

文章编号: 1001-0920(2009)03-0403-05

## 电磁轴承增益调度多目标控制器设计

尚安利, 马伟明, 刘德志

(海军工程大学 电力电子技术研究所, 武汉 430033)

**摘要:** 为了减弱转子质量不平衡带来的干扰, 提出一种多目标 ( $H_2/H$  控制和极点配置) 性能要求的增益调度电磁轴承控制器. 电磁轴承这类线性参数变化系统 (LPV) 可认为是参数多面体, 在多面体各顶点处采用线性矩阵不等式组 (LMIs) 和凸优化技术, 设计满足闭环极点配置和  $H_2/H$  性能的控制参数, 然后将这些控制参数综合为一个增益调度控制器. 仿真结果表明, 利用该方法设计的控制器可使电磁轴承随转速变化始终具有良好的控制性能.

**关键词:** 线性矩阵不等式; 凸优化; 电磁轴承; 极点配置

**中图分类号:** TH133.3      **文献标识码:** A

## Gain scheduling multiobjective controllers for active magnetic bearing

SHANG An-li, MA Wei-ming, LIU De-zhi

(Institute of Power Electronics, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China. Correspondent: SHANG An-li, E-mail: sxsal@tom.com)

**Abstract:** To alleviate the disturbances produced due to rotor mass imbalance, a multiobjective ( $H_2/H$  and pole placement) design procedure for active magnetic bearings (AMB) is presented. Linear parameter varying (LPV) system, such as AMB, is taken as time-varying parameter. Then the LPV model of AMB can be considered as convex polyhedron. At every vertex of convex polyhedron parameter space, state feedback controllers satisfying  $H_2/H$  and pole placement performance are designed by using linear matrix inequalities (LMIs) and convex optimization approach. By using these designed controllers, an LPV controller is synthesized by using gain scheduled theory. Simulation results prove that the AMB with the gain scheduled multiobjective controller has good performance as the rotor speed varies.

**Key words:** Linear matrix inequalities; Convex optimization; Active magnetic bearings; Pole placement

### 1 引言

电磁轴承控制的难点在于转子运动存在陀螺耦合效应和不平衡力干扰. 在过去 20 多年里, 多种控制方法已用于电磁轴承的主动控制, 但大多基于对象为线性定常系统 (LTI) 的假设. 这在转子以某一固定转速运行时是合适的, 但当转子转速在大范围变化运行时, 对象的 LTI 假设不再有效<sup>[1]</sup>. 在电磁轴承系统的建模过程中, 不可避免地存在参数不确定性和未建模动态. 另外, 在电磁轴承系统运行过程中, 存在磁极和功率放大器输出饱和现象<sup>[2]</sup>. 对于上述问题, 在鲁棒控制中一般采用回路整型的方法<sup>[3,4]</sup>, 但回路整型方法存在加权函数不易选择的

问题<sup>[5]</sup>. 在忽略质量不平衡干扰条件下, 文献[6,7]研究了电磁轴承控制器设计问题.

对于带有参数不确定性和未建模动态的系统, 可采用  $H$  性能指标衡量系统的鲁棒性,  $H$  综合保证了最严重干扰情况下系统的鲁棒稳定性.  $H_2$  设计对于处理包括测量噪声在内的随机干扰非常有效, 即当干扰为白噪声或冲击类型时,  $H_2$  设计可保证最小的能量输出. 另外, 线性系统响应的过渡过程与其极点位置有关, 为取得满意的动态性能, 要求闭环系统极点配置到期望的区域内<sup>[8]</sup>.

带有多个约束和多目标 ( $H_2/H$  性能指标和极点配置) 要求的控制问题, 按照矩阵等式可能没

收稿日期: 2008-01-07; 修回日期: 2008-04-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目创新研究群体项目 (50421703).

作者简介: 尚安利 (1971—), 男, 陕西永寿人, 工程师, 博士, 从事电磁轴承控制技术的研究; 马伟明 (1960—), 男, 江苏扬中人, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 从事电机和电气技术等研究.

有解析解,但在LMI的框架内可能非常容易求解.对于LPV系统的多目标控制器设计问题,目前还没有有效的解法.

本文在文献[8,9]的基础上,提出一种LPV系统的增益调度多目标控制器设计方法,并采用该方法设计了电磁轴承控制器.该设计方法也可推广应用于其他LPV系统的控制器设计.

## 2 电磁轴承动力学模型

将电磁线圈电流作为状态变量,电磁轴承完整的动力学方程可表示为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ \dot{x}_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_v & pA_{vh} \\ -pA_{vh} & A_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} B_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & B_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_h \end{bmatrix} + p^2 \begin{bmatrix} E_v \\ E_h \end{bmatrix} n, \\ \begin{bmatrix} y_v \\ y_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_{v2} \\ y_{h2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_v \\ u_h \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} x_v &= [g_v^T \quad \dot{g}_v^T \quad i_v^T]^T = \\ &[g_{n1} \quad g_{r1} \quad g_{l1} \quad g_{r1} \quad i_{n1} \quad i_{r1}]^T, \\ x_h &= [g_h^T \quad \dot{g}_h^T \quad i_h^T]^T = \\ &[g_{B3} \quad g_{r3} \quad \dot{g}_{B3} \quad \dot{g}_{r3} \quad i_{B3} \quad i_{r3}]^T, \\ u_v &= [e_{n1} \quad e_{r1}]^T, \quad u_h = [e_{B3} \quad e_{r3}]; \end{aligned}$$

下标 $v$ 表示垂直运动, $h$ 表示水平运动; $vh$ 表示垂直运动和水平运动的耦合; $[y_v^T \quad y_h^T]^T$ 为转子两端中心位移变化.

为了优化系统能量损耗,本文在文献[4]的基础上引入电磁轴承系统性能输出 $[y_{v2}^T \quad y_{h2}^T]^T$ ,模型的详细内容可参见文献[4].其中: $g_j$ 为转子端部中心在水平和垂直方向的位移(气隙变化量); $e_j$ 为定子电磁线圈控制电压的变化量; $i_j$ 为定子电磁线圈控制电流的变化量, $j = 1, 3, r, l$ 表示转子左侧, $r$ 表示转子右侧, $1$ 表示转子垂直运动的某一方向, $3$ 表示转子水平运动的某一方向.

由模型(1)可以看出,系统的不平衡干扰与转速平方成正比.在高转速时,需要增大能量以抵消这些干扰.

## 3 LPV系统增益调度多目标控制设计

对于LPV系统

$$\begin{cases} \dot{x} = A(p)x + B_1(p)n + B_2u, \\ z = C_1(p)x + D_{11}(p)n + D_{12}u, \\ z_2 = C_2(p)x + D_{22}u. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x \in R^n, z \in R^m$ 为系统状态和输出;参数 $p \in R^r$ ;  $n$ 为系统的干扰;矩阵 $A(p), B_1(p), B_2,$

$C_1(p), C_2(p), D_{11}(p), D_{12}, D_{22}$ 具有合适的维数,且 $B_1, B_2, D_{12}, D_{22}$ 为常数矩阵,未知参数 $p$ 可通过实际测量获得.当参数 $p$ 在以 $p_1, p_2, \dots, p_r (r = 2^l)$ 为顶点的参数多面体 $P$ 上运动时,有

$$= \text{Co}\{p_1, p_2, \dots, p_r\} = \left\{ \sum_{i=1}^r \alpha_i p_i : \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0 \right\}, \quad (3)$$

其中 $\text{Co}\{ \cdot \}$ 表示集合 $\{ \cdot \}$ 的凸包.系统矩阵 $A(p), B_1(p), C_1(p), C_2(p)$ 和 $D_{11}(p)$ 为参数向量 $p$ 的仿射型函数矩阵,则矩阵 $A(p), B_1(p), C_1(p), C_2(p)$ 和 $D_{11}(p)$ 在矩阵多面体 $P$ 上分布,多面体 $P$ 的顶点可由参数多面体 $P$ 的顶点计算得出,即系统矩阵属于多面体

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A(p) & B_1(p) & B_2 \\ C_1(p) & D_{11}(p) & D_{12} \\ C_2(p) & D_{21}(p) & D_{22} \end{bmatrix} = \\ &\text{Co} \left\{ \begin{bmatrix} A_i & B_{1i} & B_2 \\ C_{1i} & D_{11i} & D_{12} \\ C_{2i} & D_{21i} & D_{22} \end{bmatrix}, i = 1, \dots, r \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $A_i, B_{1i}, \dots$ 表示矩阵 $A(p), B_1(p), \dots$ 在参数多面体 $P$ 顶点 $p_i$ 处的取值.当 $p = p_i (i = 1, \dots, r)$ 时,可将电磁轴承系统的动力学方程(1)作为线性定常(LTI)系统

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_{1i} n + B_2 u, \\ z = C_{1i} x + D_{11i} n + D_{12} u, \\ z_2 = C_{2i} x + D_{22} u. \end{cases} \quad (5)$$

由文献[8]可知,存在反馈控制 $u = Kx$ ,与LTI系统(5)构成闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x}_d = A_{di} x_d + B_{di} n, \\ z = C_{d1i} x_d + D_{d1i} n, \\ z_2 = C_{d2i} x_d. \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{di} &:= A_i + B_2 K_i, \quad B_{di} := B_{1i}, \\ C_{d1i} &:= C_{1i} + D_{12} K_i, \quad C_{d2i} := C_{2i} + D_{22} K_i, \\ D_{d1i} &:= D_{11i}. \end{aligned}$$

以 $T_{nc1}(s)$ 和 $T_{nc2}(s)$ 分别表示从 $n$ 到输出 $z$ 和 $z_2$ 的闭环传递函数.设 $(A_{di}, B_{di}, C_{d1i}, D_{d1i})$ 和 $(A_{di}, B_{di}, C_{d2i})$ 表示 $T_{nc1}(s)$ 和 $T_{nc2}(s)$ 的实现.由文献[8]可知,当且仅当存在正定对称矩阵 $X_D > 0$ ,使得如下线性矩阵不等式成立:

$$[u X_D + u (A_{di} X_D) + u_k (A_{di} X_D)^T]_{1, k, l, m} < 0. \quad (7)$$

则满足极点配置 $D$ 区域约束; $H$ 约束等价于存在正定对称矩阵 $X$ ,使得

$$\begin{bmatrix} A_{di} X + X A_{di}^T & B_{di} & X C_{d1i}^T \\ B_{di}^T & -I & D_{d1i}^T \\ C_{d1i} X & D_{d1i} & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (8)$$

$T_{nc2}(s) \frac{1}{2} < \text{trace}(Y)$  等价于存在正定对称矩阵  $X_2$  和  $Y$ , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} A_{di} X + X A_{di}^T & B_{di} \\ B_{di}^T & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} Y & C_{d2i} X_2 \\ C_{d2i} X_2^T & X_2 \end{bmatrix} > 0.$$

对于 LPV 系统 (2), 为了提高系统在整个参数  $p$  变化范围内的动态和稳态性能, 设计增益调度状态反馈控制器  $u = K(p)x$ , 使其与 LPV 系统 (2) 构成的闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x} = A_d(p)x + B_1(p)n, \\ z = C_{d1}(p)x + D_{d1}n, \\ z_2 = C_{d2}(p)x. \end{cases} \quad (10)$$

满足目标:  $H_2$  性能  $T_{nc2}(s) \frac{1}{2}$  最小, 且  $H$  性能  $T_{nc}(s) < \dots$ , 系统闭环极点位于  $D$  区域内. 其中  $A_d(p), B_d(p), C_{d1}(p), C_{d2}(p)$  为  $A_{di}, B_{di}, C_{d1i}, C_{d2i}$  在参数  $p$  变化时的矩阵. 从前面的讨论可知, 该目标要求等价于: 在矩阵  $X, X_2, X_D, Y$  和  $K(p)$  满足式 (7) ~ (9) 的条件下, 使得  $\text{trace}(Y)$  最小化.

为了在 LMI 框架内运算方便且满足凸性条件<sup>[8]</sup>, 寻找一个满足式 (7) ~ (9) 的公共 Lyapunov 矩阵  $X$ , 即  $X = X_2 = X_D = X > 0$ , 使得上述 3 个约束集合同时成立. 于是控制目标转化为计算泛函

$$J(T_{nc2}) := \inf\{\text{trace}(Y) : X, Y, K \text{ 满足式 (7) ~ (9)}\}$$

且  $X = X_2 = X_D = X > 0$ . (11)

$J(T_{nc2})$  为满足目标要求的最优  $H_2$  性能的上限值. 为使式 (11) 这类多目标最优控制问题可解, 需要进行变量代换  $L_i = K_i X$ . 于是可得到下面多目标增益调度状态反馈控制的 LMI 陈述.

**定理 1**  $D$  区域位于复数平面的左半平面, 满足式 (7). 当参数  $p$  在多面体  $P$  上变化时, 由式 (11) 定义的闭环系统 (10) 的  $H_2$  性能泛函  $J(T_{nc2})$ , 可作为下面 LMI 最优问题的全局最小化来计算:

$$\min \text{trace}(Y)$$

分别对于一个正定对称阵  $X$  和  $Y$  以及矩阵  $L_i$ , 满足下面  $3r$  个线性矩阵不等式约束:

$$[ \mu X + \nu U(X, L_i) + \rho U(X, L_i)^T ]_{1 \times k, l \times m} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} Y & C_2 X + D_{22} L_i \\ X C_2^T + L_i^T D_{22}^T & X \end{bmatrix} > 0,$$

$$\begin{bmatrix} U(X, L_i) + U(X, L_i)^T & B_{1i} & V(X, L_i)^T \\ B_{1i}^T & -I & D_{11}^T \\ V(X, L_i) & D_{11} & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

其中

$$U(X, L_i) = A_i X + B_2 L_i,$$

$$V(X, L_i) = C_{1i} X + D_{12} L_i, \quad i = 1, \dots, r.$$

假设线性矩阵不等式组 (12) 为可实现的, 设  $X^*, Y^*$  和  $L_i^*$  为满足上述 LMIs 约束的最优化解, 则在最恶劣情况下, 由  $K^* = L_i^* (X^*)^{-1}$  综合得到的状态反馈增益调度控制器

$$K^*(p) = \begin{matrix} r \\ i=1 \end{matrix} i(p) K_i^*,$$

$$i(p) = \begin{matrix} r \\ i=1 \end{matrix} i = 1. \quad (13)$$

使得闭环系统 (10) 满足  $T_z(s) < \dots$ , 闭环系统极点位于  $D$  区域内, 并且  $H_2$  性能不超过  $\sqrt{\text{trace}(Y^*)}$ .

证明 对于闭环系统 (6), 在引入变量变化  $L_i = K_i X$  的情况下, 假设由式 (7) ~ (9) 可得出存在对称正定矩阵  $X$  和  $Y$  以及矩阵  $L_i (i = 1, \dots, r)$ , 均满足  $3r$  个线性矩阵不等式组 (12). 进一步由式 (3) 和 (4)

可知, 存在  $i = 0, \dots, i = 1$ , 使得

$$\begin{matrix} r \\ i=1 \end{matrix} \begin{bmatrix} U(X, L_i) + U(X, L_i)^T & B_{1i} & V(X, L_i)^T \\ B_{1i}^T & -I & D_{11}^T \\ V(X, L_i) & D_{11} & -I \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} A(p)X + XA^T(p) + B_1(p) & XC_1^T + L^T(p)D_{12}^T \\ B_2L(p) + L^T(p)B_2^T & B_1(p) & L^T(p)D_{12}^T \\ B_1^T(p) & -I & D_{11}^T(p) \\ C_1(p)X + D_{12}L(p) & D_{11}(p) & -I \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} U(X, L) + U(X, L)^T & B_1(p) & V(X, L)^T \\ B_1^T(p) & -I & D_{11}^T(p) \\ V(X, L) & D_{11}(p) & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$\begin{matrix} r \\ i=1 \end{matrix} [ \mu X + \nu U(X, L_i) + \rho U(X, L_i)^T ]_{1 \times k, l \times m} =$$

$$[ \mu X + \nu U(X, L) + \rho U(X, L)^T ]_{1 \times k, l \times m} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{matrix} r \\ i=1 \end{matrix} \begin{bmatrix} Y & C_{2i} X + D_{22} L_i \\ X C_{2i}^T + L_i^T D_{22}^T & X \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} Y & C_2(p) X + D_{22} L(p) \\ X C_2^T(p) + L^T(p) D_{22}^T & X \end{bmatrix} > 0. \quad (16)$$

其中

$$U(X, L) = A(p)X + B_2L(p),$$

$$V(X, L) = C_1(p)X + D_{12}L(p).$$

且总存在一组最优解  $X^*, Y^*$  和  $L_i^*$ , 使得由  $K^* = L_i^* (X^*)^{-1}$  综合得到的状态反馈增益调度控制器 (13) 保证满足要求.

上述最优问题可通过 LMI 优化软件 (如 Matlab

LMI Control Toolbox<sup>(10)</sup> 求解得到  $Y^*$ ,  $X^*$  和  $L_i^*$ . 在利用定理 1 求得各个顶点满足要求的反馈增益  $K_i^* = L_i^* (X^*)^{-1}$  后,可综合得到对于任意参数  $p$  的反馈控制器(13). 值得注意的是:控制器的主要参数均是离线计算的,只需要控制器(13)实时在线计算. 在实际控制过程中,本文设计的控制器计算量较少,容易实现. 其原理框图如图 1 所示.

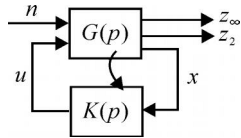


图 1 电磁轴承多目标增益调度控制原理

#### 4 电磁轴承多目标增益调度控制器

对于电磁轴承这类 LPV 系统(1),可通过位移传感器、电流传感器和转速传感器来测量转子位移、电磁线圈电流和转子转速. 转子径向移动速度可由位移通过微分器获得. 这样可将转子位移、转子移动速度和线圈电流作为状态变量来设计反馈控制器. 设转子转速  $p(t)$  在范围  $[p_{\min}, p_{\max}]$  内变化, 转速  $p(t)$  可凸分解为

$$p(t) = \left( \frac{p_{\max} - p(t)}{p_{\max} - p_{\min}} \right) p_{\min} + \left( \frac{p(t) - p_{\min}}{p_{\max} - p_{\min}} \right) p_{\max}, \quad (17)$$

其中  $p_{\min}$  和  $p_{\max}$  为参数  $p(t)$  变化多边形的顶点(本例为转速变化范围边界值). 这样,在状态反馈控制器(13)中,有

$$\begin{cases} 1(p) = \left( \frac{p_{\max} - p}{p_{\max} - p_{\min}} \right), \\ 2(p) = \left( \frac{p - p_{\min}}{p_{\max} - p_{\min}} \right). \end{cases} \quad (18)$$

在不同工作转速下,增益调度多目标控制器为

$$K(p) = 1(p) K_1 + 2(p) K_2. \quad (19)$$

#### 5 仿真研究

下面对电磁轴承系统(1)进行仿真研究,以检验增益调度多目标控制器设计方法的有效性. 电磁轴承系统参数如表 1 所示<sup>(4)</sup>.

转子转速在  $300 \sim 900 \text{ rad/s}$  (即  $2865 \sim 8594 \text{ rpm}$ ) 范围内变化. 定义电磁轴承系统闭环极点分布于如图 2 所示的  $D$  区域内,区域参数  $\alpha$  和  $\beta$  分别为

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ &= \begin{bmatrix} \sin(\alpha/4) & \cos(\alpha/4) & 0 \\ -\cos(\alpha/4) & \sin(\alpha/4) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

表 1 电磁轴承参数

参 数	符 号	数 值
转子质量 / kg	$m$	13.9
绕 X 轴方向转子转动惯量 / $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$J_x$	0.0134
绕 Y 轴方向转子转动惯量 / $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$J_y$	0.232
转子长度 / m	$l$	0.13
稳态气隙长度 / mm	$G_0$	0.55
转速范围 / (rad / s)	$p$	300 ~ 900
线圈电阻 / $\Omega$	$R$	10.7
线圈电感 / H	$L$	0.285
径向偏心率 / (m / N)		0
左右端轴承吸引力 / N	$F_{11, A}$ $F_{12-14}, F_{12-14}$	90.9 22
左右端轴承稳态电流 / A	$I_{11, A}$ $I_{12-14}, I_{12-14}$	0.63 0.31

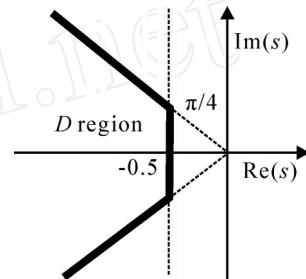


图 2 D 区域图

为了尽可能补偿不平衡干扰,同时也为满足仿射型函数矩阵的要求,对于电磁轴承系统(1),可将  $p[E_v^T \ E_b^T]^T$  作为干扰输入矩阵,而将  $pn$  作为不平衡干扰. 根据定理 1,利用 Matlab LMI Control Toolbox 编制电磁轴承多目标控制器参数计算程序,优化选择  $H_2$  性能指标  $\gamma = 2.5$ ,求得参数  $K_1$  和  $K_2$ ,  $H_2$  最优性能指标为 40703.41. 由于篇幅所限,控制器参数略.

本文利用控制器(19)进行仿真研究,仿真结果如图 3 所示. 其中:图 3(a)为转速等于  $2865 \text{ rpm}$  ( $300 \text{ rad/s}$ ) 时,转子左右两端中心变化轨迹;图 3(b)为该转速下电磁线圈控制电流变化;图 3(c)为转速等于  $8594 \text{ rpm}$  ( $900 \text{ rad/s}$ ) 时,转子左右两端中心变化轨迹;图 3(d)为该转速下电磁线圈控制电流变化.

由图 3 可以看出,当转速在  $300 \sim 900 \text{ (rad/s)}$  范围内变化时,采用本文多目标增益调度控制器可以保证转子稳定运行. 从图 3(c)和图 3(d)可以看出,在高速旋转时(此时产生最大不平衡干扰力,控制系统需要增大控制电流以抑制不平衡干扰力的影响),转子具有较小的回转半径,且控制电流远小于  $0.63 \text{ A}$  和  $0.31 \text{ A}$ ,电磁铁没有出现饱和现象.

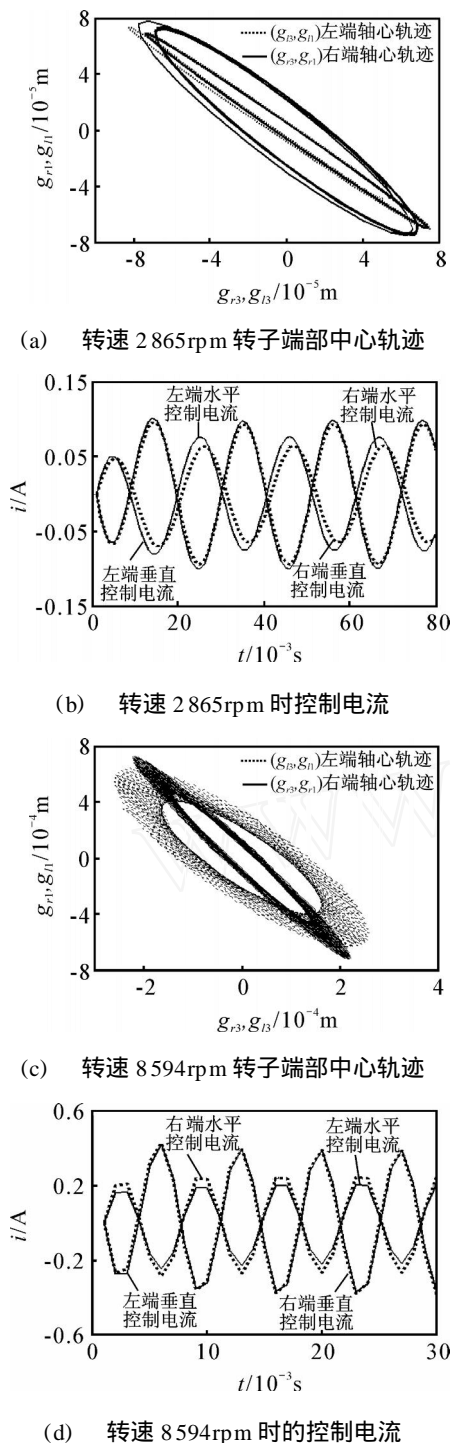


图 3 转子两端中心轨迹和控制电流变化

### 6 结 论

本文通过 LPV 的凸分解技术,将转子/电磁轴承模型化为具有凸多面体结构的 LPV 模型.对多面

体各顶点设计满足多目标性能要求的状态反馈控制增益,利用各顶点设计的控制器综合得到具有凸多面体结构的 LPV 控制器.在对顶点控制器参数设计过程中,利用 LMI 技术得到满足性能要求的优化解.最后,通过仿真验证了所设计的增益调度多目标控制器,可使电磁轴承系统随转速变化始终具有良好的动态和稳态性能.

### 参考文献(References)

[1] Tsiotras P, Mason S. Self-scheduled  $H$  controllers for magnetic bearings [C]. Nonlinear Dynamics and Controls Symposium. Atlanta, 1996: 17-22.

[2] Zhuravlyou Y N. On LQ-control of magnetic bearing [J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2000, 8(2): 334-350.

[3] Schlotter M. Robust control and contact recovery of rotor/ magnetic bearing systems [D]. Bath: University of Bath, 2007.

[4] Matsumura F, Namerikawa T, Hagiwara K, et al. Application of gain scheduled  $H$  robust controllers to a magnetic bearing [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1996, 4(5): 484-493.

[5] Zhou K M, Doyle J C, Glover K. Robust and optimal control [M]. Prentice Hall, 1995.

[6] 郝娟, 丁懿, 肖定国, 等. 基于线性矩阵不等式的磁悬浮轴承多目标控制系统设计 [J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(9): 110-114.

(Hao J, Ding Y, Xiao D G, et al. A design method for the magnetic bearing control system with multiobjective requirements via linear matrix inequalities approach [J]. Proc of the CSEE, 2007, 27(9): 110-114.)

[7] Fujita M, Hatake K, Matsumura F. Loop shaping based robust control of a magnetic bearing [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1993, 13(4): 57-65.

[8] Chilali M, Gahinet P.  $H$  design with pole placement constraint: An LMI approach [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(3): 358-367.

[9] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

[10] Gahinet P, Nemirovskii A, Laub A, et al. LMI control toolbox [M]. The Mathworks Inc, 1995.