

文章编号: 1001-0920(2009)02-0187-04

基于多面体不变集的离线鲁棒预测控制器综合

席裕庚, 朱红林, 李德伟

(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200240)

摘要: 提出一种基于多面体不变集的离线鲁棒预测控制器综合算法. 该算法离线确定一组反馈控制律及其对应的不变集, 在线控制时根据当前状态所处的位置选择相应的控制律, 不仅扩大了初始可行域, 还能在一定程度上改善控制性能. 仿真结果表明了采用多面体不变集的优越性.

关键词: 鲁棒预测控制; 多面体不变集; 离线设计

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Synthesizing off-line robust model predictive control based on polyhedron invariant set

XI Yu-geng, ZHU Hong-lin, LI De-wei

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 20024, China. Correspondent: ZHU Hong-lin, E-mail: hlzhu@sjtu.edu.cn)

Abstract: An off-line synthesis algorithm of robust model predictive control based on polyhedron invariant set is proposed. This algorithm off-line determines a control-law-sequence with corresponding invariant sets. The control law is chosen on-line according to the location of the current state, which can not only enlarge the initial feasible region, but also improve the control performance in some degree. Simulation result illustrates the advantages of adopting polyhedron invariant set.

Key words: Robust model predictive control; Polyhedron invariant set; Off-line design

1 引言

模型预测控制是一种基于线性或非线性模型进行预测, 并对系统动态性能进行优化的控制方法. 由于被控系统的复杂性, 通常无法获得与系统完全一致的精确模型, 而这种模型与系统的失配可能导致系统的控制性能变差, 甚至不稳定^[1]. 鲁棒预测控制就是在求解最优控制律的同时考虑模型失配, 从而在模型失配的情况下也能保证系统的动态性能.

近年来, 对鲁棒预测控制器综合的研究主要集中在保证稳定性的前提下, 如何降低在线求解量, 扩大初始可行域, 提高控制性能 3 个方面^[2], 而不变集的设计在解决这 3 方面的问题上取得了较大的进展^[3]. 文献[4]首先将鲁棒预测控制器的设计转化为在每一采样时刻求解带线性矩阵不等式约束的优化问题, 从而得到包含当前状态的最大椭圆不变集和相应的反馈控制律. 对高维系统而言, 在线计算量很大, 难以实用化. 文献[5, 6]在[4]的基础上提出离线

算法, 将椭圆不变集设计的计算负担转移到离线计算, 从而降低了在线计算量. 但文献[4-6]中鲁棒预测控制器的设计都是建立在椭圆不变集的基础上, 而当系统约束是以线性不等式的形式给出时, 采用椭圆不变集处理约束有较大的保守性, 减小了控制器的初始可行域. 采用多面体不变集可望减少这种保守性, 特别是在处理不对称约束时优势尤为明显, 但是多面体不变集设计的计算量很大, 难以在线实现^[7-10].

本文采用多面体不变集离线设计和在线优化相结合的策略, 利用多面体在处理约束时的灵活性来扩大可行域以改善控制性能, 同时又可以解决多面体不变集在线设计计算量过大的问题.

2 问题描述

考虑不确定线性时变系统

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2007-12-25; 修回日期: 2008-03-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474002, 60674041); 国家 863 计划项目(2006AA04Z173).

作者简介: 席裕庚(1946—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、复杂系统控制理论等研究; 朱红林(1983—), 男, 湖北黄冈人, 硕士生, 从事预测控制理论及方法的研究.

其中: $u(k) \in R^m, x(k) \in R^n, y(k) \in R^p$ 分别是系统的输入、状态和输出; 变参数 $[A(k), B(k)]$

$$= \{ [A, B] \mid [A, B] = \prod_{i=1}^L [A_i, B_i], \prod_{i=1}^L i = 1 \}.$$

系统输入输出约束为

$$\begin{cases} -\bar{u} \leq u(k+i) \leq \bar{u}, \\ -\bar{y} \leq y(k+i) \leq \bar{y}, \end{cases} \forall i = 0, \dots, p-1. \quad (2)$$
$$\bar{u} = [\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_m]^T, \bar{y} = [\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_p]^T,$$
$$\bar{u}_j > 0, \bar{y}_j > 0, j = 1, 2, \dots, m, i = 1, 2, \dots, p.$$

鲁棒预测控制器设计目标是要针对系统(1)和(2),设计预测控制器将系统的状态驱动到原点,并最小化二次型鲁棒性能指标.文献[4]中将此类预测控制器的设计转化为在每个采样时刻 k 求解如下优化问题:

$$\min_{Q, Y, Z}, \quad (3a)$$

$$\text{s. t. } \begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k/k) & Q \end{bmatrix} \leq 0; \quad (3b)$$

$$\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ A_i Q + B_i Y & Q & * & * \\ Q^{1/2} & 0 & I & * \\ R^{1/2} Y & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \leq 0, \quad (3c)$$
$$i = 1, 2, \dots, L;$$

$$\begin{bmatrix} Z & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \leq 0, Z = Z^T, Z_{jj} \leq \bar{u}_j^2, \quad (3d)$$
$$j = 1, 2, \dots, m;$$

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ C(A_j Q + B_j Y) & \end{bmatrix} \leq 0, \quad (3e)$$
$$s = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, r.$$

其中: $Q = P^{-1}, F = YQ^{-1}, Z_{jj}$ 是矩阵 Z 的对角线的第 j 个元素, \bar{u}_s 是矩阵 Q 的对角线的第 s 个元素.式(3a)中优化的性能指标是原鲁棒性能指标的一个上界;(3b)保证当前状态在所求得的椭圆不变集内;(3c)保证椭圆不变集对应的李雅普诺夫函数递减;(3d)和(3e)由系统输入输出约束(2)转化得到.

高维系统在线求解优化问题(3)时计算量很大.在文献[4]的基础上,[5,6]提出了离线算法,将在线计算量转移到椭圆不变集的离线设计上.[6]中具体做法是:给定一系列状态点 $x_i, i = 1, \dots, N$,离线求解式(3)得到相应的椭圆不变集 $\mathcal{E}_i = \{x \mid x^T Q_i^{-1} x \leq 1\}$,反馈控制律 $F_i = Y_i Q_i^{-1}$ 以及李雅普诺夫函数 $V_i(x) = x^T P_i x$,其中 $P_i = Q_i^{-1}$.在线控制时,查找包含当前状态的最大下标椭圆不变集 \mathcal{E}_j ,则当前时刻采用的控制律为 F_j 与 F_{j+1} 的最优凸组合.

系统的物理约束(2)是多面体表达形式.上述

基于椭圆不变集的设计方法必然带来保守性,而采用多面体不变集在处理线性不等式约束时表达形式比较灵活,但多面体不变集设计的计算量很大,难以在线实现.文献[7-10]中采用先确定反馈控制律再设计多面体不变集的策略来减少计算量.

对于线性自治系统 $x(k+1) = Ax(k)$,文献[7]中定义最大允许集 $S = \{x(0) \mid x(i) \in X, i = 0, \dots, \infty\}$,其中 X 是状态约束集.当 X 是多面体形式的约束时,最大允许集 S 就是一个多面体不变集.非自治系统可以在固定反馈控制律的条件下转化为自治系统.在给定反馈控制 $u(k) = Fx(k)$ 下,系统方程(1)中的状态方程改写为

$$x(k+1) = (A(k) + B(k)F)x(k) = \bar{A}(k)x(k), \quad (4)$$

$$\bar{A}(k) = \prod_{i=1}^L \bar{A}_i, \bar{A}_i = A_i + B_i F, i = 1, 2, \dots, L.$$

约束(2)转化为 $x(i) \in X = \{x \mid Fx \leq U, Cx \leq Y, i = 0, \dots, \infty\}$. X 写成多面体形式为

$$X = \{x \mid A_s x \leq \bar{1}, x \in R^n\}. \quad (5)$$

文献[7]给出了一种求解系统(4)和(5)最大允许集 $S = \{x \mid A_s x \leq \bar{1}, x \in R^n\}$ 的有效算法.

算法 1^[7] (最大允许集设计算法)

Step1: 令 $A_s = A_x, i = 1$.

Step2: 当 $i > \text{row-num}(A_s)$ 时,算法停止,返回矩阵 A_s ; 否则,将 A_s 的第 i 行赋值给向量 a ,依次判断约束 $a_j x \leq 1, j = 1, 2, \dots, L$,相对 S 是否冗余.如果对每个 $j, \forall x \in S$ 都有 $\max(a_j x) \leq 1$,则约束相对于 S 是冗余的;否则 $A_s = [A_s; a_j], i = i + 1$,返回 Step2. 其中 $\text{row-num}(A_s)$ 表示矩阵 A_s 的行数.

3 基于多面体不变集的离线算法设计

椭圆不变集的设计过程中,式(3c)保证控制性能和稳定性,(3b)保证初始状态位于椭圆不变集 \mathcal{E}_1 内,(3d)和(3e)是椭圆不变集条件下保证系统输入输出约束的条件,椭圆不变集与系统约束的关系如图1(a)所示.显然系统初始状态被限制在椭圆不变集 \mathcal{E}_1 内,具有一定的保守性.为了减少保守性,可用多面体处理约束方式取代(3d)和(3e).同时为了得到使系统性能较优且稳定的反馈控制律,可借鉴椭圆不变集设计中的条件(3c).由此,可利用椭圆不变集设计方法中的(3c)和(3e)来确定反馈控制律,在此反馈律下再用多面体不变集设计方法来设计最大允许集.多面体不变集与系统约束的关系如图1(b)所示.图1中虚线为系统约束.

为了减少在线计算量和改善控制性能,可采取离线设计在线综合的思想^[2,5,6,11].首先离线设计椭圆不变集.在给定性能指标上界 \bar{u} 的条件下,为了得

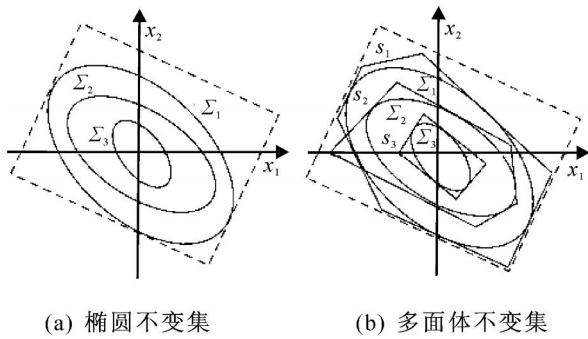


图 1 不变集与系统约束关系示意图

到性能指标不超过 γ_j 且满足约束 (2) 的最大椭圆不变集 $\Sigma_j = \{x \mid x^T Q_j^{-1} x \leq \gamma_j, x \in \mathbb{R}^n\}$, 需求解如下优化问题:

$$\min_{Q, Y, Z} -\log(\det Q), \quad (6a)$$

$$\text{s. t. 式 (3c), (3d), (3e).} \quad (6b)$$

同时, 为了改善控制性能, 可设计一组椭圆不变集. 对于给定的两个性能指标上界 γ_i, γ_j , 满足条件 $\gamma_j > \gamma_i$, 已知 γ_j 对应的椭圆不变集 $\Sigma_j = \{x \mid x^T Q_j^{-1} x \leq \gamma_j\}$ 和李雅普诺夫函数 $V_j(x) = x^T P_j x$. 为了得到随性能指标上界递减而递减的李雅普诺夫函数, γ_i 对应的李雅普诺夫函数 $V_i(x) = x^T P_i x$ 必须满足条件 $V_j(x) > V_i(x)$, 即

$$Q_i - \frac{\gamma_i}{\gamma_j} Q_j > 0. \quad (6c)$$

所以在给定单调递减的性能指标上界序列的情况下, 便可以通过求解优化问题 (6) 离线设计李雅普诺夫函数单调递减的椭圆不变集序列, 进而可以利用算法 1 得到多面体不变集序列. 从而得到基于多面体不变集的高线设计和在线控制算法.

算法 2 (基于多面体不变集的鲁棒预测控制器设计)

(1) 离线设计多面体不变集

Step1: 给定单调递减的性能指标上界序列 $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, N$;

Step2: 当 $i = 1$ 时, 将式 (6b) 中的 γ_j 用 γ_i 替代, 求解优化问题 (6a) 和 (6b); 当 $2 \leq i \leq N$ 时, 将 (6c) 中的 γ_j 用 γ_{i-1} 替代, 求解优化问题 (6a) ~ (6c), 从而得到性能指标上界 γ_i 对应的椭圆不变集 $\Sigma_i = \{x \mid x^T Q_i^{-1} x \leq \gamma_i\}$, 反馈控制律 $F_i = Y_i Q_i^{-1}$ 以及李雅普诺夫函数 $V_i(x) = x^T P_i x$, 其中 $P_i = \gamma_i Q_i^{-1}$;

Step3: 利用算法 1 计算系统 (1) 和 (2) 在线性反馈控制律 F_i 下的多面体不变集 $S_i = \{x \mid A_s x \leq T, x \in \mathbb{R}^n\}$.

(2) 在线实时控制

Step1: 给定初始状态 $x(0) \in \bigcup_{i=1}^N S_i$;

Step2: 根据实测当前时刻的状态 $x(k)$, 查找包含该状态的最大下标多面体不变集 S_i , 则 k 时刻采用控制律 $F(k) = F_i$.

注 1 算法 2 能扩大初始可行域. 椭圆不变集算法的可行域为 $\bigcup_{i=1}^N \Sigma_i$, 多面体不变集算法的可行域为 $\bigcup_{i=1}^N S_i$.

S_i 是反馈律 F_i 下最大的不变集, 而 Σ_i 是反馈律 F_i 下形状限制为椭圆的最大不变集, 显然有 $\Sigma_i \subset S_i, i = 1, 2, \dots, N$. 所以 $\bigcup_{i=1}^N \Sigma_i \subset \bigcup_{i=1}^N S_i$.

注 2 算法 2 在一定程度上改善了控制性能. 当 $x \in \Sigma_{i-1}, x \notin \Sigma_i$ 时, 文献 [6] 中采用组合反馈律

$$F_{\text{Ellipsoid}} = \alpha_i(k) F_{i-1} + (1 - \alpha_i(k)) F_i, \quad 0 < \alpha_i(k) < 1.$$

而采用多面体不变集后, 即使 $x \in \Sigma_i$ 也完全有可能 $x \in S_i$, 这时可直接采用反馈控制律 $F_{\text{ALG2}} = F_i$, 而离线设计的反馈律满足 $F_{i-2} > F_{i-1-2}$, 很容易得到 $F_{\text{ALG2}} > F_{\text{Ellipsoid}}$. 因此, 多面体不变集的设计有助于在线控制时提前采用高增益反馈控制律, 从而在一定程度上改善了控制性能.

4 稳定性分析

为了方便证明由算法 2 得到控制器所构成闭环系统的稳定性, 先给出如下 3 个引理.

引理 1 算法 2 离线设计的多面体不变集之间满足: $S_i \cap S_j = \emptyset, 1 \leq i \leq N-1, i+1 \leq j \leq N$.

引理 2 算法 2 离线设计的多面体不变集对应的李雅普诺夫函数满足: $V_j(x) < V_i(x), 1 \leq i \leq N-1, i+1 \leq j \leq N$.

引理 3 对于 $\forall x(k) \in S_i$, 在反馈控制律 F_i 作用下系统状态演化为 $x(k+1)$, 李雅普诺夫函数 $V_i(x) = x^T P_i x$ 满足: $V_i(x(k+1)) < V_i(x(k)), i = 1, 2, \dots, N$, 等号当且仅当 $x(k) = 0$ 时成立.

定理 1 对于给定的系统 (1), 约束 (2) 和初始状态 $x(0) \in \bigcup_{i=1}^N S_i$, 算法 2 得到的控制器使得闭环系统渐近稳定.

证明 闭环系统渐近稳定性的证明是基于李雅普诺夫函数单调递减. $\forall x(k) \in \bigcup_{i=1}^N S_j$, 由算法 2 得到对应的反馈控制律为 F_i . 李雅普诺夫函数 $V(k) = V_i(x(k))$, 在控制律作用下, 系统状态演化为 $x(k+1)$. 因 S_i 是不变集, $x(k+1) \in S_i$, 而由引理 1 知任意两个多面体不变集的交集都是非空集合, $x(k+1)$ 的位置会有如图 2 所示的 3 种情况. 根据 $x(k+1)$ 所处的位置不同, 在 $k+1$ 时刻

选择不同的 $V(k+1)$ 分两种情况讨论:

1) $x(k+1)$ 没有进入下标比 i 大的多面体不变集,如图2中情况1和2所示.由算法2知 $k+1$ 时刻仍采用反馈控制律 F_i ,选择 $k+1$ 时刻的李雅普诺夫函数 $V(k+1) = V_i(x(k+1))$,而由引理3有 $V(k+1) < V(k)$,等号当且仅当 $x(k) = 0$ 时成立;

2) $x(k+1)$ 进入到下标比 i 大的多面体不变集,如图2中情况3所示.由算法2知 $k+1$ 时刻采用反馈控制律 F_j ,选择 $k+1$ 时刻的李雅普诺夫函数 $V(k+1) = V_j(x(k+1))$,而由引理2有 $V_j(x(k+1)) < V_i(x(k+1))$,由引理3可知 $V_j(x(k+1)) < V_i(x(k))$,则 $V_j(x(k+1)) < V_i(x(k))$,即 $V(k+1) < V(k)$.

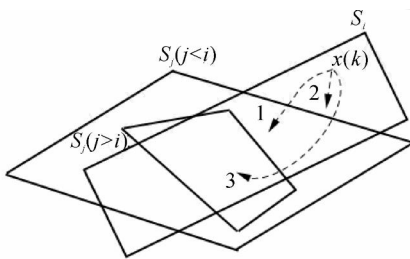


图2 状态演化示意图

综合1)和2)可知:对于任意初始状态 $x(0) \in S_N$,经过若干步后控制系统状态最终会进入 S_N .而系统状态一旦进入 S_N 便无需切换控制律,在反馈控制律 F_N 作用下最终被驱动到原点.所以算法2得到的控制器使得闭环系统渐近稳定.

5 仿真验证

采用如下系统^[11]:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ K(k) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k),$$

其中 $K(k) \in [0.1, 2.9]$ 为不确定参数.取加权矩阵 $Q_1 = I, R = 1$,输入约束为 $|u| \leq 1$.分两种情况分别考虑算法2对初始可行域和控制性能的改善:

1) 扩大初始可行域.给定10个状态点 $x_i^1 = x_i^2 = i, i = 1, 2, \dots, 10$.利用文献[6]中算法2离线设计椭圆不变集序列,得到对应的性能指标上界为 $J_1 = 1.1336 \times 10^7, J_2 = 3.9866 \times 10^6, J_3 = 2.15 \times 10^6, J_4 = 1.06 \times 10^6, J_5 = 464990, J_6 = 172860, J_7 = 50008, J_8 = 23321, J_9 = 9423, J_{10} = 3076$.再利用算法2离线设计多面体不变集序列,初始可行域如图3所示.其中:虚线、实线分别为文献[6]中算法2和本文算法2的初始可行域.由图3可知:算法2扩大了初始可行域.

2) 改善控制性能.初始状态为 $x(0) = [-10, 100]^T$,当不确定性参数 $K(k)$ 生成方式不同时,分

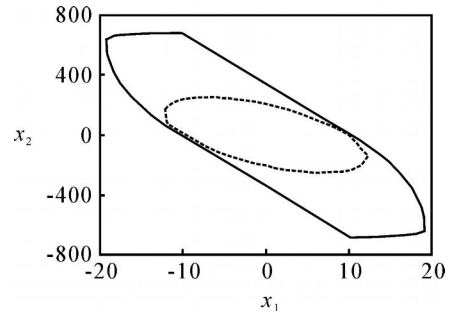


图3 初始可行域比较

别采用文献[6]中算法2,本文算法2和文献[4]中的在线算法,得到的代价函数如表1所示.从表中可以看出,即使在“极端”情况 $K(k) = 0.1$ 和 $K(k) = 2.9$ 下,算法2依然能改善控制性能.当不确定性参数 $K(k)$ 生成方式为 $K(k) = 0.1 + 2.8\text{rand}(0,1)$ 时,采用文献[6]中算法2,本文算法2和文献[4]中的在线算法得到如图4所示的闭环状态轨迹.其中:点线、实线和虚线分别由文献[6]中算法2,本文算法2和文献[4]中的在线算法生成; $\text{rand}(0,1)$ 表示 $[0,1]$ 区间的随机数.

表1 不确定性参数采用不同的生成方式和使用不同算法得到的代价函数

$K(k)$	文献[6]算法2	本文算法2	文献[4]算法
$1.5 + 1.4\sin k$	362651	287345	352027
$1.5 + (-1)^k 1.4$	270012	217394	262275
$0.1 + 2.8\text{rand}(0,1)$	377386	287441	366404
0.1	652765	484068	525441
2.9	453359	384782	452577

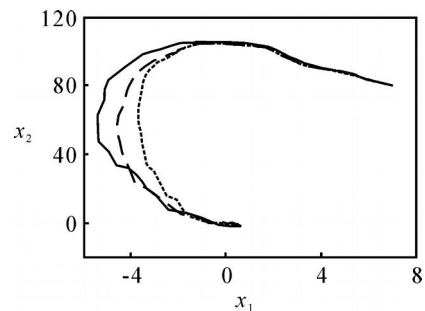


图4 闭环状态轨迹图比较

6 结论

大多数鲁棒预测控制器在线综合算法和半在线半离线综合算法都是基于椭圆不变集的设计方法,主要原因是采用了二次型性能指标后,难以同时计算出多面体不变集及其对应的最优反馈控制律.本文提出了一种采用多面体不变集离线设计和在线控制的算法,它可扩大初始可行域并在一定程度上提高控制性能.由于求取多面体不变集及其反馈控制律的计算都是离线进行的,大大降低了在线计算量.

(下转第195页)

5 结 论

传感器网络应用中最重要问题就是如何节约节点的能量,本文提出了自顶向下的过滤算法来有效地监控网络中的轮廓节点.首先,提出了节点感知数据的建模和维护方案;其次,设计了详细的过滤器设置和维护过程;最后,介绍了如何在基站利用超立方之间的性质完成对网络内轮廓的有效监控.仿真结果表明:本文提出的 TDSM 算法能有效地避免不必要的数据传输,进而降低网络能耗,延长无线传感器网络的使用寿命.

参考文献(References)

- [1] 任丰原, 黄海宁, 林闯. 无线传感器网络 [J]. 软件学报, 2003, 14(2): 1148-1157.
(Ren F Y, Huang H N, Lin C. Wireless sensor networks[J]. J of Software, 2003, 14(2): 1148-1157.)
- [2] 李建中, 李金宝, 石胜飞. 传感器网络及其数据管理的概念、问题与进展[J]. 软件学报, 2003, 14(10): 1717-1727.
(Li J Z, Li J B, Shi S F. Concepts, issues and advance of sensor networks and data management of sensor networks[J]. J of Software, 2003, 14(10): 1717-1727.)
- [3] Borzsonyi S, Stocker K, Kossmann D. The skyline operator[C]. Proc of ICDE. Bangalore, 2003: 717-719.
- [4] Madden S, Szewczyk R, Franklin M J, et al. TAG: A tiny aggregation service for Ad-Hoc sensor networks [C]. Proc of OSDI. Boston, 2002: 131-146.
- [5] Yao Y, Johannes G. The cougar approach to in network query processing in sensor networks [J]. SIGMOD Record, 2002, 31(3): 9-18.
- [6] Chen H, Zhou S, Guan J. Towards energy-efficient skyline monitoring in wireless sensor networks [C]. Proc of EWSN. Netherlands, 2007: 101-116.
- [7] Xin J, Wang G, Chen L, et al. Continuously maintaining sliding window skylines in a sensor network [C]. Proc of DASFAA. Bangkok, 2007: 509-521.
- [8] Xin J, Wang G, Zhang X. Energy efficient skyline queries over sensor network using mapped skyline filters [C]. Proc of APWeb/WAIM. Huangshan, 2007: 144-156.
- [9] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]. Proc of ICNN. Perth, 1995: 1942-1948.
- [10] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [C]. Proc of MHS95. Nagoya, 1995: 39-43.

(上接第 190 页)

参考文献(References)

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
(Xi Y G. Model predictive control [M]. Beijing: National Defense Publishing House, 1993.)
- [2] 李德伟, 席裕庚. 一种基于衰减集结的鲁棒预测控制器 [J]. 自动化学报, 2008, 34(1): 48-54.
(Li D W, Xi Y G. An amplitude decaying aggregation based robust model predictive control [J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(1): 48-54.)
- [3] Blanchini F. Set invariance in control[J]. Automatica, 1999, 35(11): 1747-1767.
- [4] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 1996, 32(11): 1361-1379.
- [5] Wan Z Y, Kothare M V. Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities [J]. J of Process Control, 2000, 12(5): 763-774.
- [6] Wan Z Y, Kothare M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 2003, 39(6): 837-846.
- [7] Pluymers B, Rossiter J A, Suykens J A K, et al. The efficient computation of polyhedral invariant sets for linear systems with polytopic uncertainty [C]. Proc of the American Control Conference. Portland, 2005: 804-809.
- [8] Lee Y I, Kouvaritakis B. Robust receding horizon predictive control for systems with uncertain dynamics and input saturation [J]. Automatica, 2000, 36(10): 1497-1504.
- [9] Lee Y I, Kouvaritakis B. A linear programming approach to constrained robust predictive control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(9): 1765-1770.
- [10] Lee Y I, Kouvaritakis B. Superposition in efficient robust constrained predictive control [J]. Automatica, 2002, 38(6): 875-878.
- [11] 丁宝苍, 杨鹏, 孙鹤旭, 等. 离线鲁棒预测控制器综合方法的改进方案 [J]. 控制与决策, 2005, 20(3): 312-315.
(Ding B C, Yang P, Sun H X, et al. Improved off-line synthesis approach of robust model predictive control [J]. Control and Decision, 2005, 20(3): 312-315.)