

文章编号: 1001-0920(2009)03-0377-06

基于 K -means 聚类和数据场理论的复杂网络社团结构探寻

高忠科, 金宁德

(天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072)

摘要: 探寻社团结构是研究复杂网络结构与功能之间关系的基础. 提出和分析了基于 K -means 聚类的社团探寻算法和基于数据场理论的社团探寻算法, 并通过实验仿真验证了这两种算法的有效性. 在仿真中发现并验证了社团内部比整个网络具有更加鲜明的小世界效应, 这说明在网络控制中, 在相同的耦合强度下, 对社团的同步控制比对整个网络的同步控制更容易实现.

关键词: 复杂网络; 社团结构; K -means 聚类; 数据场; 小世界效应

中图分类号: N941.4

文献标识码: A

Detecting community structure in complex networks based on K -means clustering and data field theory

GAO Zhong-ke, JIN Ning-de

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: JIN Ning-de, E-mail: ndjin@tju.edu.cn)

Abstract: Detecting community structure is fundamental for analyzing the relationship between structure and function in complex networks. We propose two algorithms for network community detection: Community detection based on K -means clustering and community detection based on data fields. Experiments show that the algorithms presented in this paper are of high accuracy with good performance and the "small-world" effect in the community is more obvious than that in the whole network, which implies that it is much easier to reach synchronization in the community than that in the whole network under the same coupling strength.

Key words: Complex networks; Community structure; K -means clustering; Data field; Small-world effect

1 引言

复杂网络是对复杂系统的抽象和描述方式. 任何包含大量组成单元(或子系统)的复杂系统, 当把构成单元抽象为节点、单元间的相互关系抽象为边时, 都可作为复杂网络来研究. 在 Watts 等关于小世界网络^[1,2], 以及 Barabási 等关于无标度网络^[3,4]的开创性工作之后, 人们对存在于不同领域的大量实际网络进行了广泛的实证性研究. 研究发现: 大量的大型复杂网络不仅具有小世界效应和无标度特征^[5,6], 而且都呈现一种特性——社团结构^[7,8]. 即整个网络由若干个社团构成, 每个社团内部节点间的连接非常紧密, 但各个社团之间的连接却相对较为稀疏.

本文针对探寻复杂网络社团结构的问题, 首先

探讨了如何判断网络中的社团数目, 以及基于节点度值、介数和聚集系数寻找每个社团中的关键节点. 然后提出和分析了两种算法: 一是基于 K -means 聚类的社团探寻算法, 即对通过 Capocci 算法^[9]转换得到的数据, 运用 K -means 算法进行聚类分析, 从而揭示网络社团结构; 二是在涂文燕等^[10]提出的基于数据场层次聚类法的基础上, 提出了基于数据场理论的社团探寻算法. 最后通过实验仿真验证了两种算法的有效性.

2 网络社团个数的判断及关键节点的搜索

2.1 网络社团个数的判断

谱图理论利用矩阵理论和线性代数理论来研究图的邻接矩阵, 根据矩阵的谱来确定图的某些性质. 谱图理论分析的基础是图的 Laplace 矩阵^[11]. 本文

收稿日期: 2008-01-12; 修回日期: 2008-04-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50674070, 60374041); 国家 863 计划项目(2007A A06 Z231).

作者简介: 高忠科(1982—), 男, 山东东营人, 博士生, 从事复杂系统建模、非线性信息处理的研究; 金宁德(1963—), 男, 黑龙江东宁人, 教授, 博士生导师, 从事先进传感器、信息处理技术等研究.

基于网络谱分析^[11,12]的基本思想,对复杂网络中社团个数进行判断,具体方法如下:

一个有 n 个节点的无向图 G 的 Laplace 矩阵是一个 $n \times n$ 维的对称矩阵 L , 其中 L 对角线上的元素 L_{ii} 是节点 i 的度, 其他非对角线上的元素 L_{ij} 则表示节点 i 与节点 j 的连接关系. 如果这两个节点之间有边连接, 则 L_{ij} 值为 -1 , 否则 L_{ij} 值为 0 . 也可将矩阵 L 表示成 $L = K - A$. 其中: K 是一个对角矩阵, 其对角线上的元素对应于各个节点的度; A 为网络的连接矩阵. L 矩阵所有行与列的和都为 0 , 因此该矩阵总有一个特征值为 0 , 且其对应的特征向量 $l = (1, 1, \dots, 1)$.

从理论上可证明, 对于社团结构明显的网络, 不为零的特征值所对应的特征向量各元素中, 同一社团节点对应的元素是近似相等的. 然而, 对于节点数目众多、社团结构不明显的网络, 仅通过一个第一非平凡特征向量来判断网络社团个数是很难的, 而通过比较多个第一非平凡特征向量(即增加特征向量平面的维数)中各节点相应元素的分布, 则可较准确地判断社团结构不明显网络中社团的个数.

2.2 社团关键节点的搜索

寻找社团关键节点对于分析复杂网络的性质十分重要. 评价节点重要程度的依据和搜索关键节点的方法有多种, 如节点度排序法、介数排序法等. 节点的度值反映了拓扑模型的静态结构特征; 节点的介数反映了节点的流量状况, 且与节点的活动相关; 节点的聚集系数则反映了节点周围其他节点间的聚集情况. 因此, 采用基于节点度值、介数和聚集系数的综合判据, 对节点重要性进行评估, 进而找出社团中的关键节点. 算法的基本思路是:

1) 计算网络中每个节点的度值, 计算网络平均度值.

2) 遍历网络的两两节点对, 求解节点对最短路径, 计算节点的介数和聚集系数.

3) 选取参量

$$y_i = k_i + b_i + C_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中: α 和 β 为参数; k_i 为节点 i 的度值; b_i 为节点 i 的介数; C_i 为节点 i 的聚集系数; N 为节点总数.

4) 根据实际情况, 适当选取参数 α 和 β , 计算网络中所有节点的 y_i 值, 从大到小依次取 k 个 y_i 值, k 为网络中社团个数, i 对应于节点的编号, 因此得到了网络中 k 个社团的关键节点.

3 基于 K-means 聚类和数据场理论的社团探寻算法

3.1 基于 K-means 聚类的社团探寻算法

聚类分析是机器学习的经典问题, 它是通过抽

取数据的潜在结构, 将相似数据组成类或类的层次结构. 聚类分析不需要先验知识和假设, 故称为无监督学习. 谱聚类^[13,14]是由数据点间相似关系建立矩阵, 获取该矩阵的前 n 个特征向量, 并用它们来聚类不同的数据点. 其算法的一般原则是: 类内样本间的相似度高, 类间样本间的相似度小.

复杂网络中的社团结构探寻与数据的聚类分析有相似之处. 聚类分析属于无监督的模式识别, 其方法比社团结构探寻多样有效, 因此将聚类分析应用于复杂网络, 可以探寻其社团结构. 应用聚类分析探寻网络社团结构分为两个主要步骤:

1) 将原问题转化为聚类问题, 即将网络中节点间的联系在特征向量空间表述出来. 谱平分法^[11,12]恰好可实现这一转化, 本文应用传统谱平分法的一种改进算法——Capocci 算法^[9].

2) 对转化后的数据进行聚类, 并将聚类结果还原为相应的社团结构. 本文采用一种常用的聚类算法——K-means 聚类算法.

对于节点数目众多、社团结构不明显的网络, 传统谱平分法^[11,12]虽能通过比较多个第一非平凡特征向量中各节点相应元素的分布, 从而判断网络社团个数, 但却难以通过第一非平凡特征向量元素分布, 探寻含有多个社团网络中的社团结构. 为此, Capocci 等提出了基于标准矩阵 $N = K^{-1}A$ 的谱平分算法^[9](称为 Capocci 算法). 利用行标准化对矩阵 N 进行转换, 可得矩阵 N 的最大特征值总等于 1 , 相应的特征向量称为平凡特征向量.

对于一个社团数目为 k 的网络, 矩阵 N 有 $k - 1$ 个非常接近于 1 的第一非平凡特征向量, 而其他特征值都与 1 有明显的差距, 且在这 $k - 1$ 个特征向量中, 同一社团的元素非常接近^[9]. 在求取标准矩阵特征量时, 为使对应于同一社团的元素尽可能接近, Capocci 等引入最优化目标函数

$$z(x) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (x_i - x_j)^2 w_{ij}. \quad (2)$$

其中: n 为网络节点数; w_{ij} 为节点 i 和 j 连边的权值; x_i 是为各个节点定义的变量, 且向量 x 满足约束条件

$$\sum_{i,j=1}^n x_i x_j m_{ij} = 1, \quad (3)$$

式中 m_{ij} 是已知对称矩阵 M 的元素. 最优化目标函数(2)可保证: 如果定义 x_i 为特征向量的元素, 在式(3)的限制下求式(2)的最小值, 便对应于第一非平凡特征量的问题, 而该最小值即对应于平凡特征量, 它是一个常量. 其他驻点对应的特征量中, 同一社团内节点相应的元素具有相近的值. 函数 z 对所有满

足约束条件的 x 的驻点为

$$(D - W) X = \mu M x. \tag{4}$$

其中

$$D = (d_{ij}), d_{ij} = \sum_{k=1}^n w_{ik}, \tag{5}$$

W 是网络的连接权矩阵, μ 是拉格朗日系数. 显然, 不同的矩阵 M 对应于不同的特征向量问题. 例如: 当 $M = D$ 时, $D^{-1} W x = (1 - 2\mu) x$, 对应于标准矩阵 $N = K^{-1} A$; 当 $M = I$ 时, $(D - W) x = \mu x$, 对应于 Laplace 矩阵 $L = K - A$.

基于谱聚类的基本思想, 在探寻含有 k 个社团的网络社团结构时, 可通过 Capocci 算法求出其标准矩阵的 $k - 1$ 个非平凡特征向量, 并以此作为聚类数据进行聚类分析, 将分析后的结果再转化为对应的节点, 便可得到相应的社团.

K -means 算法是一种常用的聚类算法, 它是基于距离聚类中心最近法则对个体进行分类. 本文基于 K -means 聚类的社团探寻算法, 就是通过 Capocci 算法转换得到的数据, 运用 K -means 算法进行聚类分析, 从而揭示网络社团结构. 本文研究的网络为无权网络, 因此连接权矩阵即为连接矩阵, 即 $W = A$.

3.2 基于数据场理论的社团探寻算法

自然界中除了重力、电磁力等长程作用以外, 还存在核力等衰减速度较快的短程作用. 根据物理学中的场论思想, 涂文燕等^[10] 将物质粒子间的相互作用及其场描述方法引入抽象的数域空间, 提出一种基于数据场的层次聚类方法. 该方法将空间中的每个对象视为具有一定质量的粒子, 其周围存在一个球形对称的虚拟数据场. 类似于物理场的矢量强度函数和标量势函数描述, 该方法引入数据场的势函数和场强函数定义, 其中势函数定义为

$$V(x) = \sum_{i=1}^n V_i(x) = \sum_{i=1}^n \left(m_i \times e^{-\left(\frac{x-x_i}{r_i} \right)^2} \right). \tag{6}$$

式中: $x - x_i$ 为对象 x_i 到场点 x 的距离; m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 为对象的质量, 满足归一化条件, 即 $\sum_{i=1}^n m_i = 1$; $(0, +\infty)$ 用于控制对象间相互作用力程, 称为影响因子.

在复杂网络的拓扑结构中, 不同的节点具有不同的重要性, 那些具有重要地位和作用的节点, 在网络中会有较大的影响范围, 对周围邻居节点具有较大的辐射强度, 其他节点会在一定程度上受其影响. 根据这种影响程度的大小, 网络可划分为不同的社团.

受数据场层次聚类方法的启发, 本文提出了基

于数据场理论的社团探寻算法. 将网络中的节点视为空间中具有质量的粒子, 其周围存在一个虚拟作用场, 位于场内的任何其他对象都将受到场力作用, 所有对象的联合作用便在空间上确定了一个数据场. 该算法依据对象(节点)个体之间的势值(联系强弱程度), 把它们划分到不同的社团, 从而揭示网络社团结构. 采用网络拓扑上的距离(即节点间的最短路径)来衡量这种联系强度.

本文结合复杂网络的特性, 采用类似于涂文燕等^[10] 使用的势函数(6). 其中: 节点质量 m_i 和 r_i 取常数, 节点间的距离 $|x_j - x_i|$ 取两个节点 x_j 和 x_i 在网络中的最短路径. 势函数(6)作为描述数据场中各对象之间相互作用关系的直观方法, 能方便地计算网络节点的影响范围. 算法流程如下:

- 1) 对网络社团数目 k 进行判断, 搜索相应社团中的关键节点, 找到网络中的 k 个关键节点, 并将这 k 个关键节点作为一个集合记为 S ;
- 2) 将集合 S 中节点个数的倒数作为质量, 计算当前节点到 S 中每个节点的势值, 并将此节点归属于拥有最大势值的 S 中的节点;
- 3) 当出现某个节点 i 同时属于 S 中 2 个或 2 个以上节点时, 计算与节点 i 有边相连的所有节点 q_j ($j = 1, 2, \dots, k_i, k_i$ 为与节点 i 有边相连的节点个数, 即节点 i 的度值) 到集合 S 中每个节点的势值, 计算与节点 i 相连的 k_i 个节点到 S 中每个节点的势值和, 并将节点 i 归属于拥有最大势值和的 S 中的节点;
- 4) 遍历网络中所有节点, 最终将网络划分为 k 个社团.

4 实验仿真与分析

本文选用 3 个实验例子, 包括通过 Matlab 编程及网络可视化软件 Ucinet 和 Netdraw^[15] 生成的两个网络: 一个具有较明显的社团结构; 另一个则具有不明显的社团结构. 一个实际网络为 Zachary 研究的空手道俱乐部内部成员的关系网络. 对这 3 个网络分别应用本文提出的两种算法进行社团探寻, 最终获得了较好的社团分类.

为了便于判断社团分类效果的好坏, 采用衡量社团分类效果的一个定量指标——模块度^[16,17], 它是衡量网络划分质量的一个标准. 对于具有 n 个社团的网络, 引入一个 $n \times n$ 的对称矩阵 E , 其元素 e_{ij} 是网络中连接社团 i 的点和社团 j 的点的的所有边. 矩阵的迹 $\text{tr} E = \sum_i e_{ij}$ 是网络中连接同一社团的点的的所有边, 而行和(或列和) $a_i = \sum_j e_{ij}$ 是连接社团 i 的点的的所有边. 若网络中两点之间有一条边的概率相等, 则不管最后是否属于同一社团, 均有 $e_{ij} = a_i a_j$.

因此模块度定义为

$$Q = \frac{1}{n} \sum_i (e_{ij} - a_i^2) = \text{tr } E - E^2 \quad (7)$$

其中 E^2 表示矩阵 E^2 的元素之和. 基于定义 (7), 网络的 n 社团结构越明显, 则 Q 值越大, 因此可用 Q 作为衡量社团结构有效度的标准. 当 $Q > 0.3$ 时, 具有相对明显的社团结构^[17].

仿真研究中, 以所探测的模块度准确率作为判断社团结构探寻算法好坏的准则. 即首先通过 Matlab 生成具有已知社团结构(固定模块度 Q_1) 的网络; 然后察看社团探寻算法能否揭示出网络真实的社团结构, 并计算由该算法得出的网络社团结构相应模块度 Q_2 ; 最后以模块度准确率 $= Q_2 / Q_1$ 衡量社团结构探寻算法的有效性.

4.1 具有明显社团结构的网络

为了验证本文方法的有效性, 根据网络社团结构的定义编写了 Matlab 程序, 生成具有相对明显社团结构的复杂网络. 此网络为拥有 24 个节点, 3 个大小分别为 9, 7 和 8 的社团, 模块度为 0.3325, 记为网络 1.

应用 Matlab 绘制该网络的 2 个第一非平凡特征向量中各节点相应元素的分布, 如图 1 所示. 应用本文两种方法对网络 1 聚类后, 通过 Ucinet 和 Netdraw 绘制社团结构, 如图 2 所示. 两种方法对网络 1 聚类后的模块度和准确率如表 1 所示.

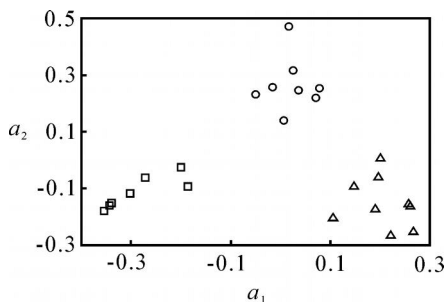


图1 网络1各节点相应元素的分布

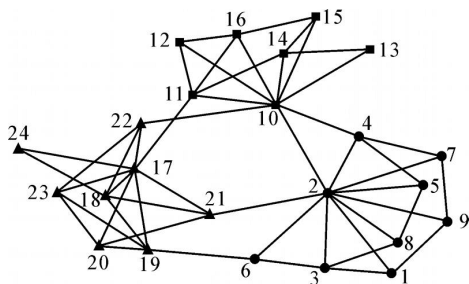


图2 网络1的社团结构

表1 网络1的模块度和准确率

采用的算法	模块度	准确率 / %
基于 K -means 聚类的算法	0.3325	100
基于数据场理论的算法	0.3325	100

4.2 具有不明显社团结构的网络

为了验证本文方法对社团结构不明显网络的有效性, 根据 Newman 等^[17] 提出的模块度可调的网络结构, 通过 Matlab 编写了相应程序, 生成具有不明显社团结构的复杂网络. 此网络为拥有 128 个节点, 4 个大小均为 32 的社团, 模块度为 0.2768, 记为网络 2.

应用 Matlab 绘制该网络的 3 个第一非平凡特征向量中各节点相应元素的分布, 如图 3 所示. 应用基于 K -means 聚类的算法, 得到的社团结构见图

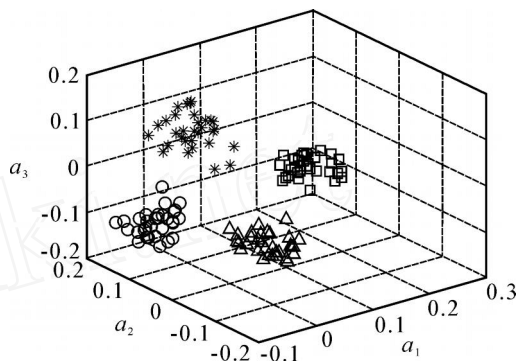
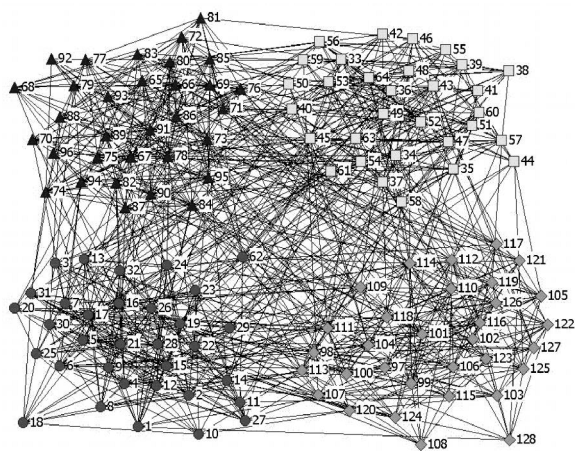
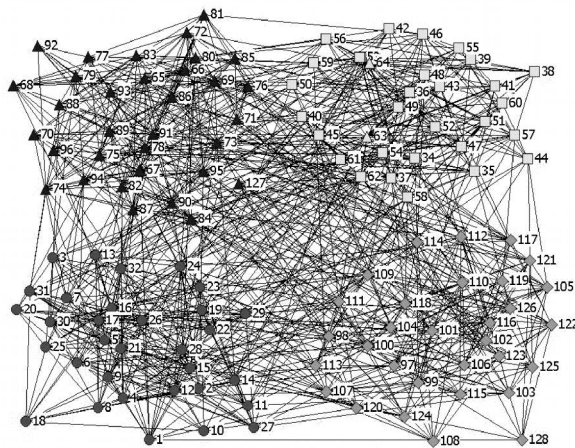


图3 网络2各节点相应元素的分布



(a) 基于 K -means 聚类算法的网络2社团结构



(b) 基于数据场理论的网络2社团结构

图4 不同算法得到的网络2社团结构

4(a);应用基于数据场理论的算法,得到的社团结构见图 4(b).两种方法对网络 2 聚类后的模块度和准确率如表 2 所示.

表 2 网络 2 的模块度和准确率

采用的算法	模块度	准确率 / %
基于 K -means 聚类的算法	0.2762	99.78
基于数据场理论的算法	0.2728	98.55

4.3 Zachary 的空手道俱乐部内部成员关系网络

社会网络大部分都具有社团结构,根据不同的属性可分为不同性质的社团.在实际网络分析中,本文采用社会网络分析的一个经典问题——Zachary's karate club study.

Zachary 花费两年时间来观察美国一所大学中空手道俱乐部成员间的相互社会关系,基于这些成员在俱乐部内部及外部的社会关系,构造了他们之间的关系网^[18],如图 5(a) 所示.在调查过程中,该俱乐部主管与校长因是否提高收费问题发生了争执,

结果该俱乐部分裂成了分别以主管和校长为核心的两个小俱乐部.图 5 中的节点 1 和节点 33 分别代表俱乐部主管和校长,而方形和圆形节点分别代表分裂后的小俱乐部中的各个成员.对于 Zachary 网络原始数据,应用本文的两种社团探寻算法得到的社团结构分别如图 5(b) 和图 5(c) 所示.

4.4 仿真结果分析

通过仿真结果可得出以下结论:对于模块度为 0.3325 的网络 1,应用 Matlab 以 2 个第一非平凡特征向量为坐标,绘制该网络各节点相应元素的分布.由图 1 可以看出,这些点主要集中在 3 个区域,因此可判断出此网络拥有 3 个社团.基于 K -means 聚类的社团探寻算法和基于数据场理论的社团探寻算法,均可以 100% 的准确率对其进行社团分析并找出其社团结构.对于社团结构不明显的网络,如模块度仅为 0.2768 的网络 2,应用 Matlab 以 3 个第一非平凡特征向量为坐标,绘制该网络各节点相应元素的分布.由图 3 可以看出,这些点主要集中在 4 个区域,因此可判断出此网络拥有 4 个社团.基于 K -means 聚类的社团探寻算法和基于数据场理论的社团探寻算法,分别可以 99.78% 和 98.55% 的准确率对其进行社团分析并找出其社团结构.

在对 Zachary 网络进行分析时,仅对节点 3 归属于哪个社团有争议.实际上,节点 3 处于两个社团的交界处,且都分别通过 4 条边与两个社团相连,因此它本身就有一定的歧义性.对比实际关系网络(图 5(a)),对 Zachary 网络原始数据分别应用本文的两种社团探寻算法,都较好地揭示了空手道俱乐部内部成员间的关系(图 5(b) 和图 5(c)),因此这两种算法在网络社团探寻中都是有效的.

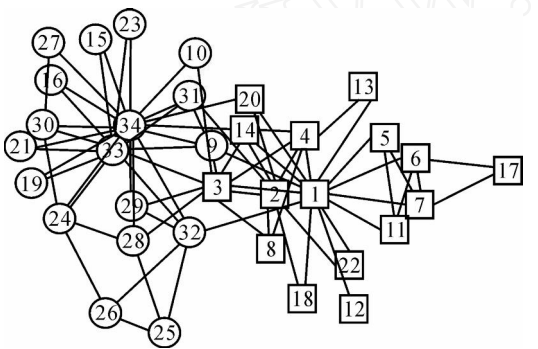
通过复杂网络社团的研究发现:在具有社团结构的复杂网络中,社团内部比整个网络具有更加鲜明的小世界效应,即具有比整个网络更短的平均路径和更大的聚集系数.对网络 2 的相关数据统计结果如表 3 所示.因此在网络控制中,在相同的耦合强度下,对社团的同步控制比对整个网络的同步控制更容易实现^[19].

表 3 网络 2 社团小世界效应统计数据

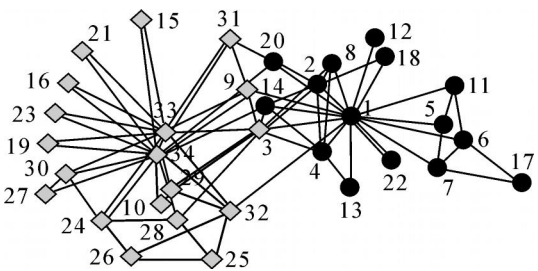
	网络 2 整体	社团 a	社团 b	社团 c	社团 d
平均路径长度	2.0271	1.5530	1.5814	1.5284	1.5795
聚集系数	0.1768	0.2974	0.2942	0.3286	0.2938

5 结 论

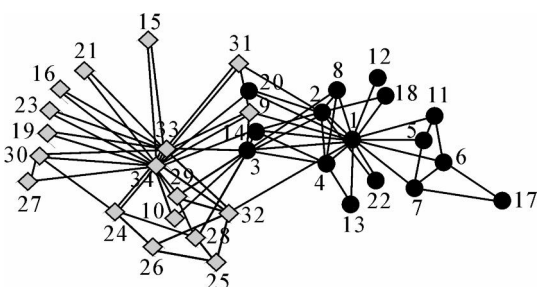
复杂网络的社团结构已成为一个具有挑战性的研究课题.本文首先介绍了判断网络中的社团数目,以及基于节点度值、介数和聚集系数寻找社团中关



(a) Zachary 的空手道俱乐部内部成员关系网络



(b) 基于 K -means 聚类算法的 Zachary 网络社团结构



(c) 基于数据场理论的 Zachary 网络社团结构

图 5 Zachary 网络社团结构的不同算法验证分析

键节点的算法;然后提出和分析了两种社团探寻算法:基于 k -means 聚类的社团探寻算法和基于数据场理论的社团探寻算法;最后基于模块度的概念,分别对社团结构明显和社团结构不明显的两个由 Matlab, Ucinet 和 Netdraw 生成的网络及 Zachary 网络进行仿真分析,仿真结果验证了两种算法在复杂网络社团分析中的有效性.

参考文献(References)

- [1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of "Small-world" networks[J]. Nature, 1998, 393(6684): 440-442.
- [2] Latora V, Marchiori M. Efficient behavior of small-world networks[J]. Physical Review Letters, 2002, 87(19): 1-4.
- [3] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.
- [4] Zhou T, Wang B H, Jin Y D, et al. Modelling collaboration networks based on nonlinear preferential attachment[J]. Int J of Modern Physics C, 2007, 18(2): 297-314.
- [5] Dorogovtsev S N, Mendes J F F, Samukhin A N. Structure of growing networks with preferential linking[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(21): 4633-4636.
- [6] 许丹, 李翔, 汪小帆. 局域世界复杂网络中的病毒传播及其免疫控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(7): 817-820.
(Xu D, Li X, Wang X F. On virus spreading in local-world complex networks and its immunization control[J]. Control and Decision, 2006, 21(7): 817-820.)
- [7] Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex network[J]. Review of Modern Physics, 2002, 74(1): 47-97.
- [8] Newman M E J, Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks[J]. Physical Review E, 2004, 69(2): 26-113.
- [9] Capocci A, Servidio V D P, Caldarelli G, et al. Detecting communities in large networks[J]. Physica A, 2005, 352(24): 669-676.
- [10] 涂文燕, 李德毅, 王建民. 一种基于数据场的层次聚类方法[J]. 电子学报, 2006, 34(2): 258-262.
(Gan W Y, Li D Y, Wang J M. An hierarchical clustering method based on data fields [J]. Acta Electronic Sinica, 2006, 34(2): 258-262.)
- [11] Fiedler M. Algebraic connectivity of graphs [J]. Czechoslovak Mathematical J, 1973, 23(98): 298-305.
- [12] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
(Wang X F, Li X, Chen G R. The theory and applications of complex networks [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)
- [13] Higham D J, Kalnaa G, Milla K. Spectral clustering and its use in bioinformatics [J]. J of Computational and Applied Mathematics, 2007, 204(1): 25-37.
- [14] Ng A Y, Jordan M I, Weiss Y. On spectral clustering: Analysis and an algorithm[R]. Berkeley: University of California, 2006.
- [15] 王柏, 吴巍, 徐超群, 等. 复杂网络可视化研究综述[J]. 计算机科学, 2007, 34(4): 17-23.
(Wang B, Wu W, Xu C Q, et al. A survey on visualization of complex network [J]. Computer Science, 2007, 34(4): 17-23.)
- [16] 刘婷, 胡宝清. 基于聚类分析的复杂网络中的社团探测[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2007, 4(1): 28-35.
(Liu T, Hu B Q. Detecting community in complex networks using cluster analysis[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2007, 4(1): 28-35.)
- [17] Newman M E J. Fast algorithm for detecting community structure in networks[J]. Physical Review E, 2004, 69(6): 1-5.
- [18] Zachary W W. An information flow model for conflict and fission in small groups [J]. J of Anthropological Research, 1977, 33(4): 452-473.
- [19] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, et al. Complex networks: Structure and dynamics [J]. Physics Reports, 2006, 424(4/5): 175-308.