

文章编号: 1001-0920(2009)02-0259-05

基于奇异摄动理论的非仿射系统的输出调节问题

孟 博, 井元伟, 刘晓平

(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 基于奇异摄动的时标分解理论和动态逆设计的方法, 研究了一类非仿射非线性系统的输出调节问题. 通过控制律定义为一个快动态系统的解, 得到了指数稳定的误差系统状态方程, 从而实现了原系统的输出相对于外系统的参考信号具有零误差的跟踪效果. 结果表明在满足标准假设和一组偏微分方程有解的前提下, 该输出调节问题是可解的. 仿真实例表明了该理论方法的有效性.

关键词: 输出调节; 时标分解; 非仿射非线性系统; 动态逆设计; 零跟踪误差

中图分类号: TB114.3; TH122 **文献标识码:** A

Output regulation of nonaffine systems based on singular perturbation theory

MENG Bo, JING Yuanwei, LIU Xiaoping

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: MENG Bo, E-mail: mengbo_422@126.com)

Abstract: Output regulation problem is considered for a class of nonaffine nonlinear systems based on time-scale separation theory of singular perturbation and inverting design. The resulting control signal is defined as a solution of "fast" dynamics, by which a state function of error system is obtained whose index is exponentially stable. Then the control scheme can track the reference signal of the exosystem with zero error. The results show that, under standard assumptions, this problem is solvable if and only if a set of first-order nonlinear partial differential equations are solvable. A simulation example illustrates the effectiveness of the theoretical results.

Key words: Output regulation; Time-scale separation; Nonaffine nonlinear system; Dynamic inversion; Zero tracking error

1 引 言

控制理论的一个经典问题是, 如何设计一个反馈控制律 u , 致使一个受控装置的输出 $y(\cdot)$ 渐近地跟踪由外系统^[1,2]产生的参考输出 $y_{\text{ref}}(\cdot)$, 以及消除干扰 (\cdot) 对输出 $y(\cdot)$ 的影响, 实质上就是强迫跟踪误差 (即参考输出和实际输出之间的差) 随着时间无穷衰减为零. 目前, 仿射非线性系统的输出调节问题已经取得了一些标志性的研究成果^[3-7], 然而对于非仿射系统而言, 这些方法不能得到直接的推广. 如文献[8,9]所述, 系统 $\dot{x} = u + \exp(u)$ 是一个非线性系统, 给定 v , 无法求解出关于 u 的一个显示表达式, 能够使得 $u + \exp(u) = v$. 近年来, 有关非仿射非线性系统的稳定性问题取得了一定的进展,

文献[8-11]利用动态逆的方法设计了非仿射非线性系统的状态反馈控制律, 从而迫使原系统的状态渐近地跟踪一类指数稳定的线性系统, 并实现了 $o(\cdot)$ 的跟踪误差.

本文借助文献[3]中奇异摄动的相关理论并结合微分几何知识, 研究了非仿射非线性系统的输出调节问题, 所得闭环系统的零点是渐近稳定的, 系统的输出相对于参考信号实现了零跟踪误差, 较文献[4]的 $o(\cdot)$ 结果更为理想. 此外, 利用 Lyapunov 稳定性定理^[4], 给出了系统吸引区大小的估计 (即一个正不变子集), 并证明了系统轨线将在有限时间内进入该子集并始终保持在该子集内. 仿真曲线验证了理论方法的有效性.

收稿日期: 2008-03-15; 修回日期: 2008-07-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 教育部博士点基金项目(20020145007).

作者简介: 孟博(1981—), 女, 辽宁锦州人, 博士生, 从事非线性系统、奇异摄动理论的研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论、网络通信系统等研究.

2 问题陈述及系统模型描述

考虑如下形式的非仿射非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t), \\ &\dots \\ \dot{x}_{r-1}(t) &= x_r(t), \\ \dot{x}_r(t) &= f(x(t), z(t), u(t), t), \\ \dot{z}(t) &= g(x(t), z(t), u(t)), \\ y &= \Phi(x(t), z(t)), \\ S(x(t)) &= S(x(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $[x^T, z^T]^T$ 表示系统的状态向量, $x = [x_1, \dots, x_r]^T \in R^r$; u 是控制输入, y 是系统输出, r 是系统的相对阶; $D \subset R^r$, $D_z \subset R^{n-r}$ 和 $D_u \subset R$ 是中心在原点的有界闭集. 假设 $(x, z) = (0, 0)$ 是一个孤立的平衡点, 且 $f: D \times D_z \times D_u \times D \rightarrow R^r$, $g: D \times D_z \times D_u \times D \rightarrow R^{n-r}$ 在其定义域内是连续可微的函数. 假设 $\partial f / \partial u$ 在集合 $(x, z, u) \in D \times D_z \times D_u \times D$ 内除原点外是有界的, 即存在一个 $b_0 > 0$, 使得 $|\partial f / \partial u| > b_0$. (x, z, u) 是一个紧集, 表示系统可能的初始条件. 函数 f 不能求出关于 u 的逆显示表达式. 最后一个方程描述的是一个自治系统 (即外部系统), 定义在 R^s 空间包含原点的一个邻域 D 内, $S: D \rightarrow R^s$ 是光滑函数, $S=0$ 是一个稳定平衡点, 该系统具有中性稳定的性质. 文中用到的向量范数均为 2-范数, 即 $\|x\|_2$.

假设理想的输出轨线 $y_{\text{ref}}(t)$ 由中性稳定的自治系统 (外系统) 所产生, 即 $y_{\text{ref}} = q(\cdot)$, 令

$$e(t) = \Phi(x(t), z(t)) - q(t), \quad (2)$$

表示实际输出与参考信号的误差, 控制律表示为

$$u(t) = u(x(t), z(t), t). \quad (3)$$

系统 (1) 的输出调节问题可以描述如下:

要求 1 闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F(x(t), z(t), (x(t), z(t), 0), 0), \\ \dot{z}(t) &= g(x(t), z(t), u(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

的平衡点 $(x, z) = (0, 0, 0)$ 是渐近稳定的, $F = [x_2(t), \dots, x_r(t), f(x(t), z(t), u(t), 0)]^T$.

要求 2 对所有 $(x(0), z(0), (0)) \in D \times D_z \times D$, 闭环系统 (1), (2) 和 (3) 的状态轨线是有界的, 且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (5)$$

假设 1 存在流形 $x_d = (\cdot)$, $z_d = (\cdot)$, $u_d = c(\cdot)$ ($c(0) = 0, c'(0) = 0, c''(0) = 0$), 使得

$$\frac{\partial (\cdot)}{\partial (\cdot)} S = F(x_d, z_d, u_d, \cdot),$$

$$\frac{\partial (\cdot)}{\partial (\cdot)} S = (x_d, z_d, u_d),$$

$$0 = e(x_d(\cdot), z_d(\cdot), q(\cdot)), \quad (6)$$

其中 $x_d = [x_{d1}, \dots, x_{dr}]^T \in R^r$. 考虑变量变换

$$\tilde{x} = x - x_d, \quad \tilde{z} = z - z_d, \quad \tilde{u} = u - u_d$$

为跟踪误差信号, 则系统的误差动态方程表示为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= F(\tilde{x} + x_d, (\tilde{z} + z_d), u, \cdot) - F(x_d, z_d, u_d, \cdot), \\ \dot{\tilde{z}} &= (g(\tilde{x} + x_d, (\tilde{z} + z_d), u) - g(x_d, z_d, u_d)). \end{aligned} \quad (7)$$

基于文献 [8] 的相关结果, 动态逆控制通过如下方程得到:

$$\begin{aligned} f(x, z, u, \cdot) - f(x_d, z_d, u_d, \cdot) = \\ -a_r \tilde{x}_r - \dots - a_2 \tilde{x}_2 - a_1 \tilde{x}_1, \end{aligned} \quad (8)$$

进而得到指数稳定的闭环系统动态方程

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_d \tilde{x}(t), \quad (9)$$

其中矩阵 A_d 是 Hurwitz 的.

引入下面的快动态方程:

$$\dot{u}(t) = -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right) \tilde{f}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, u, \cdot), \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{f}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, u, \cdot) = \\ f(x(t), z(t), u(t), t) - \\ f(x_d(\cdot), z_d(\cdot), u_d(\cdot), \cdot) + \\ a_r \tilde{x}_r(t) + \dots + a_2 \tilde{x}_2(t) + a_1 \tilde{x}_1(t). \end{aligned}$$

令 $u = h(t, \tilde{x}, \tilde{z}, \cdot)$ 为 $\tilde{f}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, u, \cdot) = 0$ 的一个孤立根, 关于式 (7) 的降阶系统 (慢子系统) 的动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A_d \tilde{x}(t), \\ \dot{\tilde{z}}(t) &= \tilde{g}(\tilde{x}(t), \tilde{z}(t), u(t)). \end{aligned} \quad (11)$$

边界层系统的状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right) \tilde{f}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, v + \\ &h(t, \tilde{x}, \tilde{z}, \cdot), \cdot), \end{aligned} \quad (12)$$

$\tau = t/\epsilon$ 是系统的快时间刻度.

假设 2 系统 (11) 的零动态

$$\dot{\tilde{z}}(t) = \tilde{g}(0, \tilde{z}(t), u(t)) \quad (13)$$

的原点是一个指数稳定的平衡点, 且 \tilde{g} 是全局 Lipschitz 的, 关于 t 具有一致性.

该假设表明^[8], 存在 Lyapunov 函数 $V: [0, \infty) \times D \times \tilde{z} \rightarrow R$ 使得

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, \cdot) + \nabla V \cdot (t, \tilde{x}, \tilde{z}, \cdot) \\ - \mu (\tilde{x}, \tilde{z})^2, \end{aligned}$$

其中 $\mu > 0$ 是一个常数,且

$$\begin{pmatrix} \dot{t} \\ \dot{\tilde{z}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_d \\ -(\tilde{z}, h(t, \tilde{z})) \end{bmatrix}$$

3 主要结果

以下将系统写为更加紧凑的形式,即

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^{-1}(t, v + h(t, \tilde{z})), \quad (14) \end{aligned}$$

其中 $\tilde{z} = (\tilde{z}, \tilde{z})$. 令 $\tilde{z} = 0$, 上述系统简化为

$$\dot{v} = -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^{-1}(t, v + h(t, 0)), \quad (15)$$

该系统称作慢子系统或者降阶系统,在 $(t = \nu)$ 时间尺度下,系统(14)具有如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^{-1}(t, v + h(t, \tilde{z})), \quad (16) \end{aligned}$$

同样地,令 $\tilde{z} = 0$, 系统(16)降阶为

$$\dot{v} = -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^{-1}(t, v + h(t, 0)), \quad (17)$$

将状态 v, \tilde{z} 合并,用 x 表示所有的状态变量为

$$\dot{x} = \tilde{F}(t, x, \tilde{z}), \quad (18)$$

x 定义在一个开集 $U \subset R^{n+1}$ 上,令 $\tilde{z} = 0$, 从式(16)可以推断出存在 U 的一个 n 维子流形 E , 这个子流形完全由 $x = \tilde{F}(t, x, 0)$ 的平衡点组成,即对所有 $x \in E$, 都有 $\tilde{F}(t, x, 0) = 0$.

设

$$J_x = \left[\frac{\partial \tilde{F}(t, x, 0)}{\partial x} \right],$$

表示 $x(x \in E)$ 点的雅可比矩阵,则对 E 在 x 的切空间 $T_x E$ 包含于这个矩阵的核,即 $T_x E \subset \ker(J_x)$. 因为 E 中的每个点 x 可以零化 $F(\cdot, 0, \cdot)$, 因此可推断 J_x 至少有 n 个特征值为零,这些特征值称为矩阵的平凡特征值,而余下的一个特征值称为非平凡特征值. 由式(17), 该非平凡特征值的表达式为

$$= -\text{sign}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial v} (t, v + h(t, \tilde{z})) \right].$$

满足特征值条件^[8]

$$\text{Re}(\lambda) - \mu < 0.$$

J_x 具有如下形式:

$$J_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

引理 1^[3] 如果对于所有的 $x \in E$, J_x 的非平凡特征值具有负实部, $x_0 \in E$ 是降阶系统(15)的一个平衡点,并假设在 x_0 点的 Jacobian 矩阵

$$A_R = \left[\frac{\partial \tilde{F}(t, x, 0)}{\partial x} \right]_{x=x_0}$$

的所有特征值具有负实部,则存在 $\delta^* > 0$, 使得对任意的 $(0, \delta^*)$, 系统(18)在 x_0 附近有一个平衡点

x 满足以下性质:

1) x 是系统(18)包含点 x_0 在内的一个适当邻域内的唯一平衡点;

2) x 是一个渐近稳定的平衡点.

定理 1 存在 $\delta^* > 0$, 使得对于任意的 $(0, \delta^*)$, 原点是系统(11)和(12)的唯一渐近稳定的平衡点.

证明 首先,矩阵 J_x 的非平凡特征值,即满足特征值条件 $\text{Re}(\lambda) - \mu < 0$, 其中常数 $\mu > 0$.

其次,系统在原点的 Jacobian 矩阵 A_R 的特征值具有负实部,因此系统(11)和(12)在原点附近有唯一渐近稳定的平衡点 x .

本例中,对于任意的 $(0, \delta^*)$, 有 $\tilde{F}(t, 0, \cdot) = 0$, 所以该平衡点就是原点,即 $x = 0$.

系统方程(1), (10)有唯一解 (t) 和 $z(t)$, 且

$$(t) = z_a(t), \quad z(t) = z_a(t)$$

对于所有 $t \in [T, \infty)$ 是一致成立的.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\Phi(t, z(t)) - q(t)) = 0.$$

$$(\Phi(z_a(t), z_a(t)) - q(t)) = 0.$$

引理 2^[4] 系统(17)的状态在有限时间内收敛到 $o(\cdot)$.

定理 2 对任意的 $(0, \delta^*)$, 其中 $0 < b < c$, 存在 $\delta^* > 0$, $\delta^* = \min(\delta_1, \delta_2)$, 使得对于任意 $(0, \delta^*)$ 系统(14)的轨线将在有限时间内进入集合并最终渐近收敛为零. δ^* 是吸引区内的一个正不变子集.

证明 这里定义集合 $c, \delta^* = c \times \delta^*$. 由降阶系统(15)的渐近稳定特性,可以定义 R 为系统的吸引区. 选择 $c(c > 0)$ 使得 c 在系统(15)的吸引区内,即 $c \subset R$, c 是一个紧集, $\delta^* > 0$ 是常数.

计算 $V(\cdot)$ 沿系统轨线(14)的导数,得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(\cdot) &= \frac{\partial V}{\partial t}(t, \tilde{z}) + \frac{\partial V}{\partial v}(v, h(t, \tilde{z})) + \\ &\quad \frac{\partial V}{\partial v}(v, v + h(t, \tilde{z})) - \\ &\quad (v, h(t, \tilde{z})). \end{aligned}$$

由函数 f 的连续可微性,存在一个与 δ^* 无关的常数 L_1 , 使得对任意 $(v, \tilde{z}) \in c$, 有

$$\begin{aligned} & (v, v + h(t, \tilde{z})) - \\ & (v, h(t, \tilde{z})) \leq L_1 \|v\|, \\ \dot{V}(\cdot) & \leq -\mu \|v\|^2 + L_1 L_2 \|v\|, \end{aligned}$$

其中 L_2 是 $\partial V / \partial v$ 在 c 中的上界.

由均值定理^[4], 边界层系统可写为如下形式:

$$\dot{v} = v + (v, \tilde{z}), \quad (19)$$

其中 $\tilde{z} = -\text{sign}(\partial f / \partial u) [\partial \tilde{F} / \partial v]_{v=0}(v, \tilde{z})$ 满足^[4]

$$\frac{W(v)}{v} \rightarrow 0 \text{ as } v \rightarrow 0,$$

则对任意的 $k > 0$ 存在 $l > 0$, 使得

$$W(v) < kv, \forall v < l.$$

选择边界层系统的 Lyapunov 函数为

$$W(v) = -\frac{1}{2}v^2,$$

满足 $-\dot{W} = l^2/2 - k^2$, 保证在集合 $\{v < l\}$ 内对于任意 v , 有

$$W(v) \leq -\frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v \leq \sqrt{-2W}.$$

代入慢系统的 Lyapunov 函数表达式, 得到

$$\dot{V} = -\mu v^2 + L_1 L_2 \sqrt{-2W}.$$

选择 $\mu = L_1 L_2 \sqrt{-2W} / c$, $c = \min_c(\mu v^2)$, ∂c

表示集合 c 的边界, 则对于任意的 $0 < \epsilon < 1$, (v, \dots) $\{V(\cdot) = c\} \times \mathbb{R}^n$, 有 $\dot{V} < 0$.

计算 $W(v)$ 沿系统轨线(19)的导数, 有

$$\dot{W}(v) = \frac{d}{dt}(-\frac{1}{2}v^2) = -kv^2 < 0.$$

选择 k 满足 $k > l^2/2$, 从而保证 $\dot{W} < 0$, 当且仅当 $v = 0$ 时, $\dot{W}(v) = 0$. 由 LaSalle's 不变原理, 对任意的 $(0, \dots)$, 是吸引区内的一个正不变子集.

现在考虑系统的初始状态为 $(v_0, \dots) \in c, b < c, v_0 \in c$ (符合一般的情况), 可以验证边界层的初始状态满足 $v_0 < a$, 其中 a 是某个非负常数, 与 v_0 和 v_0 有关. 由于 v_0 在 b 内, 存在一个有限时间 T_0 与 v_0 无关, 使得初始于 b 内的轨线在 T_0 时间内一直保持在 c 内, 即对所有 $t \in [0, T_0]$, $(t) \in c$, 且在此段时间区间内, 有

$$W(v) \leq -\frac{1}{2}v^2, \quad v \leq \sqrt{-2W},$$

$$\dot{W}(v) = \frac{d}{dt}(-\frac{1}{2}v^2) = -kv^2 < 0.$$

选择 l 可以使得 $v_0 \in \{v < l\}$, 利用 v 比指数模型 $(1/\mu)e^{-\mu t}$ 衰减快的结论^[4], 可以得到

$$W(v(t)) \leq -\frac{a^2}{2} \exp(-\mu t/2),$$

进而令 $W(v) = -\frac{a^2}{2}$, 求出

$$T(\epsilon) = \frac{2}{\mu} \ln\left(\frac{a^2}{2\epsilon}\right).$$

其中 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} T(\epsilon) = 0$, 当 $t > T(\epsilon)$ 时, 有 $W(v) < -\frac{a^2}{2}$. 取 ϵ 足够小, 使得对于所有 $(0, \dots)$, $T(\epsilon) < T_0$, 系统的状态轨线将在有限时间间隔 $[0, T(\epsilon)]$ 内进入集合 $c \times \mathbb{R}^n$.

4 仿真例子

考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= z(t) + x_1(t) + u(t) + \exp(u(t)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -z(t) + \sin(t), \\ y(t) &= x_1(t). \end{aligned} \tag{20}$$

外系统为正弦曲线

$$S = \begin{bmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{bmatrix}, y_d(\cdot) = \sin(\cdot), \quad R^2, d > 0,$$

满足假设 1 的输出调零流形的解为

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2}, \quad a_2 = 2, \quad z_d = \cos(\frac{1}{2}t) + \frac{1}{2}, \\ u_d + \exp(u_d) &= 2 - 2\frac{1}{2} - \cos(\frac{1}{2}t). \end{aligned}$$

设计控制律 u 使得 $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2]^T$ 跟踪线性系统

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \tilde{x}(t)$$

的状态, $x_0 = [1, 0.5]^T, z_{x0} = 0.1, \tilde{x}_0 = 0.1, h$ 为映射

$$(t, \tilde{x}, \tilde{z}, u) \mapsto (t, \tilde{x}_1 - \tilde{z} - \frac{1}{2}, -2\tilde{x}_1 - 2\tilde{x}_2).$$

表示微分同胚变换 $u/\tilde{x} + \exp(u)$, 有

$$\begin{aligned} \tilde{f}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, u, \cdot) &= \\ \tilde{z}(t) + \tilde{x}_1(t) - 2 + 2\frac{1}{2}(t) + \\ \cos(\frac{1}{2}t) + u + \exp(u). \end{aligned}$$

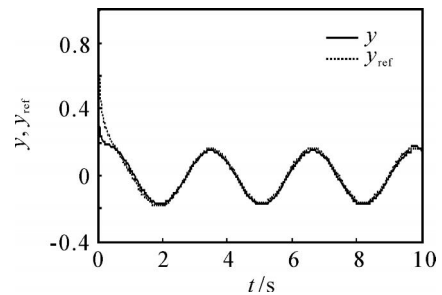


图 1 输出量 y 的跟踪效果

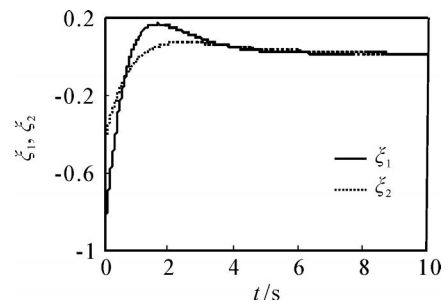


图 2 状态向量 (x_1, x_2) 的跟踪误差

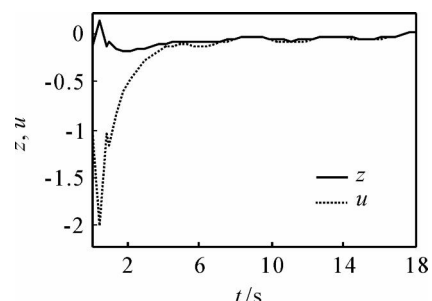


图 3 状态 (z) 和控制量 (u) 的跟踪误差

图 1 显示了 $y(t)$ 相对于参考输出 $y_d(t)$ 的跟踪效果,图 2 和图 3 显示了状态向量和控制量的跟踪误差.

5 向多输入系统的推广

对于多输入非仿射非线性系统,降阶系统为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A_d \tilde{x}(t), \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0, \\ \dot{\tilde{z}}(t) &= \tilde{f}(\tilde{x}(t), \tilde{z}(t), u(t)), \tilde{z}(0) = \tilde{z}_0. \end{aligned} \quad (21)$$

边界层系统为

$$dv/d\tau = P^{-1}(t, \tilde{x}, \tilde{z}, v + h(t, \tilde{x}, \tilde{z}), \tau), \quad (22)$$

定理 3 对任意的 $(0, \tau_1)$, $\tau_1 > 0$,原点是唯一渐近稳定的平衡点,且 $(t) = v_d(t), z(t) = z_d(t)$,对所有 $t \in [T, \infty)$ 一致成立.

定理 4 对任意的 $(0, \tau_1)$,其中 $0 < b < c$,存在 $\tau_2^* > 0, \tau_2^* = \min(\tau_1, \tau_2)$,使得对每个 $(0, \tau_2^*)$,系统状态轨线将在有限时间内进入集合 Ω ,并最终实现渐近稳定.

证明 矩阵 J_x 的非平凡特征值,即满足特征值条件

$$\lambda_i = P^{-1} \left[\frac{\partial \tilde{f}}{\partial v}(t, \tilde{x}, v + h(t, \tilde{x}, \tilde{z}), \tau) \right],$$

$$\operatorname{Re}(\lambda_i) - \lambda_1 < 0, \lambda_1 > 0.$$

选择 Lyapunov 函数为 $W(v) = v^T P v$,其中 P 是 Lyapunov 方程 $P^T + P = -I$ 的解,选择 τ 使得在集合 $v < l$ 内,即 $l^2 P > \tau^2$. 计算 $W(v)$ 沿系统轨线(22) 的导数

$$\dot{W}(v) = \frac{1}{2} (-v^2 + 2k P v^2),$$

选择 k 为 $k < 1/2 P$ 使得 $\dot{W} < 0$,当且仅当 $v = 0$ 时, $\dot{W}(v) = 0$. 因此 Ω 是一个正不变子集.

$$W(v(t)) \leq \frac{\alpha^2 \max(P)}{2} \exp(-t/2 \max(P)),$$

$$T(\tau) = 2 \max(P) \ln\left(\frac{\alpha^2 \max(P)}{4}\right).$$

选择 τ_2 ,使得对任意的 $(0, \tau_2)$, $T(\tau) < T_0$. 定理成立.

6 结 论

本文基于奇异摄动理论提出了一种解决非仿射系统输出调节问题的新方法,该方法将原始系统输出调节问题转化为标准的奇异摄动系统的求解问

题.有关稳定性的证明表明了闭环系统的所有信号都是最终一致有界的,且跟踪误差为指数收敛.以上结果均在多输入系统中得到了推广.仿真结果表明了所提出方法在处理该问题时的有效性.

参考文献(References)

- [1] Zhengtao D. Output regulation of uncertain nonlinear systems with nonlinear exosystems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(1): 498-503.
- [2] Zairong X, Zhengtao D. Global output regulation of a class of nonlinear systems with nonlinear exosystems [C]. IEEE Proc on Decision and Control. San Diego, 2006: 3260-3264.
- [3] Isidori A. Nonlinear control systems [M]. Secaucus: Springer, 1995.
- [4] Khalil H K. Nonlinear systems [M]. New York: Prentice Hall, 2002.
- [5] Jie H, Zhiyong C. A general framework for tackling the output regulation problem [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(12): 2203-2218.
- [6] Mcgreogr K N, Byrnes I C, Isidori A. Results on nonlinear output regulation for MIMO systems [C]. IEEE Proc on American Control Conf. Minneapolis Minnesota, 2006: 5795-5800.
- [7] Mcgreogr K N, Byrnes I C, Isidori A. Results on global robust output regulation[C]. IEEE Proc on Decision and Control. San Diego, 2006: 5240-5245.
- [8] Hovakimyan N, Lavretsyk E, Sasane A. Dynamic inversion for nonaffine-in-control systems via time-scale separation: Part 1 [C]. IEEE Proc on American Control Conf. Portland, 2005: 3542-3547.
- [9] Hovakimyan N, Lavretsyk E, Chengyu C. Dynamic inversion of multi-input nonaffine system via time-scale separation[C]. IEEE Proc on American Control Conf. Minneapolis Minnesota, 2006: 3594-3599.
- [10] Hovakimyan N, Lavretsyk E, Sasane A. Stabilization of nonaffine nonlinear systems using time-scale separation[C]. 16th IFAC World Congress. Prague, 2005: 3125-3127.
- [11] Lavretsyk E, Hovakimyan N. Adaptive dynamic inversion for nonaffine-in-control systems via time-scale separation: Part 2 [C]. IEEE Proc on American Control Conf. Portland, 2005: 3548-3553.