

文章编号: 1001-0920(2011)03-0423-05

时变时滞离散递归神经网络系统的状态估计器设计

张 蕾^a, 刘贺平^a, 廖福成^b

(北京科技大学 a. 信息工程学院, b. 应用科学学院, 北京 100083)

摘 要: 研究时滞离散递归神经网络系统的状态估计问题. 通过网络输出对神经元的状态进行估计. 在较弱的激活函数假设下, 通过构造一个新的 Lyapunov 泛函, 引入一个自由权矩阵, 并结合 Jensen 不等式得到了确保误差系统全局指数稳定的充分条件. 所得条件依赖于时变时滞的上界和下界, 并以线性矩阵不等式的形式给出. 最后的数值算例表明了所提出方法的有效性.

关键词: 时变时滞; 指数稳定; 状态估计器; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Design of state estimators for discrete-time recurrent neural networks with time-varying delay

ZHANG Lei^a, LIU He-ping^a, LIAO Fu-cheng^b

(a. School of Information Engineering, b. School of Applied Science, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China. Correspondent: ZHANG Lei, E-mail: zhangleiustb@gmail.com)

Abstract: State estimation for discrete-time recurrent neural networks with time-varying delay is investigated. A state estimator to estimate the neuron states is designed through available output measurements. Under a weaker assumption on the activation functions, by constructing a new Lyapunov functional, introducing a free weighting matrix and employing the Jensen inequality, a sufficient condition is established to ensure the globally exponential stability of the error system. The condition is dependent on both the lower bound and upper bound of the time-varying delay, and is given in terms of linear matrix inequality. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: time-varying delay; exponential stability; state estimator; linear matrix inequality(LMI)

1 引 言

近年来, 递归神经网络已广泛应用于众多领域, 如信号处理、模式识别、静态图像处理和最优化问题等. 在实际应用中, 不可避免地会产生传输时滞, 有研究表明, 时滞会引起神经网络的震荡和不稳定^[1]. 因此, 时滞递归神经网络的稳定性分析引起了众多学者的关注^[2-4]. 在许多应用中, 神经元的状态通常不能全部得到, 所以神经网络的状态估计问题非常重要^[5]. 神经网络状态估计的目的是通过可得到的测量输出来估计神经元的状态, 从而使误差系统全局稳定. 文献[5]首次提出了时变时滞神经网络的状态估计问题, 此后神经网络的状态估计问题便引起了人们的关注, 所得结果主要可分为两类: 时滞无关条件^[5]和时滞相关条件^[6-8]. 时滞相关结果较时滞无关结果具有较小的保守性, 尤其对于时滞特别小的情

况. 但是, 大部分结果都是针对连续系统的情况, 而对于时滞离散时间递归神经网络的状态估计的研究则较少^[9-12]. 在实际中, 离散时间神经网络有着广泛的应用, 如双向联想记忆、非线性输出调节和自适应跟踪等方面^[9]. 文献[9]通过构造一个 Lyapunov 函数, 得到了保证误差系统全局指数稳定的状态估计器; [10-11]利用自由权矩阵方法得到了递归神经网络的状态估计器, 使得误差系统全局渐近稳定, 但过多地引入自由权矩阵势必会增加决策变量的数量, 不可避免地增加了运算量; [12]对含有 Markov 跳跃的混合时滞离散随机神经网络进行状态估计, 得到的估计器可使误差系统全局渐近稳定.

本文研究时变时滞离散递归神经网络的状态估计问题. 主要目的是通过可得到的测量输出, 设计可使误差系统全局指数稳定的状态估计器. 在较弱的激

收稿日期: 2009-12-02; 修回日期: 2010-03-12.

作者简介: 张蕾(1983—), 女, 博士生, 从事时滞系统、神经网络等研究; 刘贺平(1951—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、智能控制等研究.

活函数条件下,通过构造一个新的 Lyapunov 泛函,引入一个自由权矩阵,并结合 Jensen 不等式得到了确保系统全局指数稳定的时滞相关条件.利用 Jensen 不等式的优点在于结果的表达形式简单,而且可以避免引入过多自由权矩阵所带来的庞大计算量.所得结果以线性矩阵不等式的形式给出,最后的数值算例表明了本文结果的有效性.

2 问题描述

考虑如下时滞离散递归神经网络系统:

$$x(k+1) = Ax(k) + W_0g(x(k)) + W_1g(x(k-\tau(k))) + J. \quad (1)$$

其中: $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T \in R^n$ 为含有 n 个神经元的状态向量; 对角矩阵 $A = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为状态反馈系数矩阵, $|a_i| < 1, i=1, 2, \dots, n$; W_0 和 W_1 分别为连接权重矩阵和时滞连接权重矩阵; $g(x(k)) = [g_1(x_1(k)), g_2(x_2(k)), \dots, g_n(x_n(k))]^T$ 为神经元的激活函数; $J = [J_1, J_2, \dots, J_n]^T$ 为外部输入; $\tau(k)$ 为时变时滞, 满足

$$0 \leq \tau_1 \leq \tau(k) \leq \tau_2, \quad (2)$$

τ_1 和 τ_2 都是整数.

假设 1^[7] 对 $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$, 激活函数 $g_i(\cdot)$ 满足如下条件:

$$l_i^- \leq \frac{g_i(s_1) - g_i(s_2)}{s_1 - s_2} \leq l_i^+, \quad \forall s_1, s_2 \in R, \quad (3)$$

其中 l_i^- 和 l_i^+ 为已知常数.

注 1 这里, l_i^- 和 l_i^+ 可为正数、负数或零. 文献 [11] 要求 $l_i^- = 0$, 隐含着 $g_i(\cdot) (i=1, 2, \dots, n)$ 是单调增加的. [10] 则假设激活函数满足一般的 Lipschitz 条件. 而本文中的假设, 激活函数可为非单调的, 比常见的双曲函数和一般 Lipschitz 条件更具有一般性. 并且由 [7] 可知, 对于设计状态估计器而言, 并不一定要求激活函数是有界的.

本文的目的是根据已知网络输出设计一个有效的估计器来观察神经元的状态, 因此假设测量输出为

$$y(k) = Cx(k) + f(k, x(k)). \quad (4)$$

式中: $y(k) \in R^m$ 为测量输出; $C \in R^{m \times n}$ 为已知常数矩阵; $f: R \times R^n \rightarrow R^m$ 为加在网络输出端的与神经网络有关的非线性扰动, 满足如下 Lipschitz 条件:

$$|f(k, \mu_1) - f(k, \mu_2)| \leq |F(\mu_1 - \mu_2)|, \quad \forall \mu_1, \mu_2 \in R^n, \quad (5)$$

其中 $F \in R^{n \times n}$ 为已知常数矩阵. 全维状态估计器为如下形式:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = & \\ & A\hat{x}(k) + W_0g(\hat{x}(k)) + W_1g(\hat{x}(k-\tau(k))) + \\ & J + K(y(k) - C\hat{x}(k) - f(k, \hat{x}(k))). \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $\hat{x}(k)$ 为神经网络状态估计, $K \in R^{n \times m}$ 为设计的估计器增益矩阵.

定义误差状态为

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k), \quad (7)$$

则误差系统可表述为

$$\begin{aligned} e(k+1) = & (A - KC)e(k) + W_0\hat{g}(k) + \\ & W_1\hat{g}(k - \tau(k)) - K\hat{f}(k). \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{g}(k) = & g(x(k)) - g(\hat{x}(k)), \\ \hat{f}(k) = & f(k, x(k)) - f(k, \hat{x}(k)). \end{aligned}$$

由式 (3) 和 (5) 可知

$$l_i^- \leq \frac{\hat{g}_i(s_1) - \hat{g}_i(s_2)}{s_1 - s_2} \leq l_i^+, \quad \forall s_1, s_2 \in R; \quad (9)$$

$$|\hat{f}(k)| \leq |Fe(k)|. \quad (10)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, n$.

设 $e(k) (e(k, \phi))$ 为误差系统 (8) 的具有如下初始条件的解^[7]:

$$e(s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau_2, 0],$$

式中 $\phi(\cdot) \in C([-\tau_2, 0]; R^n)$.

根据文献 [7], 由假设 1 和条件 (5) 可知, 对 $\forall k \geq 0$, 系统 (1) 的解存在且唯一, 并且误差系统 (8) 存在唯一的零平衡点.

引理 1^[11] 已知 D, S 和 P 是适维的实矩阵, 且 $P > 0$, 则对于 $x, y \in R^n$, 下列不等式成立:

$$2x^T D S y \leq x^T D P D^T x + y^T S^T P^{-1} S y.$$

引理 2 (Jensen 不等式) 对于任意半正定矩阵 $W \in R^{n \times n}, W = W^T \geq 0$, 正整数 r 和 r_0 , 满足 $1 \leq r_0 \leq r$, 下面不等式成立:

$$\left(\sum_{i=r_0}^r x(i) \right)^T W \left(\sum_{i=r_0}^r x(i) \right) \leq \tilde{r} \sum_{i=r_1}^{r_2} x^T(i) W x(i),$$

式中 $\tilde{r} = r - r_0 + 1$.

3 主要结果

下面针对系统 (1) 设计一个状态估计器, 由此证明误差系统 (8) 是全局指数稳定的. 简便起见, 本文规定

$$\begin{aligned} L_1 = & \text{diag}\{l_1^- l_1^+, l_2^- l_2^+, \dots, l_n^- l_n^+\}, \\ L_2 = & \text{diag}\left\{\frac{l_1^- + l_1^+}{2}, \frac{l_2^- + l_2^+}{2}, \dots, \frac{l_n^- + l_n^+}{2}\right\}. \end{aligned}$$

定理 1 在假设 1 下, 对于给定的 $0 \leq \tau_1 < \tau_2$, 误差系统 (8) 是全局指数稳定的, 如果存在正定矩阵 $P > 0, Q_i > 0, Z_i > 0, i = 1, 2, 3$, 正定对角矩阵

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} > 0,$$

$$\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} > 0,$$

以及适维矩阵 H, M , 使得如下 LMI 成立:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & Z_1 & Z_2 & L_2\Lambda & 0 & \Phi_{17} & 0 \\ * & \Phi_{22} & Z_3 & Z_3 & 0 & L_2\Gamma & 0 & 0 \\ * & * & \Phi_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\Lambda & 0 & W_0^T H^T & 0 \\ * & * & * & * & * & -\Gamma & W_1^T H^T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Phi_{77} & M \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= -P + (\tau_{21} + 1)Q_1 + Q_2 + Q_3 - Z_1 - Z_2 + U - L_1\Lambda + F^T F, \\ \Phi_{17} &= A^T H^T - C^T M^T - U, \\ \Phi_{22} &= -Q_1 - 2Z_3 - L_1\Gamma, \quad \Phi_{33} = -Q_2 - Z_1 - Z_3, \\ \Phi_{44} &= -Q_3 - Z_2 - Z_3, \quad \Phi_{77} = -H - H^T + P + U, \\ U &= \tau_1^2 Z_1 + \tau_2^2 Z_2 + \tau_{21}^2 Z_3, \quad \tau_{21} = \tau_2 - \tau_1. \end{aligned}$$

此时, 状态估计器增益矩阵为

$$K = H^{-1}M. \tag{12}$$

证明 由式(12), 有 $M = HK$. 由 Schur 补引理可知, $\Phi < 0$ 等价于

$$\Phi' = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & Z_1 & Z_2 & L_2\Lambda & 0 & \Phi'_{17} \\ * & \Phi_{22} & Z_3 & Z_3 & 0 & L_2\Gamma & 0 \\ * & * & \Phi_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\Lambda & 0 & W_0^T H^T \\ * & * & * & * & * & -\Gamma & W_1^T H^T \\ * & * & * & * & * & * & \Phi'_{77} \end{bmatrix} < 0. \tag{13}$$

其中: $\Phi'_{77} = \Phi_{77} + HKK^T H^T$, $\Phi'_{17} = (A - KC)^T H^T - U$. 构造如下 Lyapunov 泛函:

$$V(k) = \sum_{i=1}^8 V_i(k). \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(k) &= e^T(k)Pe(k), \\ V_2(k) &= \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-1} e^T(i)Q_1e(i), \\ V_3(k) &= \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} e^T(i)Q_2e(i), \\ V_4(k) &= \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} e^T(i)Q_3e(i), \\ V_5(k) &= \sum_{i=-\tau_2+1}^{-\tau_1} \sum_{j=k+i}^{k-1} e^T(j)Q_1e(j), \end{aligned}$$

$$V_6(k) = \tau_1 \sum_{i=-\tau_1}^{-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \eta^T(j)Z_1\eta(j),$$

$$V_7(k) = \tau_2 \sum_{i=-\tau_2}^{-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \eta^T(j)Z_2\eta(j),$$

$$V_8(k) = \tau_{21} \sum_{i=-\tau_2}^{-\tau_1-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \eta^T(j)Z_3\eta(j),$$

$$\eta(k) = e(k+1) - e(k).$$

式中 $P > 0, Q_i > 0, Z_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 为待定矩阵. 定义 $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k)$, 则沿着系统(8)的解, 有

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= e^T(k+1)Pe(k+1) - e^T(k)Pe(k) + \\ &e^T(k)((\tau_{21} + 1)Q_1 + Q_2 + Q_3)e(k) - e^T(k - \tau(k))Q_1e(k - \tau(k)) - \\ &e^T(k - \tau_1)Q_2e(k - \tau_1) - e^T(k - \tau_2)Q_3e(k - \tau_2) + \eta^T(k)U\eta(k) - \\ &\tau_1 \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} \eta^T(i)Z_1\eta(i) - \tau_2 \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \eta^T(i)Z_2\eta(i) - \\ &\tau_{21} \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau_1-1} \eta^T(i)Z_3\eta(i). \end{aligned} \tag{15}$$

利用引理 2, 可以得到

$$\begin{aligned} -\tau_1 \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} \eta^T(i)Z_1\eta(i) &\leq \\ - (e(k) - e(k - \tau_1))^T Z_1 (e(k) - e(k - \tau_1)), \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} -\tau_2 \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \eta^T(i)Z_2\eta(i) &\leq \\ - (e(k) - e(k - \tau_2))^T Z_2 (e(k) - e(k - \tau_2)), \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} -\tau_{21} \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau_1-1} \eta^T(i)Z_3\eta(i) &\leq \\ - (e(k - \tau_1) - e(k - \tau(k)))^T Z_3 (e(k - \tau_1) - e(k - \tau(k))) - \\ (e(k - \tau(k)) - e(k - \tau_2))^T \times \\ Z_3 (e(k - \tau(k)) - e(k - \tau_2)). \end{aligned} \tag{18}$$

另一方面, 对于任意适维矩阵 H , 有如下零式成立:

$$\begin{aligned} -2e^T(k+1)H[e(k+1) - (A - KC)e(k) - \\ W_0\hat{g}(k) - W_1\hat{g}(k - \tau(k)) + K\hat{f}(k)] = 0. \end{aligned} \tag{19}$$

由引理 1 及式(10)可知

$$\begin{aligned} -2e^T(k+1)HK\hat{f}(k) &\leq \\ e^T(k+1)HKK^T H^T e(k+1) + e^T(k)F^T Fe(k). \end{aligned} \tag{20}$$

并且, 由式(9), 有

$$\begin{aligned} (\hat{g}_i(k) - l_i^+ e(k))(\hat{g}_i(k) - l_i^- e(k)) &\leq 0, \\ (\hat{g}_i(k - \tau(k)) - l_i^+ e(k - \tau(k)))(\hat{g}_i(k - \tau(k)) - \\ l_i^- e(k - \tau(k))) &\leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

从而, 对于矩阵 $A = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} > 0, \Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} > 0$, 有

$$\begin{bmatrix} e(k) \\ \hat{g}(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_1 A & -L_2 A \\ * & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ \hat{g}(k) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} e(k - \tau(k)) \\ \hat{g}(k - \tau(k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_1 \Gamma & -L_2 \Gamma \\ * & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k - \tau(k)) \\ \hat{g}(k - \tau(k)) \end{bmatrix} \leq 0. \quad (22)$$

将式(16)~(22)代入(15), 可以得到

$$\Delta V \leq \xi^T(k) \Phi' \xi(k), \quad (23)$$

其中 $\xi(k) = [e^T(k) \ e^T(k - \tau(k)) \ e^T(k - \tau_1) \ e^T(k - \tau_2) \ \hat{g}^T(k) \ \hat{g}^T(k - \tau(k)) \ e^T(k + 1)]^T$. 从而, 令 $\lambda^* = \lambda_{\max}(\Phi')$, 则由式(13)和(23)知 $\lambda^* < 0$, 且

$$\Delta V(k) \leq \lambda^* |e(k)|^2. \quad (24)$$

下面证明系统(8)的指数稳定性. 首先根据 $V(k)$ 的定义, 有

$$V(k) \leq \delta_1 |e(k)|^2 + \delta_2 \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} |e(i)|^2. \quad (25)$$

其中: $\delta_1 = \lambda_{\max}(P)$, $\delta_2 = (\tau_{21} + 1)\lambda_{\max}(Q_1) + \lambda_{\max}(Q_2) + \lambda_{\max}(Q_3) + 4\tau_1^2 \lambda_{\max}(Z_1) + 4\tau_2^2 \lambda_{\max}(Z_2) + 4\tau_{21}^2 \lambda_{\max}(Z_3)$.

对于任意的标量 $\rho > 1$, 由式(24)和(25), 有

$$\begin{aligned} & \rho^{k+1} V(k+1) - \rho^k V(k) = \\ & \rho^{k+1} \Delta V(k) + \rho^k (\rho - 1) V(k) \leq \\ & \omega_1(\rho) \rho^k |e(k)|^2 + \omega_2(\rho) \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \rho^k |e(i)|^2. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $\omega_1(\rho) = \rho \lambda^* + (\rho - 1) \delta_1$, $\omega_2(\rho) = (\rho - 1) \delta_2$.

对于任意的整数 $N \geq \tau_2 + 1$, 对式(26)两边关于 k 从 0 到 $N - 1$ 求和, 可以得到

$$\begin{aligned} & \rho^N V(N) - V(0) \leq \\ & \omega_1(\rho) \sum_{k=0}^{N-1} \rho^k |e(k)|^2 + \omega_2(\rho) \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \rho^k |e(i)|^2. \end{aligned} \quad (27)$$

对于 $\tau_2 \geq 1$, 有

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} \rho^k |e(i)|^2 \leq \\ & \left(\sum_{i=-\tau_2}^{-1} \sum_{k=0}^{i+\tau_2} + \sum_{i=0}^{N-1-\tau_2} \sum_{k=i+1}^{i+\tau_2} + \sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N-1} \right) \rho^k |e(i)|^2 \leq \\ & \tau_2 \sum_{i=-\tau_2}^{-1} \rho^{i+\tau_2} |e(i)|^2 + \tau_2 \sum_{i=0}^{N-1-\tau_2} \rho^{i+\tau_2} |e(i)|^2 + \\ & \tau_2 \sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} \rho^{i+\tau_2} |e(i)|^2 \leq \\ & \tau_2 \rho^{\tau_2} \max_{-\tau_2 \leq i \leq 0} |e(i)|^2 + \tau_2 \rho^{\tau_2} \sum_{i=0}^{N-1} \rho^i |e(i)|^2. \end{aligned} \quad (28)$$

从而, 由式(27)和(28), 可以得到

$$\rho^N V(N) \leq$$

$$\begin{aligned} & V(0) + (\omega_1(\rho) + \tau_2 \rho^{\tau_2} \omega_2(\rho)) \sum_{k=0}^{N-1} \rho^k |e(k)|^2 + \\ & \tau_2 \rho^{\tau_2} \omega_2(\rho) \max_{-\tau_2 \leq i \leq 0} |e(i)|^2. \end{aligned} \quad (29)$$

由式(25)及 $V(k)$ 的定义, 可以得到

$$V(N) \geq \delta_0 |e(N)|^2, \quad (30)$$

$$V(0) \leq \delta \max_{-\tau_2 \leq i \leq 0} |e(i)|^2. \quad (31)$$

其中: $\delta_0 = \lambda_{\min}(P)$, $\delta = \max\{\delta_1, \delta_2\}$. 并且, 由于 $\lambda^* < 0, \rho > 1$, 必存在一个标量 $\rho_0 > 1$, 使得

$$\omega_1(\rho_0) + \tau_2 \rho_0^{\tau_2} \omega_2(\rho_0) = 0. \quad (32)$$

故将式(30)~(32)代入(29), 可以得到

$$\begin{aligned} & |e(N)|^2 \leq \frac{1}{\delta_0} (\delta + \tau_2 \rho_0^{\tau_2} \omega_2(\rho_0)) \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^N \max_{-\tau_2 \leq i \leq 0} |e(i)|^2, \\ & \text{从而误差系统(8)是全局指数稳定的. } \square \end{aligned}$$

注 2 定理 1 给出了状态估计器的设计方法. 通过构造新的 Lyapunov 泛函, 结合 Jensen 不等式并引入一个自由权矩阵, 得到了确保误差系统全局指数稳定的充分条件. 所得结果完全由线性矩阵不等式形式给出. 定理 1 中包含 $5.5n^2 + 5.5n$ 个变量, 可通过 Matlab 中的 LMI 工具箱求解. 而文献[10-11]中在对 $\Delta V(k)$ 进行估计时, 引入 22 个自由权矩阵才得到误差系统全局渐近稳定的充分条件, 其条件包含了 $25.5n^2 + 4.5n$ 个变量. 显然, 本文方法具有较小的运算量.

4 数值算例

考虑具有如下参数的系统(1):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad W_0 = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.1 \\ -0.7 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$J = [0.1 \ -0.2]^T, \quad \tau(k) = 4 + \sin(k\pi/2),$$

$$f(x) = 0.2 \cos x + 0.2x, \quad g_1(s) = \tanh(0.6s),$$

$$g_2(s) = \tanh(-0.4s).$$

从而, 可以得到 $\tau_1 = 3, \tau_2 = 5$, 且

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

通过 Matlab LMI 工具箱, 可求得式(11)的解如下:

$$P = \begin{bmatrix} 0.7620 & 0.0056 \\ 0.0056 & 0.4331 \end{bmatrix},$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1194 & -0.0029 \\ -0.0029 & 0.0705 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.0156 & 0.0019 \\ 0.0019 & 0.0073 \end{bmatrix},$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 0.0158 & 0.0018 \\ 0.0018 & 0.0074 \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0.0010 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0004 \end{bmatrix},$$

$$Z_2 = 1.0 \times 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0.4007 & 0.0421 \\ 0.0421 & 0.2120 \end{bmatrix},$$

$$Z_3 = \begin{bmatrix} 0.0110 & 0.0019 \\ 0.0019 & 0.0022 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.5808 & 0 \\ 0 & 1.5808 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.7386 & 0 \\ 0 & 0.7386 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7889 & 0.0099 \\ 0.0117 & 0.4460 \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.7889 & 0.0099 \\ 0.0117 & 0.4460 \end{bmatrix}.$$

通过定理 1, 可得到估计器增益矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 0.8245 & -0.0323 \\ 0.1865 & 0.5997 \end{bmatrix}.$$

误差状态向量的仿真曲线如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 误差状态在很短的时间内便能趋于零. 这表明式 (6) 是神经网络 (1) 的一个合适的估计器, 同时表明了本文方法的有效性.

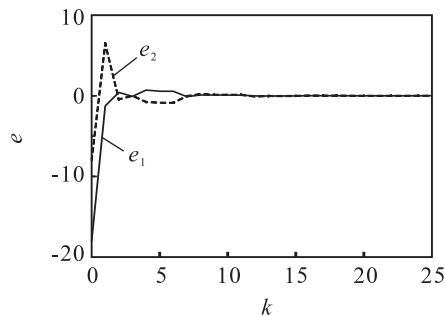


图 1 状态误差响应

5 结 论

本文考虑了一类时滞离散递归神经网络系统的状态估计问题. 通过 Lyapunov 泛函方法和 LMI 技术, 结合 Jensen 不等式和自由权矩阵方法, 得到了误差系统全局指数稳定的充分条件. 估计器增益矩阵可通过求解 LMI 获得. 最后通过数值算例表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Arik S. Stability analysis of delayed neural networks[J]. IEEE Trans on Circuits Systems—I: Regular Papers,

2000, 47(7): 1089-1092.

[2] Arik S. An analysis of exponential stability of delayed neural networks with time varying delays[J]. Neural Networks, 2004, 17(7): 1027-1031.

[3] Cao Jin De, Wang Jun. Global asymptotic and robust stability of recurrent neural networks with time delays[J]. IEEE Trans on Circuits Systems—I: Regular Papers, 2005, 52(2): 417-426.

[4] Wang Zi Dong, Shu Hui Sheng, Fang Jian An, et al. Robust stability for stochastic Hopfield neural networks with time delays[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2006, 7(5): 1119-1128.

[5] Wang Zi Dong, Daniel W, Liu Xiao Hui. State estimation for delayed neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2005, 16(1): 279-284.

[6] He Yong, Wang Qing Guo, Wu Min, et al. Delay-dependent state estimation for delayed neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(4): 1077-1081.

[7] Liu Yu Rong, Wang Zi Dong, Liu Xiao Hui. Design of exponential state estimators for neural networks with mixed time delays[J]. Physics Letters A, 2007, 364(5): 401-412.

[8] Huang He, Feng Gang, Cao Jin De. An LMI approach to delay-dependent state estimation for delayed neural networks[J]. Neurocomputing, 2008, 71(13/14/15): 2857-2867.

[9] Mou Shao Shuai, Gao Hui Jun, Qiang Wen Yi, et al. State estimation for discrete-time neural networks with time-varying delays[J]. Neurocomputing, 2008, 72(1/2/3): 643-647.

[10] Lu Chien Yu, Cheng Jui Chuan, Su Te Jen. Design of delay-range-dependent state estimators for discrete-time recurrent neural networks with interval time-varying delay[C]. Proc of American Control Conf. Washington: IEEE Press, 2008: 4209-4213.

[11] Lu Chien Yu. A delay-range-dependent approach to design state estimator for discrete-time recurrent neural networks with interval time-varying delay[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems—II: Express Briefs, 2008, 55(11): 1163-1167.

[12] Chu Hong Jun, Gao Li Xin. State estimation for discrete-time Markov jumping stochastic neural networks with mixed time-delays[C]. 2009 Pacific-Asia Conf on Circuits, Communications and System. Chengdu: IEEE Press, 2009: 717-721.