

文章编号: 1001-2092(2009)02-0176-05

面向冗余机器人实时控制的逆运动学求解有效方法

潘 博, 付宜利, 杨宗鹏, 王树国

(哈尔滨工业大学 先进机器人及系统国家重点实验室, 哈尔滨 150080)

摘 要: 针对 7 自由度冗余机器人实时运动控制, 对机器人逆运动学提出了一种新的求解方法. 采用位姿分解方式, 使 7 自由度冗余机器人逆运动学简化为 4 自由度位置逆运动学求解. 在梯度投影法得到位置优化解的基础上, 利用机器人封闭解公式求得一组优化解. 通过对 7 自由度机器人仿真分析, 表明了该方法的有效性.

关键词: 冗余机器人; 实时控制; 逆运动学; 雅可比矩阵

中图分类号: TP241.3 **文献标识码:** A

Efficient inverse kinematics solution for redundant robots to real time control

PAN Bo, FU Yi2li, YANG Zong2peng, WANG Shu2guo

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China.

Correspondent: PAN Bo, E-mail: panbo4034@163.com)

Abstract: A new inverse kinematics control scheme for a 7DOF redundant robot is presented. Based on the geometric feature of redundant robots, inverse kinematics of 7DOF robot is reduced to kinematics of 4DOF position. Gradient projection method is used to optimize position for the robot. Then a group of optimized solution can be obtained based on optimizing position solution and closed form solution gotten by analytic method. Results of simulation on a 7DOF robot show the effectiveness of the scheme.

Key words: Redundant robot; Real time control; Inverse kinematics; Jacobian matrix

1 引 言

冗余机器人是指含有自由度数多于完成某一作业所需要最少自由度数的一类机器人. 利用该冗余特性, 可以完成诸多的灵活操作, 如避开机器人内部奇异构型、躲避操作空间障碍、克服关节极限和改善动态性能等^[1,2]. 因此, 冗余机器人受到了人们广泛的重视和深入的研究.

Dubey^[3]研究了关节坐标空间分解法, 将雅可比矩阵分解为一个方形子阵和一个长方形子阵, 通过寻求关节速度的特解得到关节速度, 从而无需计算伪逆, 提高了运算效率. 由于梯度投影法在求逆时存在误差, 因此祖迪提出了二次计算的方法^[4], 即首先用梯度投影法得到优化不精确解, 再根据系统结构特点用固定关节法进行二次计算, 最终得到一组精确的优化解. 这种二次算法被陈伟海等人用在 BUAA2RR 冗余机器人的控制中^[5]. Kwang2Kyu Lee 对冗余机器人多性能指标进行研究, 给出的算

法不需要建立综合的多性能指标函数, 最后应用于双臂机器人的实时控制^[6]. 陈奎应用模糊算法对冗余机器人多性能指标融合算法展开了研究, 并成功应用于卫星在轨自维护系统控制^[7]. 王连圭研究冗余机器人的自运动控制问题, 给出了一种可以跳出局部最小点的非连续切换控制算法^[8]. 赵建文等对 P2S5 型冗余机器人的自运动流形进行研究, 给出了基于向量代数自运动流形解析表达式^[9].

本文针对具有球形手腕的 7 自由度机器人结构, 提出一种适用于实时控制的高效逆运动学求解方法.

2 梯度投影法

设 $X, \dot{X} \in \mathbb{R}^m$ 为机器人末端位姿和速度; $H \in \mathbb{R}^n$ 为机器人关节角坐标和角速度; $J \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为机器人雅可比矩阵. 机器人末端点速度正运动学表示为

$$\dot{X} = J\dot{H} \quad (1)$$

当 J 为方阵 ($m = n$) 且满秩情况下, 取得期望机器

收稿日期: 200712220; 修回日期: 200804224.

基金项目: 国家 863 计划项目(2007AA04Z248).

作者简介: 潘博(1981), 男, 黑龙江双鸭山人, 博士生, 从事机器人控制、医疗机器人技术的研究; 付宜利(1966), 男, 河北秦皇岛人, 教授, 博士生导师, 从事机器人技术、数字化装配等研究.

人末端速度所需要的关节速度具有唯一解

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (2)$$

如果 \mathbf{J} 奇异或为非方阵 ($m < n$), 则关节速度表示为

$$\dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{H}}^* - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{H}}_1^* \mathbf{T}^* \dot{\mathbf{H}}_2^* \\ \dot{\mathbf{H}}_2^* \mathbf{T}^* \dot{\mathbf{H}}_1^* \end{bmatrix} \dot{\mathbf{H}}_1^* + \ddot{\mathbf{H}}, \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J}_m^{-1} (\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{k} \mathbf{J} \ddot{\mathbf{H}}) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{J}_m^{-1} \mathbf{A} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式中: \mathbf{J}_m 为 \mathbf{J} 去掉一列后得到的 6×6 满秩方阵, \mathbf{A} 为去除的列向量, $\ddot{\mathbf{H}}$ (\mathbf{H}) 为优化指标 $H(\mathbf{H})$ 的梯度.

式(3)可通过适当的优化指标来寻找机器人执行任务的最优解, 并通过修改系数 \mathbf{k} 的大小来改变优化速率. 避免求解雅可比矩阵的伪逆, 缩短求解逆运动学逆解时间. 但当前关节角位置是对关节速度积分来获得位置上的控制, 速度是实时变化的, 而在计算中每个采样周期内的速度是假定不变的, 因此机器人末端会产生累计误差.

3 位姿分解算法

为利于进行机器人实时控制, 减小采用梯度投影法产生的累计误差, 针对具有球形手腕的 7 自由度机器人结构特点, 采用位姿分解方法将 7 自由度机器人逆运动学求解, 分解为 4 自由度位置求解和 3 自由度姿态求解. 进而将 7 自由度机器人冗余逆运动学求解问题转化为 4 自由度位置冗余问题. 采用梯度投影法进行计算, 确定一组优化关节角度并取出所需关节角度, 根据机器人封闭解公式确定其他关节角度. 这样不但减小运动误差, 提高了运动规划准确性, 而且提高了冗余逆运动学算法的运算速度. 下面以 7 自由度机器人为例, 具体阐述这种算法.

3.1 7 自由度机器人模型

下面以哈尔滨工业大学机器人研究所自行研制的 7 自由度内窥镜操作机器人为研究对象^[10]. 根据 D-H 法建立机器人各关节参考坐标系如图 1 示, 关节参数如表 1 示. 关节 1 为直线关节, 其余关节为转动关节.

3.2 基于位姿分解的机器人封闭解

机器人腕部关节 5~ 关节 7 的轴线相交于点 W , W 位置由关节 1~ 关节 4 确定, 故采用位姿分解方法求解机器人位置逆运动学. 基于位姿分解思想, 将机器人末端实现给定位姿按照下述步骤完成: 1) 关节 1~ 关节 4 运动, 将末端点 W 调整到目标点; 2) 关节 5~ 关节 7 运动, 使末端点 W 处姿态满足给定要求.

W 点位置 (w_x, w_y, w_z) 由关节 1~ 关节 4 确定,

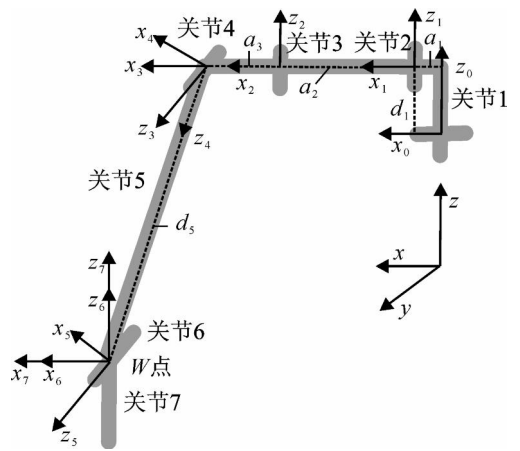


图 1 机器人模型参考坐标

表 1 机器人运动学参数

关节	A_i (b)	a_i / mm	d_i / mm	关节范围
1	0	130	d_1	- 200 ~ 200mm
2	0	400	0	- 90b ~ 90b
3	- 90	110	0	- 140b ~ 140b
4	- 90	0	0	- 45b ~ 45b
5	90	0	429.6	- 80b ~ 80b
6	90	0	0	- 75b ~ 75b
7	0	0	0	- 360b ~ 360b

由于关节 2 和关节 3 轴线平行绝对 z 轴, 则 w_z 由关节 1 和关节 4 确定. 规定角 H 的正弦、余弦简化表示如下: $s_i = \sin H_i$, $c_i = \cos H_i$, $s_{i+1} = \sin(H_i + H_{i+1})$, $c_{i+1} = \cos(H_i + H_{i+1})$. 得

$$d_1 = w_z + d_5 s_4. \quad (6)$$

$r_1 = a_2, r_2 = a_3 + d_5 c_4$. 通过几何关系可得

$$\begin{cases} r^2 = (w_x - a_1)^2 + w_y^2, \\ r^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos H, \end{cases} \quad (7)$$

得

$$H = \arccos\left(\frac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right), \quad (8)$$

$$H = \arctan\left(\frac{w_y}{w_x - a_1}\right) - \arcsin\left(\frac{r_2 s_4}{r}\right). \quad (9)$$

机器人 W 点处姿态矢量为 $\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}$, 则由 \mathbf{a} 矢量的分量 a_x, a_y, a_z 得

$$H = \arcsin\left(\frac{S_2 s_3 a_x - C_2 s_3 a_y}{S_6}\right), \quad (10)$$

$$H = \arccos((C_2 s_3 a_x + S_2 s_3 a_y) S_4 + C_4 a_z). \quad (11)$$

由矢量 \mathbf{n} 和 \mathbf{o} 矢量的分量 n_z, o_z 得

$$H = A \tan 2\left(\frac{E_0 o_z - E_1 n_z}{E_0^2 + E_1^2}, \frac{E_1 o_z - E_0 n_z}{E_0^2 + E_1^2}\right), \quad (12)$$

$$E_0 = c_6 c_5 s_4 + s_6 c_4, \quad (13)$$

$$E_1 = s_4 s_5. \quad (14)$$

通过式(6)~ (14), d_1, H, H, H, H, H 均可由 H 表示. 给定机器人末端位姿, 不同的 H 值可以得到

无穷多组逆解.

3.3 基于位姿分解梯度投影法

7自由度机器人雅可比矩阵 $J_{6@7}$ 可表示为

$$J = [J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad J_4 \quad J_5 \quad J_6 \quad J_7].$$

利用梯度投影法计算最小范数解的过程中需计算 J_m 的逆矩阵,而在实际应用中很难采用解析方法求解 J_m 的逆矩阵,采用数值方法又需要较大的计算量.因此,提出基于位姿分解方法将7自由度机器人冗余逆运动求解转化为4自由度位置冗余问题.利用矢量积法求出机器人 W 点处相对于初始坐标系的位置雅可比矩阵 $J_{3@4}$.

$$J = [J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad J_4] = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 s_2 - (a_3 - d_5 s_4) s_{23} & - (a_3 - d_5 s_4) s_{23} & -d_5 c_{23} c_4 \\ 0 & a_2 c_2 + (a_3 - d_5 s_4) c_{23} & (a_3 - d_5 s_4) c_{23} & -d_5 s_{23} c_4 \\ 1 & 0 & 0 & d_5 s_4 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

选取 J_4 为 A 向量,则

$$J_m = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 s_2 - (a_3 - d_5 s_4) s_{23} & - (a_3 - d_5 s_4) s_{23} \\ 0 & a_2 c_2 + (a_3 - d_5 s_4) c_{23} & (a_3 - d_5 s_4) c_{23} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

易求得 J_m 的逆矩阵 J_m^{-1} 为

$$J_m^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{23}}{a_2 s_3} & \frac{s_{23}}{a_2 s_3} & 0 \\ -\frac{a_2 c_2 - (a_3 - d_5 s_4) c_{23}}{a_2 s_3 (a_3 - d_5 s_4)} & -\frac{a_2 s_2 - (a_3 - d_5 s_4) s_{23}}{a_2 s_3 (a_3 - d_5 s_4)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

由式(5)得

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ -d_5 s_4 \\ \frac{d_5 c_4}{a_2 s_3} \\ -\left(\frac{c_3 d_5 c_4}{s^3(a_3 - d_5 s_4)} + \frac{d_5 c_4}{a_2 s^3}\right) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

由给定机器人性能优化函数 $H(H)$, W 点线速度 \hat{X} , 结合式(4), (17) 计算得到 \hat{H} , 由式(3) 最终得到优化解 \hat{H} 取出 H 并代入所求得的封闭解, 求出其余关节角度. 由上实例可看出, 基于位姿分解梯度投影法可以给出 \hat{H} 解析表达式, 利用式(17) 减小了计算 \hat{H} 数值计算量, 为机器人实时控制奠定了基础.

下面给出采用基于位姿分解梯度投影法求解7自由度机器人逆解的算法步骤:

Step1: 根据机器人结构特点求解逆运动学封闭解公式及机器人位置雅可比矩阵 $J_{3@4}$;

Step2: 根据规划轨迹计算出机器人末端点的线速度 \hat{X} 及位姿 X ;

Step3: 确定系数 K , 并根据优化性能函数 $H(H)$ 计算瞬时梯度 $\nabla H(H)$;

Step4: 计算 \hat{H} , \hat{H} , 最终得到定位关节的优化解 \hat{H}

Step5: 如果 \hat{H} 在关节极限之内, 则提取任一关节角用于下一步计算; 如 \hat{H} 超出关节极限, 则减小系数 K 的值, 使 \hat{H} 在关节极限之内;

Step6: 提取任一关节角, 并根据机器人封闭解公式计算其余关节角度, 得到用于伺服控制关节角度值;

Step7: 计算下一时刻线速度 \hat{X} 及位姿 X , 利用 Step2 ~ Step6 求解关节角度值, 直至规划完成.

4 实验研究

机器人末端姿态 R_t 表示为

$$R_t = ROT(Z, B) ROT(Y, A) ROT(a, C).$$

其中: ROT 为机器人旋转矩阵; A 为内窥镜绕绝对 Y 轴旋转角度; B 为内窥镜绕绝对 Z 轴旋转角度; C 为内窥镜绕相对 a 轴旋转角度.

设定机器人末端运动轨迹为从 P_0 点沿空间直线轨迹运动到 P_n 点. P_0 点处机器人末端姿态角为 $A = 0b, B = 0b, C = 0b$, 则机器人齐次变换矩阵为

$$T_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 800 \\ 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

对应机器人初始关节角为

$$H = (20, -33.623b, 84.986b, 0b, 0b, 0b, -51.363b).$$

P_n 点处机器人末端点姿态角为 $A = 30b, B = 45b, C = 0b$, 对应机器人齐次变换矩阵为

$$T_n = \begin{bmatrix} 0.6124 & -0.7071 & 0.3536 & 500 \\ 0.6124 & 0.7071 & 0.3536 & 600 \\ -0.5 & 0 & 0.8660 & -80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

采用梯形速度曲线进行轨迹规划, 速度、加速度、采样时间、姿态角步长参数如下:

$$\begin{aligned} v_0 &= 0 \text{ mm/s}, v_n = 0 \text{ mm/s}, a = 2 \text{ mm}^2/\text{s}, \\ t &= 0.1 \text{ s}, T = 66.5 \text{ s}, \$A = 30/10T, \\ \$B &= 45/10T, \$C = 0. \end{aligned}$$

为避免关节极限, 定义优化函数

$$H(H) = \prod_{i=1}^n k_i \frac{(H_{\max} - H_{\min})^2}{(H_{\max} - H)(H - H_{\min})}.$$

在关节极限附近, H 值较大, 到达关节极限时, H 值无穷大; k_i 为关节权值, 梯度给出了关节运动方向, 调整 k_i 可以调整关节运动范围, 对避免关节极限具有一般性. 取 $k_1 = 100, k_2 = 1, k_3 = 3000, k_4 =$

表 2 自运动过程实验误差

次数	Err_ax	Err_ay	Err_az	Err_px	Err_py	Err_pz
1	$1.1 * 10^{-4}$	$- 6 * 10^{-6}$	$1.1 * 10^{-4}$	0.2377	0.0733	- 0.1993
2	0.0358	$- 9 * 10^{-6}$	- 0.013	0.2066	0.0811	- 0.21
3	0.0358	$- 5.3 * 10^{-5}$	- 0.0126	0.2196	0.085	- 0.2077
4	0.0358	- 0.0011	- 0.0129	0.2078	0.0802	- 0.2073
5	0.0358	$- 2.4 * 10^{-4}$	- 0.0127	0.2081	0.0836	- 0.2073

1 进行运动规划, 关节角度极限参照表 1, 采用优化函数 $H(H)$ 得到机器人关节优化速度曲线如图 2 所示. 关节 3 末时刻的角度为 $71.453b$, 当 $k_3 = 1$ 时保持其他关节权值不变, 得到机器人关节 3 末时刻角度为 $82.574b$. 由于关节 3 权值减小, 致使关节 3 在此次运动过程中转动角度产生增大趋势.

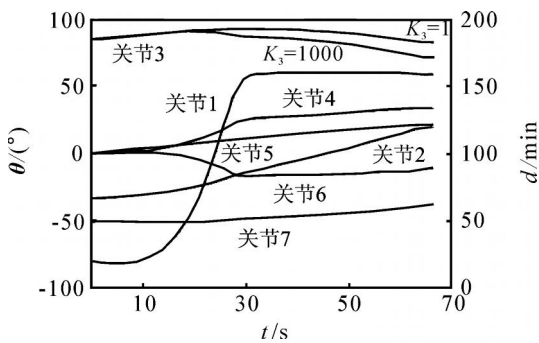


图 2 机器人规划运动关节角度变化

由图 3 所示, 梯度投影法误差在 X, Y, Z 方向随着步数的增加而逐渐增加, 偏离运动轨迹最大误差发生在轨迹末端点:

X 轴方向最大误差

$$E_x = | 500 - 496.41 | = 3.59\text{mm};$$

Y 轴方向最大误差

$$E_y = | 600 - 596.05 | = 3.95\text{mm};$$

Z 轴方向最大误差

$$E_z = | - 80 - (- 79.363) | = 0.637\text{mm}.$$

而位姿分解法在借助梯度投影法优化基础上, 利用封闭解公式获得规划轨迹的精确解, 具有较高的运动精度.

采用位姿分解方法求解 7 自由度机器人逆运动

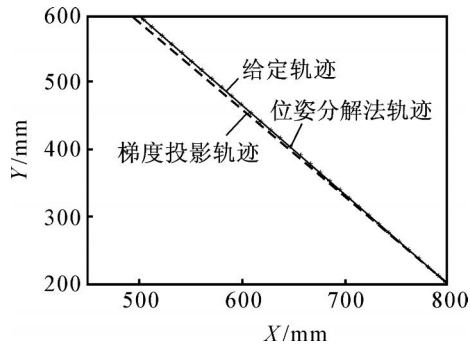


图 3 机器人末端轨迹 XY 方向投影视图

学极大地减小了控制系统的运算量, 为验证该方法适用于 7 自由度机器人的实时控制, 应用该方法对其进行实时控制实验. 实验分为两部分:

1) 设置机器人末端速度为零, 验证机器人自运动. 其中机器人腕点位置 $w(600, 500, 60)$, 姿态矢量 $a(0.3536, 0.3536, 0.8660)$. 实验数据如表 2 所示, Err 前缀参数表示该项由控制系统产生的最大误差值. 由表 2 知, 位姿分解算法具有较高的控制精度. 实验照片如图 4 所示.

2) 对上述规划的空间直线轨迹进行实验. 实验过程中控制系统控制周期为 5 ms, 实验照片如图 5 所示. 由实验结果知, 该方法满足实时控制需求.

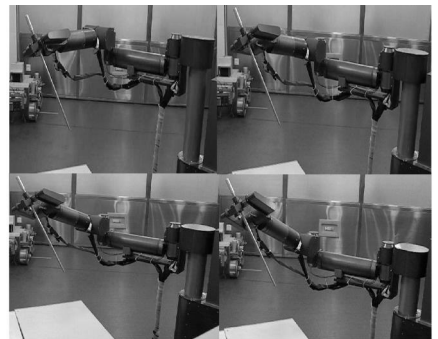


图 4 机器人自运动组图



图 5 机器人空间直线运动组图

5 结 论

本文针对 7 自由度机器人实时逆运动学求解问题, 提出采用位姿分解方法, 将 7 自由度机器人逆运动学求解转化为 4 自由度位置冗余问题, 并极大地减小了控制系统的运算量. 通过实验可知, 采用位姿分解法求解冗余机器人逆运动学在充分利用系统冗余特性的同时, 提高了机器人末端的运动精度, 满足

一般控制系统的实时性要求. 该算法对冗余机器人逆运动学求解及实时控制具有一定的借鉴作用.

参考文献(References)

- [1] Marni G, Kim J, Yuh J, et al. Algorithmic singularities avoidance in task2priority based controller for redundant manipulators [C]. IEEE Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, 2003: 357023574.
- [2] Zhang Y N, Wang J. Obstacle avoidance of redundant manipulators using a dual neural network[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Taipei, 2003: 27422752.
- [3] Dubey R V, Euler J A, Babcock S M. An efficient gradient optimization scheme for a sever2degree2of freedom redundant robot with spherical wrist[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Philadelphia, 1988, 1: 2236.
- [4] 祖迪, 吴镇炜, 谈大龙. 一种冗余机器人逆运动学求解的有效方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(6): 71275. (Zu D, Wu Z W, Tan D L. Efficient inverse kinematic solution for redundant manipulators [J]. Chinese J of Mechanical Engineering, 2005, 41(6): 71275.)
- [5] Chen W H, Yang M M, Yu S Q. A hybrid algorithm for the kinematic control of redundant manipulators[C]. IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. 2004: 443824443.
- [6] Lee K K, Buss M. Redundancy resolution with multiple criteria[C]. IEEE Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Beijing, 2006: 5982603.
- [7] 孙奎, 谢宗武, 刘宏, 等. 梯度投影法多性能准则优化的应用研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 143321436. (Sun K, Xie Z W, Liu H, et al. Application of gradient projection method based on multiple performance criteria optimization[J]. Control and decision, 2007, 22(12): 143321436.)
- [8] 王连圭, 马保离. 冗余机器人系统的自运动控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(2): 1992202. (Wang L G, Ma B L. Selfmotion Control of redundant manipulators[J]. Control and Decision, 2003, 18(2): 1992202.)
- [9] Zhao J W, Sun L N, Du Z J. Selfmotion analysis on a redundant robot with a parallel/series hybrid configuration [C]. IEEE Int Conf on Control, Automation, Robotics and Vision. Singapore, 2006: 22322244.
- [10] Fu Y L, Pan B, Li K, et al. Laparoscopic robot design and kinematic validation [C]. IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Kunming, 2006: 142621431.
- (上接第 175 页)
- [10] Bjerkman M, Holmström K. Global optimization of costly nonconvex functions using radial basis functions [J]. Optimization of Engineering, 2000, 1(4): 3732397.
- [11] Gutmann H M. Radial basis function methods for global optimization [D]. Cambridge: University of Cambridge, 2001.
- [12] Jones D. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces [J]. J of Global Optimization, 2001, 21(4): 342383.
- [13] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black2box functions[J]. J of Global Optimization, 1998, 13(4): 452492.
- [14] An J L, Wang Z O, Yang Q X. A SVM function approximation approach with good performances in interpolation and extrapolation[C]. Proc of the 4th Int Conf on Machine Learning and Cybernetics. Guangzhou, 2005: 164821653.
- [15] Paenke I, Branke J, Jin Y C. Efficient search for robust solutions by means of evolutionary algorithms and fitness approximation [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(4): 402420.
- [16] Ong Y S, Nair P B, Lum K Y. Max2min surrogate assisted evolutionary algorithm for robust design[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(4): 3922404.
- [17] Zhou Z Z, Ong Y S, Nair P B, et al. Combining global and local surrogate models to accelerate evolutionary optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics) Part C, 2007, 37(1): 66276.
- [18] 孙晓燕, 巩敦卫. 变种群规模合作型协同进化遗传算法及其在优化中的应用[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 143721440. (Sun X Y, Gong D W. Varying population size cooperative coevolutionary genetic algorithm and its application in optimization[J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 143721440.)
- [19] Kim H, Cho S. Development of an IGA2based fashion design aid system with domain specific knowledge[C]. Proc of IEEE SMC 99. Tokyo, 1999: 6632668.
- [20] Kim H, Cho S. Application of interactive genetic algorithm to fashion design [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2000, 13(6): 632644.