将其中的 x 换成 $r(x,u)$ 即可求出 $d_K(r(x,u))$,因此当系统进行离散演化时,生存控制可取为使不等式

$$d_K(r(x,u)) \le c d_K(x),\ u \in U_D$$

成立的 u. 下面来求解问题(P_2),(P_2) 的 KKT 最优性条件为[9]

$$\begin{cases} 0 \in \partial G(y) + \sum_{i=1}^{m} \gamma_i \nabla g_i(y), \\ \gamma_i g_i(y) = 0,\ i = 1,2,\cdots,m, \\ \gamma_i \ge 0,\ g_i(y) \le 0,\ i = 1,2,\cdots,m. \end{cases} \tag{6}$$

显然方程组(6) 等价于下面的系统:

$$\begin{cases} 2\left(x - \max_{1 \le i \le m} g_i(y)\right) \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(y) + \\ \quad \sum_{i=1}^{m} \gamma_i \nabla g_i(y) = 0; \\ \lambda_j\left(\max_{1 \le i \le m} g_i(y) - g_j(y)\right) = 0,\ j = 1,2,\cdots,m; \\ \sum_{j=1}^{m} \lambda_j = 1,\ \lambda_j \ge 0,\ j = 1,2,\cdots,m; \\ \gamma_i g_i(y) = 0,\ i = 1,2,\cdots,m; \\ \gamma_i \ge 0, g_i(y) \le 0,\ i = 1,2,\cdots,m. \end{cases} \tag{7}$$

其中 y, λ_i, γ_i 为变量,问题(P_2) 的 KKT 点为不等式系统(7) 的解.

为将系统(7) 转化为一个非光滑方程组,定义非线性互补函数

$$\phi(a,b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}.$$

其中:$a, b \in \mathbf{R}$,$\phi(a,b)$ 有性质[12]

$$\phi(a,b) = 0 \Leftrightarrow a \ge 0, b \ge 0, ab = 0.$$

利用非线性互补函数 $\phi(a,b)$ 可将系统(7) 转化为如下非光滑方程组:

$$
\begin{cases}
2\Big(x - \max\limits_{1\le i\le m} g_i(y)\Big)\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_i \nabla g_i(y) + \\
\sum\limits_{i=1}^{m}\gamma_i \nabla g_i(y) = 0; \\
\phi\Big(\max\limits_{1\le i\le m} g_i(y) - g_j(y), \lambda_j\Big) = 0,\ j = 1,2,\cdots,m; \\
\sum\limits_{j=1}^{m}\lambda_j = 1, \\
\phi(-g_i(y), \gamma_i) = 0,\ i = 1,2,\cdots,m.
\end{cases}
\tag{8}
$$

方程组(8) 是个非光滑方程组,不能用经典的牛顿法求解,下面将其光滑化后再求解. 定义

$$\phi_{\varepsilon_1}(a,b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2 + \varepsilon_1},$$

$$g_{\varepsilon_2}(y) = \varepsilon_2 \ln\Big(\sum_{i=1}^{m} e^{g_i(y)/\varepsilon_2}\Big).$$

其中:$\varepsilon_1,\varepsilon_2 > 0$,$\phi_{\varepsilon_1}(a,b)$ 和 $g_{\varepsilon_2}(y)$ 是连续可微的,且当 $\varepsilon_1 \to 0$ 时 $\phi_{\varepsilon_1}(a,b) \to \phi(a,b)$;当 $\varepsilon_2 \to 0$ 时 $g_{\varepsilon_2}(y) \to g(y)$. 在方程组(8) 中分别用 ϕ_{ε_1} 和 g_{ε_2} 代替 ϕ 和 g,得

$$
\begin{cases}
2\Big(x - \varepsilon_2 \ln\Big(\sum\limits_{i=1}^{m} e^{g_i(y)/\varepsilon_2}\Big)\Big)\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_i \nabla g_i(y) + \\
\sum\limits_{i=1}^{m}\gamma_i \nabla g_i(y) = 0; \\
\varepsilon_2 \ln\Big(\sum\limits_{i=1}^{m} e^{g_i(y)/\varepsilon_2}\Big) - g_j(y) + \lambda_j - \\
\sqrt{\Big(\varepsilon_2 \ln\Big(\sum\limits_{i=1}^{m} e^{g_i(y)/\varepsilon_2}\Big) - g_j(y)\Big)^2 + \lambda_j^2 + \varepsilon_1} = 0; \\
\quad j = 1,2,\cdots,m; \\
-g_i(y) + \gamma_i - \sqrt{g_i^2(y) + \gamma_i^2 + \varepsilon_1} = 0, \\
\quad i = 1,2,\cdots,m; \\
\sum\limits_{j=1}^{m}\lambda_j = 1.
\end{cases}
\tag{9}
$$

方程组(9) 连续可微,可用经典的牛顿法求解.

2) 当 $x \in K\backslash J$,即系统进行连续演化时,考虑定理 1 条件 2) 的不等式组

$$
\begin{cases}
\langle \nabla g_i(x), f(x,u)\rangle \le 0,\ i \in I(x); \\
h_j(u) \le 0,\ j = 1,2,\cdots,q.
\end{cases}
\tag{10}
$$

其中 $\langle \nabla g_i(x), f(x,u)\rangle$,$i \in I(x)$ 和 $h_j(u)$,$j = 1,2,\cdots,q$ 关于 u 均为 R^m 上的凸函数,因此不等式系统(10) 为凸不等式组. 下面利用解凸不等式组的投影方法[13] 来求解不等式系统(10). 任给初始点 $u_0 \in U$,对于当前迭代点 $u_k \in \mathrm{R}^m$,求它到下述线性不等式组构成集合上的投影:

$$
\begin{cases}
\langle \nabla g_i(x), f(x,u_k)\rangle + \\
\langle \zeta_i, (v - u_k)\rangle \le 0,\ i \in I(x); \\
h_j(u_k) + \langle \xi_j, (v - u_k)\rangle \le 0,\ j = 1,2,\cdots,q.
\end{cases}
$$

其中:$\zeta_i \in \partial(\langle \nabla g_i(x), f(x,u_k)\rangle)$,$i \in I(x)$;$\xi_j \in \partial(h_j(u_k))$,$j = 1,2,\cdots,q$.

对于可微点,ζ_i 可取 $\nabla\langle \nabla g_i(x)\ \nabla f(x,u_k)\rangle$,$\xi_j$ 可取 $\nabla h_j(u_k)$. 即求解下列二次规划问题:

$$
(\mathrm{P}_3)\quad \min\ \|v - u_k\|^2
$$

$$
\mathrm{s.t.}
\begin{cases}
\langle \nabla g_i(x), f(x,u_k)\rangle + \\
\langle \zeta_i, (v - u_k)\rangle \le 0,\ i \in I(x), \\
h_j(u_k) + \langle \xi_j, (v - u_k)\rangle \le 0, \\
\quad j = 1,2,\cdots,q.
\end{cases}
$$

记此问题的解为 v_k,则令 $u_{k+1} = u_k + w_k(v_k - u_k)$,其中 w_k 可取 $[\eta, 2-\eta](0 \le \eta \le 1)$ 中的任意值. 点列 $\{u_k\}$ 收敛到不等式组(10) 的一个解. 因此当 $x \in K\backslash J$ 时系统进行连续演化时取生存控制 u 为不等式系统(10) 的一个解即可.

例 1　考虑二维混杂系统

$$
\begin{cases}
\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + x_1)u_1 \\ -x_2 u_2 \end{pmatrix},\ x \in K\backslash J; \\
x \mapsto r(x,u) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix},\ x \in J.
\end{cases}
\tag{11}
$$

其中

$$U = \{(u_1,u_2) \in \mathrm{R}^2 \mid u_1^2 + u_2^2 \le 100\},$$

$$K = \{(x_1,x_2) \in \mathrm{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \le 25\},$$

$$J = \{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\},$$

初值为$(-1,0)$. 利用上述方法对系统进行生存控制,仿真结果如图 1 所示.

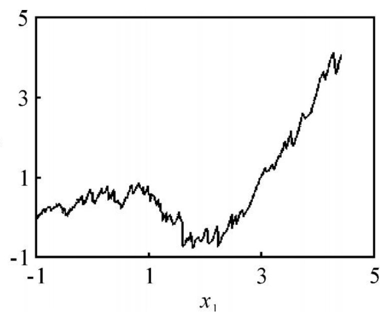

图 1　系统的相位图

6　结　　论

本文首先给出混杂系统在由不等式表示的区域上生存的一个充分条件;然后根据此充分条件给出可在数值上实现的生存控制设计方法. 该方法可以计算出合适的生存控制,使得系统在所给不等式表示的区域上是生存的. 另外,本文方法还可应用到系统的稳定性设计中.

参考文献(References)

[1] Gao Y, Lygeros J, Quincampoix M. On the reachability problem of uncertain hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(9): 1572-1586.

[2] Gao Y, Lygeros J, Quincampoix M, et al. On the control of uncertain impulsive systems: Approximate stabilization and controlled invariance[J]. Int J of Control, 2004, 77(16): 1393-1407.

[3] Quincampoix M, Seube N. Stabilization of uncertain control systems through piecewise constant feedback [J]. J of Mathematical Analysis and Applications, 1998, 218(1): 240-255.

[4] Cardaliaguet P, Quincampoix M, Saint-Pierre P. Pursuit differential games with state constraints[J]. SIAM J of Control and Optimization, 2002, 39(5): 1615-1632.

[5] **高岩. 线性控制系统的生存域**[J]. **控制与决策**, 2007, 22(7): 833-835.
(Gao Y. On viable set for a linear control system[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 833-835.)

[6] **高岩. 一类非线性控制系统关于非光滑区域生存性的判别**[J]. **控制与决策**, 2006, 21(8): 923-925.
(Gao Y. Determining the viability for a class of nonlinear control system on a region with nonsmooth boundary [J]. Control and Decision, 2006, 2006, 21(8): 923-925.)

[7] **高岩. 一类非线性控制系统可生存性的判别**[J]. **信息与控制**, 2005, 34(4): 510-512.
(Gao Y. Determining the viability for a class of nonlinear control system [J]. Information and Control, 2005, 34(4): 510-512.)

[8] Aubin J-P. Viability theory[M]. Boston: Birkhauser, 1991.

[9] Clarke F H, ledа Yu S, Stern R J, et al. Nonsmooth analysis and control theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.

[10] Hiriart-Urruty J B, Lemarechal C. Convex analysis and minimization[M]. Berlin: Springer-verlag, 1993.

[11] Demyanov V F, Rubinov A M. Constructive nonsmooth analysis [M]. Frankfurt am Main: Peterlang, 1995.

[12] Fisher M C. A special newton-type optimization method[J]. Optimization, 1992, 24(2): 269-284.

[13] Garcia-Palomares U M. A superlinearly convergence projection algorithm for solving the convex inequality problem[J]. Operations Research Letter, 1998, 22 (2): 97-103.

(上接第 253 页)

[9] **华罗庚, 王元. 数论在近似分析中的应用**[M]. **北京: 科学出版社**, 1978.
(Hua L G, Wang Y. The application of number theory in approximate analysis[M]. Beijing: Science Press, 1978.)

[10] **张铃, 张钹. 佳点集遗传算法**[J]. **计算机学报**, 2001, 24(9): 917-922.
(Zhang L, Zhang B. Good point set based genetic algorithm[J]. Chinese J of Computers, 2001, 24(9): 917-922.)

[11] **程军盛, 张铃. 基于佳点集遗传算法求解** Job-shop **调度问题**[J]. **计算机科学**, 2002, 29(4): 67-68.
(Cheng J S, Zhang L. Solving Job-shop scheduling problem using good point set based genetic algorithm [J]. Computer Science, 2002, 29(4): 67-68.)

[12] Xiao C X, Cai Z X. Using good nodes set principle to evolution strategy for constrained optimization[C]. The 26th Chinese Control Conf. Zhangjiajie, 2007: 722-726.

[13] Xiao C X, Cai Z X, Wang Y. Incorporating good nodes set principle into evolution strategy for constrained optimization[C]. ICNC2007. Haikou, 2007: 243-247.

[14] Xiao C X, Cai Z X, Wang Y. A good nodes set evolution strategy for constrained optimization [C]. 2007 IEEE Congress of Evolutionary Computation. Singapore, 2007: 943-950.

[15] Runarsson T P, Yao X. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2000, 4(3): 284-294.

[16] Liang J J, Thomas Philip Runarsson, Efren Mezura-Montes, et al. Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2006 Special Session on Constrained Real-Parameter Optimization [EB/OL]. (2006-09-18) http://www.ntu.edu.sg/home/EPNSugan/.

[17] Deb K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms[J]. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2000, 86 (2-4): 311-338.

[18] Hamida S B, Schoenauer M. ASCHEA: New results using adaptive segregational constraint handling[C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, 2002: 884-889.

[19] Cai Z, Wang Y. A multiobjective optimization based evolutionary algorithm for constrained optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10 (6): 658-675.