

文章编号: 1001-0920(2011)02-0182-05

奇异模糊系统基于等价空间的故障检测

陈莉^{1,3}, 钟麦英²

(1. 山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061; 2. 北京航空航天大学 惯性技术与导航仪器系, 北京 100191; 3. 山东经济学院 统计与数学学院, 济南 250014)

摘要: 研究一类用 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型描述的离散奇异系统基于等价空间的故障检测问题, 引入反映故障先验信息的参考故障模型, 提出一个基于 Frobenius 范数的残差产生器设计性能指标, 将故障检测问题归结为求解一个最小化问题, 并给出等价矩阵的线性矩阵不等式求法. 该算法能保证残差在实现故障检测的同时对干扰具有最大的鲁棒性. 最后, 算例仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 奇异模糊系统; 等价空间; 故障检测; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Parity based fault detection for singular fuzzy systems

CHEN Li^{1,3}, ZHONG Mai-ying²

(1. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China; 2. Department of Inertia Technology and Navigation Guidance Instrument, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. School of Statistics and Mathematics, Shandong Economic University, Ji'nan 250014, China. Correspondent: ZHONG Mai-ying, E-mail: myzhong@sdu.edu.cn)

Abstract: The problem of parity based fault detection is studied for a kind of discrete-time singular systems, which is described by Takagi-Sugeno(TS) fuzzy models. A reference fault model is introduced to reflect the faults' prior knowledge and a residual generator is designed by introducing a new performance in Frobenius norm. The fault detection problem is converted to solve an optimization problem and a linear matrix inequality method is given to obtain the parity matrix. The given algorithm guarantees the achievement of the fault detection and simultaneously the maximal robustness of residual to disturbance. Finally, a numerical simulation shows the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: singular fuzzy systems; parity space; fault detection; linear matrix inequality

1 引言

基于模型的故障诊断理论经过 20 多年的发展已取得了大量研究成果^[1-4]. 在众多研究方法中, 等价空间法发展较为成熟, 理想情况下可实现状态与干扰的全解耦, 因而近十几年来一直受到研究者的广泛关注^[5-7]. 另一方面, 奇异系统是比较正常状态空间系统更为一般的系统, 用它来描述的物理系统更具有广泛性. 近几年, 奇异系统的故障诊断问题引起了研究者的广泛关注^[8-10]. 文献 [8-9] 研究了连续奇异系统的故障检测问题; 文献 [10] 研究了干扰全解耦条件下基于等价空间的离散奇异系统故障检测问题, 但通常情况下, 干扰全解耦难以实现. 特别是, 对于离散奇异模糊系

统的故障检测问题的研究尚未见诸文献.

本文研究一类可用 T-S 模糊模型描述的离散奇异系统基于等价空间的故障检测问题. 受内模控制方法的启发, 采用一外系统作为故障参考模型, 用于反映故障的动态行为. 在此基础上设计残差产生器, 将故障检测问题归结为求解一个最小化问题, 通过对参数矩阵的调节, 确保残差在实现故障检测的同时对干扰具有最大的鲁棒性, 并给出等价矩阵的线性矩阵不等式 (LMI) 求法. 仿真算例验证了本文方法的有效性.

2 问题描述和转换

考虑如下用 TS 模糊模型描述的离散奇异系统:

规则 i : 如果 $z_1(k)$ 为 θ_{i1} , 且 $z_2(k)$ 为 θ_{i2}, \dots , 且

收稿日期: 2009-11-28; 修回日期: 2010-04-27.

基金项目: 国家 973 计划项目(2009CB724002); 国家 863 计划项目(2008AA121302); 国家自然科学基金项目(60774071); 山东经济学院博士基金项目.

作者简介: 陈莉(1979-), 女, 副教授, 博士, 从事奇异系统故障诊断与容错控制的研究; 钟麦英(1965-), 女, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断与容错控制的研究.

$z_q(k)$ 为 Θ_{iq} , 则有

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A_i x(k) + B_u u(k) + B_d d(k) + B_f f(k), \\ y(k) = C_i x(k) + D_u u(k) + D_d d(k) + D_f f(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, r$, r 为模糊推理规则数; $\Theta_{ij}(j = 1, 2, \dots, q)$ 为模糊集合; $z(k) = [z_1(k) \ \dots \ z_q(k)]^T$ 为系统的前件变量, 可以是系统的可测量变量或状态; $x(k) \in R^n$, $u(k) \in R^{n_u}$, $y(k) \in R^{n_y}$, $f(k) \in R^{n_f}$ 和 $d(k) \in R^{n_d}$ 分别为状态、控制输入、测量输出、故障和未知输入向量; $\text{rank}E = n_1$, $0 < n_1 < n$; $E, A_i, B_u, B_d, B_f, C_i, D_u, D_d$ 和 D_f 为具有适当维数的已知实常数矩阵; (E, A_i) 正则, 即存在标量 $\alpha_i \in C$ 使得 $\det(\alpha_i E - A_i) \neq 0 (i = 1, 2, \dots, r)$.

在 (E, A_i) 正则的假设条件下, 由文献 [11] 可知, 存在非奇异矩阵 $P_i, Q_i \in R^{n \times n}$, 使得

$$Q_i E P_i = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}, Q_i A_i P_i = \begin{bmatrix} A_{1i} & 0 \\ 0 & I_{n_2} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, r$; $n_1 + n_2 = n$; N 为一个幂零矩阵, 即存在 $\lambda > 0$, 当 $l \geq \lambda$ 时, 有 $N^l \equiv 0$. 令

$$\begin{aligned} Q_i B_u &= \begin{bmatrix} B_{u1i} \\ B_{u2i} \end{bmatrix}, Q_i B_d = \begin{bmatrix} B_{d1i} \\ B_{d2i} \end{bmatrix}, \\ Q_i B_f &= \begin{bmatrix} B_{f1i} \\ B_{f2i} \end{bmatrix}, P_i^{-1} x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \\ C_i P_i &= [C_{1i} \ C_{2i}], \end{aligned} \quad (3)$$

则系统 (1) 被变换为:

规则 i : 如果 $z_1(k)$ 为 Θ_{i1} , 且 $z_2(k)$ 为 Θ_{i2}, \dots , 且 $z_q(k)$ 为 Θ_{iq} , 则有

$$\begin{cases} x_1(k+1) = A_{1i} x_1(k) + B_{u1i} u(k) + B_{d1i} d(k) + B_{f1i} f(k), \\ Nx_2(k+1) = x_2(k) + B_{u2i} u(k) + B_{d2i} d(k) + B_{f2i} f(k), \\ y(k) = C_{1i} x_1(k) + C_{2i} x_2(k) + D_u u(k) + D_d d(k) + D_f f(k). \end{cases} \quad (4)$$

由单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 可得奇异模糊系统 (4) 的全局模型为

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [A_{1i} x_1(k) + B_{u1i} u(k) + B_{d1i} d(k) + B_{f1i} f(k)], \\ Nx_2(k+1) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [x_2(k) + B_{u2i} u(k) + B_{d2i} d(k) + B_{f2i} f(k)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(k) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [C_{1i} x_1(k) + C_{2i} x_2(k) + D_u u(k) + D_d d(k) + D_f f(k)]. \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\mu_i(z(k)) = \frac{\prod_{j=1}^q \Theta_{ij}(z_j(k))}{\sum_{i=1}^r \prod_{j=1}^q \Theta_{ij}(z_j(k))} \geq 0, \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) = 1,$$

这里 $\Theta_{ij}(z_j(k))$ 表示 $z_j(k)$ 关于模糊集 Θ_{ij} 的隶属度. 前件变量 $z(k)$ 中可能包含状态变量或其他可测量变量, 因此系统 (4) 的全局模型 (5) 是非线性系统.

通常情况下, 故障大小及其可能发生的时刻往往事先未知, 但对许多可能发生的故障, 例如: 突变型常数故障、缓变的漂移型故障等, 可在一个有限参数族内建模. 受文献 [12] 内模控制研究方法的启发, 本文提出如下外系统作为故障参考模型:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_{Wf} x_f(k) + B_{Wf} f_0(k), \\ f(k) = C_{Wf} x_f(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $x_f(k) \in R^{n_{wf}}$ 为状态向量; A_{Wf}, B_{Wf} 和 C_{Wf} 为已知矩阵; $f_0(k)$ 为 l_2 范数有界的虚拟未知信号.

由系统 (5) 和 (6) 可得如下增广系统:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [A_{1i} x_1(k) + B_{f1i} C_{Wf} \times x_f(k) + B_{u1i} u(k) + B_{d1i} d(k)], \\ Nx_2(k+1) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [x_2(k) + B_{f2i} C_{Wf} \times x_f(k) + B_{u2i} u(k) + B_{d2i} d(k)], \\ x_f(k+1) = A_{Wf} x_f(k) + B_{Wf} f_0(k), \\ y(k) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(k)) [C_{1i} x_1(k) + C_{2i} x_2(k) + D_f \times C_{Wf} x_f(k) + D_u u(k) + D_d d(k)]. \end{cases} \quad (7)$$

在有限时间窗 $[k-s, k]$ 内考虑系统 (7) 的输入输出关系, 可得如下等价关系:

$$\begin{aligned} y_{k,s} &= H_{o,s}(\mu_s(k)) \begin{bmatrix} x_1(k-s) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + H_{f,s}(\mu_s(k)) \times \\ &\quad x_f(k-s) + H_{u,s}(\mu_s(k)) u_{k,s} + H_{d,s}(\mu_s(k)) \times \\ &\quad d_{k,s} + H_{f_0,s}(\mu_s(k)) f_{0k,s}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $s > 0$ 为等价关系的阶数, 且有

$$\begin{aligned} \xi_{k,s} &= [\xi^T(k-s) \ \xi^T(k-s+1) \ \dots \ \xi^T(k)]^T, \\ H_{\alpha,s}(\mu_s(k)) &= \\ &\sum_{i_1=1}^r \sum_{i_2=1}^r \dots \sum_{i_{(s+1)}=1}^r \sum_{j_1=1}^r \sum_{j_2=1}^r \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j_s=1}^r \mu_{i_1}(z(k-s))\mu_{i_2}(z(k-s+1)) \cdots \\ & \mu_{i_{(s+1)}}(z(k))\mu_{j_1}(z(k-s))\mu_{j_2}(z(k-s+1)) \cdots \mu_{j_s}(z(k))H_{\alpha,s}^{i_1 i_2 \cdots i_{(s+1)} j_1 j_2 \cdots j_s}, \\ & \Psi_{\beta\gamma} = C_{1i_\beta} A_{1j_{(\beta-1)}} A_{1j_{(\beta-2)}} \cdots A_{1j_{(\gamma+1)}} B_{\eta 1j_\gamma}, \\ & \Omega_{1t_1} = \\ & - \sum_{h=t_1-1}^{s-2} C_{2i_1} N^{h+1} B_{f2j_{(h+2)}} C_{Wf} A_{Wf}^{h-(t_1-1)} B_{Wf}, \\ & \Omega_{2t_2} = \\ & (D_f C_{Wf} B_{Wf})^{2-t_2} - \sum_{h=t_2-1}^{s-2} C_{2i_2} N^h B_{f2j_{(h+2)}} \times \\ & C_{Wf} A_{Wf}^{h-(t_2-1)} B_{Wf}, \\ & \Omega_{s+1,t_3} = \\ & D_f C_{Wf} A_{Wf}^{s-t_3} B_{Wf} + C_{1i_{(s+1)}} B_{f1j_s} C_{Wf} \times \\ & A_{Wf}^{s-(t_3+1)} B_{Wf} + \cdots + C_{1i_{(s+1)}} A_{1j_s} \times \\ & A_{1j_{(s-1)}} \cdots A_{1j_{(t_3+2)}} B_{f1j_{(t_3+1)}} C_{Wf} B_{Wf}, \\ & \Omega_{s+1,s-1} = \\ & D_f C_{Wf} A_{Wf} B_{Wf} + C_{1i_{(s+1)}} B_{f1j_s} C_{Wf} B_{Wf}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} H_{o,s}^{i_1 i_2 \cdots i_{(s+1)} j_1 j_2 \cdots j_s} &= \\ & \begin{bmatrix} C_{1i_1} & C_{2i_1} N^s \\ C_{1i_2} A_{1j_1} & C_{2i_2} N^{s-1} \\ \vdots & \vdots \\ C_{1i_{(s+1)}} A_{1j_s} A_{1j_{(s-1)}} \cdots A_{1j_1} & C_{2i_{(s+1)}} \end{bmatrix}, \quad (9) \\ H_{f,s}^{i_1 i_2 \cdots i_{(s+1)} j_1 j_2 \cdots j_s} &= \\ & \begin{bmatrix} D_f C_{Wf} - \sum_{h=0}^{s-1} C_{2i_1} N^h B_{f2j_{(h+1)}} C_{Wf} A_{Wf}^h \\ D_f C_{Wf} A_{Wf} + C_{1i_2} B_{f1j_1} C_{Wf} - \\ \sum_{h=1}^{s-1} C_{2i_2} N^{h-1} B_{f2j_{(h+1)}} C_{Wf} A_{Wf}^h \\ \vdots \\ D_f C_{Wf} A_{Wf}^s + C_{1i_{(s+1)}} B_{f1j_s} C_{Wf} A_{Wf}^{s-1} + \\ C_{1i_{(s+1)}} A_{1j_s} B_{f1j_{(s-1)}} C_{Wf} A_{Wf}^{s-2} + \\ \cdots + C_{1i_{(s+1)}} A_{1j_s} A_{1j_{(s-1)}} \cdots A_{1j_2} B_{f1j_1} C_{Wf} \end{bmatrix}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{\eta,s}^{i_1 i_2 \cdots i_{(s+1)} j_1 j_2 \cdots j_s} &= \\ & \begin{bmatrix} D_\eta - C_{2i_1} B_{\eta 2j_1} & -C_{2i_1} N B_{\eta 2j_2} & \cdots \\ C_{1i_2} B_{\eta 1j_1} & D_\eta - C_{2i_2} B_{\eta 2j_2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \rightarrow \\ \Psi_{s1} & \Psi_{s2} & \cdots \\ \Psi_{(s+1),1} & \Psi_{(s+1),2} & \cdots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -C_{2i_1} N^{s-1} B_{\eta 2j_s} & 0 \\ -C_{2i_2} N^{s-2} B_{\eta 2j_s} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ D_\eta - C_{2i_s} B_{\eta 2j_s} & 0 \\ C_{1i_{(s+1)}} B_{\eta 1j_s} & D_\eta \end{bmatrix}, \quad (11) \\ & H_{f_0,s}^{i_1 i_2 \cdots i_{(s+1)} j_1 j_2 \cdots j_s} = \\ & \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \cdots & -C_{2i_1} N^{s-1} B_{f2j_s} C_{Wf} B_{Wf} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \cdots & -C_{2i_2} N^{s-2} B_{f2j_s} C_{Wf} B_{Wf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Omega_{s+1,1} & \Omega_{s+1,2} & \cdots & \Omega_{s+1,s-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ D_f C_{Wf} B_{Wf} & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \quad (12) \end{aligned}$$

ξ 可分别代表 y, u, d 和 f_0 ; α 可分别代表 o, f, u, d 和 f_0 ; η 可分别代表 u 和 d ; $t_1, t_2, t_3, \gamma = 1, 2; \beta = s, s+1$.

构造如下形式的残差产生器:

$$r_s(k) = V_s(y_{k,s} - H_{u,s}(\mu_s(k))u_{k,s}). \quad (13)$$

其中: $V_s \in R^{n_f \times (s+1)n_y}$ 为要设计的等价矩阵, $r_s(k) \in R^{n_f}$ 为产生的残差信号.

利用式 (8), 残差信号 $r_s(k)$ 可表示为

$$\begin{aligned} r_s(k) &= V_s(H_{o,s}(\mu_s(k)) \begin{bmatrix} x_1(k-s) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \\ & H_{d,s}(\mu_s(k))d_{k,s} + H_{f,s}(\mu_s(k)) \times \\ & x_f(k-s) + H_{f_0,s}(\mu_s(k))f_{0k,s}). \quad (14) \end{aligned}$$

从等价空间

$$P_s = \{V_s | V_s \in R^{n_f \times (s+1)n_y}, V_s H_{o,s}(\mu_s(k)) = 0\}$$

中选择等价矩阵 V_s 并利用式 (6), 则式 (14) 可写为

$$\begin{aligned} r_s(k) - f(k-s) &= \\ & V_s(H_{d,s}(\mu_s(k))d_{k,s} + H_{f,s}(\mu_s(k))x_f(k-s) + \\ & H_{f_0,s}(\mu_s(k))f_{0k,s}) - C_{Wf}x_f(k-s). \quad (15) \end{aligned}$$

则奇异模糊系统基于等价空间的故障检测问题可归结为求解 V_s , 使其满足如下最小化问题:

$$\begin{aligned} \min_{V_s \in P_s} \{ & \|V_s H_{d,s}(\mu_s(k))\|_F^2 + \|V_s H_{f_0,s}(\mu_s(k))\|_F^2 + \\ & \|V_s H_{f,s}(\mu_s(k)) - C_{Wf}\|_F^2 \}. \quad (16) \end{aligned}$$

其中: $\|M\|_F = \sqrt{\text{tr}(MM^T)}$ 为 Frobenius 范数, $\forall M$.

注 1 利用等价空间法进行故障检测的理想情况是从等价空间 P_s 中选择等价矩阵 V_s , 使得

$$\begin{aligned} V_s H_{f,s}(\mu_s(k)) &= C_{Wf}, \quad V_s H_{d,s}(\mu_s(k)) = 0, \\ V_s H_{f_0,s}(\mu_s(k)) &= 0, \end{aligned}$$

即残差信号 $r_s(k) = f(k-s)$. 但通常情况下, 上述目

标难以实现. 因此, 文献 [6] 曾对模糊系统基于等价空间的故障估计问题提出一个新的性能指标. 但上述性能指标没有确保残差与状态解耦. 为了进一步提高残差对未知输入的鲁棒性, 本文提出了一种改进的基于 Frobenius 范数的性能指标, 即性能指标 (16), 实现了残差与状态的全解耦.

注意到性能指标 (16) 是一个非线性最优化问题, 不易求解. 定义如下矩阵:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{o,s} &= [H_{o,s}^{11\cdots 1} \quad H_{o,s}^{11\cdots 2} \quad \cdots \quad H_{o,s}^{rr\cdots r}], \\ \mathcal{H}_{d,s} &= [H_{d,s}^{11\cdots 1} \quad H_{d,s}^{11\cdots 2} \quad \cdots \quad H_{d,s}^{rr\cdots r}], \\ \mathcal{H}_{f_0,s} &= [H_{f_0,s}^{11\cdots 1} \quad H_{f_0,s}^{11\cdots 2} \quad \cdots \quad H_{f_0,s}^{rr\cdots r}], \\ \mathcal{H}_{f,s} &= [H_{f,s}^{11\cdots 1} \quad H_{f,s}^{11\cdots 2} \quad \cdots \quad H_{f,s}^{rr\cdots r}], \\ C_{Wf} &= [C_{Wf} \quad C_{Wf} \quad \cdots \quad C_{Wf}], \end{aligned}$$

则有 $V_s H_{o,s}(\mu_s(k)) = 0$, 当且仅当 $V_s \mathcal{H}_{o,s} = 0$, 且有

$$\begin{aligned} \|V_s H_{d,s}(\mu_s(k))\|_F^2 &\leq \|V_s \mathcal{H}_{d,s}\|_F^2, \\ \|V_s H_{f_0,s}(\mu_s(k))\|_F^2 &\leq \|V_s \mathcal{H}_{f_0,s}\|_F^2, \\ \|V_s H_{f,s}(\mu_s(k)) - C_{Wf}\|_F^2 &\leq \|V_s \mathcal{H}_{f,s} - C_{Wf}\|_F^2, \\ \min_{V_s \in P_s} \{ &\|V_s \mathcal{H}_{d,s}\|_F^2 + \|V_s \mathcal{H}_{f_0,s}\|_F^2 + \|V_s \mathcal{H}_{f,s} - C_{Wf}\|_F^2 \}. \end{aligned} \tag{17}$$

3 等价矩阵的求解

奇异模糊系统基于等价空间的故障检测问题的解由如下定理给出.

定理 1 对于离散奇异模糊系统 (1), 存在矩阵 $Q_1 > 0, Q_2 > 0, Q_3 > 0$ 和等价矩阵 V_s , 使得

$$\begin{bmatrix} -Q_1 & V_s \mathcal{H}_{d,s} \\ (V_s \mathcal{H}_{d,s})^T & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} -Q_2 & V_s \mathcal{H}_{f_0,s} \\ (V_s \mathcal{H}_{f_0,s})^T & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} -Q_3 & V_s \mathcal{H}_{f,s} - C_{Wf} \\ (V_s \mathcal{H}_{f,s} - C_{Wf})^T & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{20}$$

且系统 (1) 基于等价空间的故障检测问题的解即为如下最小化问题的解:

$$\begin{aligned} \min_{V_s \in P_s} \{ &\text{tr}(Q_1 + Q_2 + Q_3) \}; \\ \text{s.t. LMIs } &Q_1 > 0, Q_2 > 0, Q_3 > 0, \text{ 式 (18) } \sim \text{(20)}. \end{aligned} \tag{21}$$

注 2 $\text{tr}(Q_1)$ 的值越小, 残差对干扰的鲁棒性越大. 当 $\text{tr}(Q_1) \rightarrow 0$ 时, 可实现残差对干扰的全解耦. 因此, 从故障检测的角度出发, 应尽量减小 $\text{tr}(Q_1)$ 的值, 以保证实现故障检测的同时残差对干扰具有最大的鲁棒性.

为了实现故障检测的同时使残差对干扰具有最大的鲁棒性, 本文将定理 1 中最小化问题 (21) 的求解

归结为如下算法:

算法 1 最优化迭代算法.

Step 1: 令 $k = 0$, 求出最小化问题 (21) 的解 $Q_1^{(0)}, Q_2^{(0)}, Q_3^{(0)}$ 和 $V_s^{(0)}$.

Step 2: 选取矩阵 $Q_1 > 0$, 使得 $\text{tr}(Q_1) < \text{tr}(Q_1^{(k)})$.

Step 3: 将 Q_1 代入式 (18), 并求出最小化问题 (21) 的解 Q_2, Q_3 和 V_s . 若无解, 令 $Q_1 = Q_1^{(k)}, Q_2 = Q_2^{(k)}, Q_3 = Q_3^{(k)}, V_s = V_s^{(k)}$, 则退出; 否则, 令 $Q_1^{(k+1)} = Q_1, Q_2^{(k+1)} = Q_2, Q_3^{(k+1)} = Q_3, V_s^{(k+1)} = V_s$, 并令 k 取 $k + 1$, 转至 Step 2.

4 算 例

考虑如下离散奇异非线性系统:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k)(0.2 + 0.6\sin^2(x_1(k))) + \\ \quad x_2(k) + u(k) + 0.2d(k) + 0.9f(k), \\ 0 = -x_1(k) - x_2(k)(1 + \cos^2(x_1(k))) + u(k) + \\ \quad 0.1d(k) + 0.4f(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_1(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} d(k) + \\ \quad \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.5 \end{bmatrix} f(k). \end{cases} \tag{22}$$

若将隶属度函数选择为

$$\mu_1(x_1(k)) = \Theta_1(x_1(k)) = \sin^2(x_1(k)),$$

$$\mu_2(x_1(k)) = \Theta_2(x_1(k)) = \cos^2(x_1(k)),$$

则离散奇异非线性系统 (22) 可用如下离散奇异 TS 模糊模型来近似描述:

规则 i : 如果 $x_1(k)$ 为 Θ_i , 则有

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A_i x(k) + Bu(k) + B_d d(k) + B_f f(k), \\ y(k) = C_i x(k) + Du(k) + D_d d(k) + D_f f(k). \end{cases}$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_f = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.5 \end{bmatrix}, D_d = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}.$$

设故障是阶梯变化的故障信号 (大小及发生时刻未知), 则可用系统 (6) 描述, 其中

$$A_{Wf} = 1, B_{Wf} = 1, C_{Wf} = 1;$$

$$f_0(k) = \begin{cases} 0, & k \neq k_f; \\ \beta, & k = k_f. \end{cases}$$

其中: k_f 和 β 未知, 分别表示故障发生的时刻和幅值.

令等价关系的阶数 $s = 2$, 在零初始条件下, 干扰 $d(k)$ 取能量为 0.5 的白噪声信号。

与文献 [6] 的结果进行比较. 利用文献 [6] 的方法, 解得等价矩阵为

$$V_s = [0.1632 \ 1.4133 \ 0.0862 \ -0.0466 \ -0.0017 \ 0.0036].$$

此时故障与残差如图 1 所示. 残差是故障的一个比较理想的估计, 但残差对干扰的鲁棒性较小。

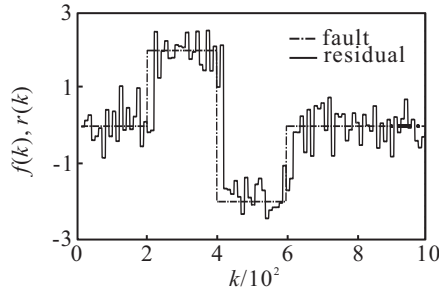


图 1 状态与干扰均未解耦时的故障信号 $f(k)$ 及残差信号 $r(k)$

应用本文算法 1, 解得 $Q_1^{(0)} = 1.1019$. 选取 $Q_1 = 0.1$, 则解得等价矩阵为

$$V_s = [0.0000 \ 0.4546 \ 0.0000 \ 0.2658 \ 0.0000 \ 0.1876].$$

此时故障与残差如图 2 所示, 实现故障检测的同时残差对干扰的鲁棒性也较大。

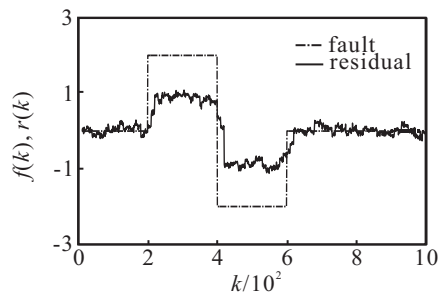


图 2 设定 $Q_1 = 0.1$ 时的故障信号 $f(k)$ 及残差信号 $r(k)$

5 结 论

本文研究了一类用 TS 模糊模型描述的离散奇异系统的故障检测问题, 将线性系统的等价空间法推广到奇异模糊系统. 采用一外系统作为故障参考模型, 设计基于等价空间的残差产生器, 提出一个新的性能指标, 将故障检测问题归结为求解一个最小化问题, 并给出等价矩阵的线性矩阵不等式求法. 本文算法保证了残差在实现故障检测的同时对干扰具有最大的鲁棒性. 最后, 算例仿真验证了该算法的有效性。

参考文献(References)

- [1] Ding S X. Model-based fault diagnosis technique[M]. Berlin: Springer, 2008.
- [2] Zhong M Y, Ye H, Ding S X, et al. Observer-based fast rate fault detection for a class of multirate sampled-data systems[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2007, 52(3): 520-525.
- [3] Hamdi H, Rodrigues M, Mechmeche C, et al. State estimation for polytopic lpv descriptor systems: Application to fault diagnosis[C]. Proc of the IFAC Symposium Safeprocess. Barcelona, 2009: 438-443.
- [4] 董全超, 钟麦英. 一类非线性时滞系统的 H_∞ 鲁棒故障检测滤波器设计[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 112-116. (Dong Q C, Zhong M Y. On designing robust H_∞ fault detection filter for a class of nonlinear time-delay systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 112-116.)
- [5] Ding X, Guo L, Jeinsch T. A characterization of parity space and its application to robust fault detection[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(2): 337-343.
- [6] Nguang S K, Zhang P, Ding S. Parity based fault estimation for nonlinear systems: An LMI approach[C]. Proc of the 2006 American Control Conf. Minneapolis, 2006: 5141-5146.
- [7] 桂卫华, 彭涛, 丁先春, 等. 基于传感器最优配置的等价空间故障检测方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 804-806. (Gui W H, Peng T, Ding S X, et al. Parity space approach to fault detection based on optimal sensor location[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 804-806.)
- [8] Gao Z W, Ding S X. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems[J]. Automatica, 2007, 43(5): 912-920.
- [9] Chen L, Zhong M Y. Fault detection for singular TS fuzzy systems with time-delay[C]. Proc of the 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008: 10130-10135.
- [10] Zhang P, Ding S X. Fault detection of descriptor systems[C]. Proc of the IFAC Safeprocess. Beijing, 2006: 409-414.
- [11] Dai L. Singular control systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [12] Bonivento C, Isidori A, Marconi L, et al. Implicit fault-tolerant control: Application to induction motors[J]. Automatica, 2004, 40(3): 355-371.