第 24 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2009 年 3 月
Vol. 24 No. 3 Control and Decision Mar. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)03-0352-04

基于反向累积法的强化缓冲算子序列的研究

米传民[1], 刘思峰[1], 吴正朋[1,2], 王建玲[1]
(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016; 2. 中国传媒大学 应用数学系, 北京 100024)

摘 要: 在灰色系统理论缓冲算子公理体系下,利用反向累积和的概念,构造了 l 阶反向累积和算术平均强化缓冲算子及 l 阶反向累积和几何平均强化缓冲算子. 给出并证明了其强化缓冲算子的性质和算子作用后序列之间的大小关系. 该类算子具有普适性,当阶数等于 1 时即为党氏强化缓冲算子. 最后通过一个实例验证了该算子的有效性.

关键词: 灰色系统; 预测与决策; 反向累积法; 缓冲算子; 强化算子
中图分类号: N94 **文献标识码**: A

Study on sequence of strengthening buffer operator based on back cumulative-sum method

MI Chuan-min[1], *LIU Si-feng*[1], *WU Zheng-peng*[1,2], *WANG Jian-ling*[1]
(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjng 210016, China; 2. Department of Applied Mathematics, Beijing Broadcasting Institute, Beijing 100024, China. Correspondent: MI Chuan-min, E-mail: michuanmin@163.com)

Abstract: Under the grey systems theory buffer operations' axiom, based on the present strengthening buffer operator, using the concept of back cumulative-sum, this paper proposes new buffer operators, l-BCASBO and l-BCGASBO. Their characters and the relationship of data series after cumputing are studied by these two kinds of operators, which are general operators. When l is 1, they are Dang's strengthening buffer operators. Finally, an example shows the effectiveness of the operators.

Key words: Grey systems; Forcasting and decision-making; Back cumulative-sum method; Buffer operator; Strengthening operator

1 引 言

灰色系统的特点是研究小样本和贫信息等不确定性问题,因此其基本准则是:充分开发利用已占有的信息,挖掘系统本身固有的规律. 灰色系统理论认为,尽管客观系统的表象复杂,数据离乱,但它们总有自身的整体功能,必然蕴含着某种规律,关键是如何选择适当的方法来挖掘和利用它们[1-3].

文献[2-5]提出了冲击扰动缓冲算子的概念,并构造出一种使用较为广泛的缓冲算子. 此后,一些学者对弱化缓冲算子和强化缓冲算子进行扩展研究[6-11]. 本文在此基础上,结合反向累积法构造了一类新的强化缓冲算子,从而扩大了强化缓冲算子的类型. 最后通过一个算例表明,新算子的预测精度优于上述算子,它能有效地提高建模和预测过程中的精度.

2 基本概念

定义 1 设系统行为数据序列为 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$,称

$$\sum_{i=1}^{n}{}^{(1)} x(t) = \sum_{i=1}^{n} x(t),$$

$$\sum_{i=1}^{n}{}^{(2)} x(t) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x(j) = \sum_{j=1}^{n} j x(j),$$

$$\cdots$$

$$\sum_{i=1}^{n}{}^{(l)} x(i) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}{}^{(l-1)} x(j) =$$

$$\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=1}^{n} i(i+1)\cdots(i+k-2)\, x(i). \quad (1)$$

分别为 1 阶、2 阶和 l 阶反向累积和算子[12].

收稿日期: 2008-01-18; **修回日期**: 2008-05-24.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037); 教育部博士学科点基金项目(20020287001); 南京航空航天大学引进人才基金项目(S0742-094).
作者简介: 米传民(1976—),男,山东聊城人,讲师,博士,从事灰色系统理论、金融系统工程的研究; 刘思峰(1955—),男,河南平舆人,教授,博士生导师,从事灰色系统理论等研究.

当 $x(1) = x(2) = \cdots = x(n) = 1$ 时,有

$$\sum_{i=1}^{n}{}^{(l)} 1 = \frac{1}{l\,!} n(n+1)\cdots(n+k-1). \tag{2}$$

定义 2　设系统行为数据序列为 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$,那么:

1) 若 $\forall k = 2,3,\cdots,n, x(k) - x(k-1) > 0$,则称 X 为单调增长序列.

2) 若 $\forall k = 2,3,\cdots,n, x(k) - x(k-1) < 0$,则称 X 为单调衰减序列.

3) 若有 $k_1, k_2 \in \{2,3,\cdots,n\}$, $x(k_1) - x(k_1-1) > 0$, $x(k_2) - x(k_2-1) < 0$,则称 X 为振荡序列;当 $M = \max_{1\le k\le n} x(k)$, $m = \min_{1\le k\le n} x(k)$ 时,称 $M - m$ 为序列 X 的振幅.

定义 3　设 X 为系统行为数据序列,D 为作用于 X 的算子,X 经算子 D 作用后的序列记为 $XD = (x(1)d, x(2)d, \cdots, x(n)d)$,则称 D 为序列算子. 对序列连续作用,可得二阶算子,直到 l 阶算子,分别记为 $XD^2, \cdots, XD^l$.

满足文献[4]中 3 个公理(即不动点公理、信息充分利用公理、解析化与规范公理)的序列算子称为缓冲算子,XD 称为缓冲序列.

定义 4　设 X 为系统行为数据序列,当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时,缓冲序列 XD 比行为数据序列 X 的增长速度(或衰减速度)增强或振幅增大,则缓冲算子 D 为强化算子[5].

定理 1[5]　1) 设 X 为单调增长序列,XD 为缓冲序列,则 D 为强化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k) \ge x(k)d$, $k = 1,2,\cdots,n$;

2) 设 X 为单调衰减序列,XD 为缓冲序列,则 D 为强化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k) \le x(k)d$, $k = 1,2,\cdots,n$;

3) 设 X 为振荡序列,XD 为缓冲序列,D 为强化缓冲算子,则

$$\max_{1\le k\le n} x(k) \le \max_{1\le k\le n}\{x(k)d\},$$

$$\max_{1\le k\le n} x(k) \ge \max_{1\le k\le n}\{x(k)d\}.$$

由定理 1 可知,单调增长序列在强化缓冲算子作用下,数据萎缩;单调衰减序列在弱化缓冲算子作用下,数据膨胀.

3　基于反向累积和的强化缓冲算子

刘思峰等[5]构造了下列强化缓冲算子:设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$,令 $XD_1 = (x(1)d_1, x(2)d_1, \cdots, x(n)d_1)$,其中

$$x(k)d_1 := (n-k+1)x^2(k) \Big/ \sum_{i=k}^{n} x(i),$$

$$k = 1,2,\cdots,n. \tag{3}$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时,D_1 皆为强化缓冲算子. 本文称 D_1 为平均强化缓冲算子.

在该算子的基础上,利用反向累积法可构建新的强化缓冲算子序列.

定理 2　设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列,令

$$x(k)d_l = \frac{\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\sum_{i=k}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(j)\right]},$$

$$k = 1,2,\cdots,n; \tag{4}$$

$$XD_l = (x(1)d_l, x(2)d_l, \cdots, x(n)d_l). \tag{5}$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时,D_l ($l = 1,2,\cdots$) 为 l 阶反向累积和算术平均强化缓冲算子(l-BCASBO).

证明　容易验证,算子序列 $\{D_l, l = 1,2,\cdots\}$ 满足缓冲算子的 3 个公理,因而 D_l 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时,有 $x(k) \le x(k+1) \le \cdots \le x(n)$,可得

$$x(k)d_l = \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=k}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(j)\right]} \le$$

$$\frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(k)} = x(k), \tag{6}$$

因此 D_l 为强化缓冲算子.

2) 当 X 为单调衰减序列时,有 $x(k) \ge x(k+1) \ge \cdots \ge x(n)$,可得

$$x(k)d_l = \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=k}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(j)\right]} \ge$$

$$\frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(k)} = x(k), \tag{7}$$

因此 D_l 为强化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时,令 $x(k) = \max_{1\le i\le n} x(i)$, $x(h) = \min_{1\le i\le n} x(i)$. 则有 $x(k) \ge x(k+1) \ge \cdots \ge x(n)$, $x(h) \le x(h+1) \le \cdots \le x(n)$,可得

$$x(k)d_l = \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=k}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right) x(j)\right]} \ge$$

$$\frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x(k)} = x(k) = \max_{1\le i\le n} x(i), \tag{8}$$

$$x(h)d_l = \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=h}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x^2(h)}{\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=h}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x(j)\right]} \ge \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=h}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x^2(h)}{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=h}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x(h)} = x(h) = \min_{1\le i\le n} x(i). \tag{9}$$

故有 $\max_{1\le i\le n} x(i)d_l \ge \max_{1\le i\le n} x(i)$, $\min_{1\le i\le n} x(i)d_l \le \min_{1\le i\le n} x(i)$. 因此 D_l 为强化缓冲算子,$\{D_l, l = 1,2,\cdots\}$ 为强化缓冲算子序列. □

当 $l = 1$ 时,即为文献[8]中定理 2 的强化缓冲算子.

定理 3 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为非负系统行为数据序列,其中

$$x(k)e_l = \frac{x^2(k)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}}. \tag{10}$$

令 $XE_l = (x(1)e_l, \cdots, x(n)e_l)$,则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时,$E_l(l = 1,2,\cdots)$ 为 l 阶反向累积和几何平均强化缓冲算子(l-BCGASBO).

证明 容易验证,算子序列$\{E_l, l = 1,2,\cdots\}$满足缓冲算子的 3 个公理,因而 E_l 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时,有 $0 < x(k) \le x(k+1) \le \cdots \le x(n)$,可得

$$x(k)e_l = \frac{x^2(k)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} \le \frac{x^2(k)}{\left[x(k)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} = x(k), \tag{11}$$

因此 E_l 为强化缓冲算子.

2) 当 X 为单调衰减序列时,有 $x(k) \ge x(k+1) \ge \cdots \ge x(n) > 0$,可得

$$x(k)e_l = \frac{x^2(k)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+1-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} \ge \frac{x^2(k)}{\left[x(k)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} = x(k), \tag{12}$$

因此 E_l 为强化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时,令 $x(k) = \max_{1\le i\le n} x(i)$, $x(h) = \min_{1\le i\le n} x(i)$,则 $x(k) \ge \cdots \ge x(n) > 0$, $0 < x(h) \le \cdots \le x(n)$. 有

$$x(k)e_l = \frac{x^2(k)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} \ge \frac{x^2(k)}{\left[x(k)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} = x(k), \tag{13}$$

$$x(h)e_l = \frac{x^2(h)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(h)^{\prod_{i=h}^{h+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=h}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} \le \frac{x^2(h)}{\left[x(h)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(h)^{\prod_{i=h}^{h+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=h}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} = x(h). \tag{14}$$

则

$$x(k)e_l \ge \max_{1\le i\le n} x(i), \quad x(h)e_l \le \min_{1\le i\le n} x(i),$$

$$\max_{1\le i\le n} x(i)e_l \ge \max_{1\le i\le n} x(i),$$

$$\min_{1\le i\le n} x(i)e_l \le \min_{1\le i\le n} x(i).$$

因此 E_l 为强化缓冲算子,$\{E_l, l = 1,2,\cdots\}$ 为强化缓冲算子序列. □

当 $l = 1$ 时,即为文献[8]中定理 3 的党氏强化缓冲算子.

定理 4 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为非负系统行为数据序列,有

$$x(k)e_l = \frac{x^2(k)}{\left[x(n)^{\prod_{i=n}^{n+l-2} i/(l-1)!}\times\cdots\times x(k)^{\prod_{i=k}^{k+l-2} i/(l-1)!}\right]^{(l-1)!/\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j}} \le x(k)d_l = \frac{\frac{1}{(l-1)!}\left(\sum_{i=k}^{n}\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x^2(k)}{\frac{1}{(l-1)!}\sum_{i=k}^{n}\left[\left(\prod_{j=i}^{i+l-2} j\right)x(j)\right]}. \tag{15}$$

当且仅当 $x(1) = x(2) = \cdots = x(n)$ 时,序列为常数序列,所有等式均成立.

由几何平均定理和算术平均定理可知定理成立.

文献[6]构造了加权平均弱化缓冲算子和加权几何平均弱化缓冲算子,[8]构造了强化缓冲算子,但如何确定权重并未给出. [7]以 k 的 l 次方作为权

重信息,给出一种确定权重的方法. 本文构建的基于反向累积和的强化缓冲算子,充分运用了最新数据信息,是一种新的确定权重的方法. 此时的权重实际上是 k 的 l 次方的多项式,比[7]中构造方法更为灵活.

l-BCASBO 和 l-BCGASBO 同样存在如何确定阶数 l 的问题. 由定性分析可以看出,随着 l 的增大,缓冲后序列逐渐趋于平缓,当 $l \to \infty$ 时, $x(k)d^l \to x(n)$. 在应用过程中,应根据实际问题背景和数据序列情况,选择合适的阶数 l. 可利用一些自适应算法(如神经网络),根据原始数据序列找出最优的 l.

4　计算实例

本文以文献[13]中 1995 ~ 2003 年南京市农林牧渔总产值数据为基础进行研究. 以 1995 ~ 1999 年数据作为系统行为数据,分别在无缓冲作用、1 阶、2 阶反向累积和算术平均强化缓冲算子及几何平均强化缓冲算子作用下,建立 GM(1,1) 模型,预测 2000 ~ 2003 年总产值及其误差. 预测值及相对误差如表 1 所示.

表 1　不同强化缓冲算子作用后预测值及相对误差

算子及误差	年份			
	2000	2001	2002	2003
无缓冲算子	101.544	104.072	106.663	109.319
相对误差/%	-4.51	-8.14	-11.12	-17.55
1-BCASBO	102.94015	106.86788	110.94548	115.17865
相对误差/%	-3.20	-5.67	-7.55	-13.13
2-BCASBO	103.31578	107.56404	111.98699	116.59180
相对误差/%	-2.84	-5.05	-6.69	-12.07
3-BCASBO	103.54764	108.00397	112.65209	117.50024
相对误差/%	-2.63	-4.67	-6.13	-11.38
1-BCGASBO	102.92380	106.83738	110.89977	115.11664
相对误差/%	-3.21	-5.70	-7.59	-13.18
2-BCGASBO	103.30171	107.53742	111.94681	116.53700
相对误差/%	-2.86	-5.08	-6.72	-12.11
3-BCGASBO	103.53611	107.98180	112.61838	117.45404
相对误差/%	-2.64	-4.69	-6.16	-11.42

从表 1 可以看出:1) 在没有进行缓冲处理的情况下,预测值平均相对误差为 10.33 %;采用 1 阶、2 阶、3 阶反向累积和算术平均强化缓冲算子及几何平均强化缓冲算子处理后,预测值平均相对误差均比未处理时要小. 2) 随着阶数的增加,误差呈下降的趋势.

5　结　　论

本文依据缓冲算子公理体系,利用反向累积法,构造了 l 阶反向累积和算术平均强化算子序列及 l 阶反向累积和几何平均强化算子序列,并分析了它们的一些特性. 该类算子具有形式规范、使用方便、易于在计算机上实现等特点,因此具有更广泛的适用性.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 累加生成灰指数规律[J]. 华中理工大学学报, 1987, 15(5): 7-12.
(Deng J L. The grey exponential law of AGO[J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 1987, 15(5): 7-12.)

[2] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator[J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 1997, 25(1): 25-27.)

[3] 刘思峰. 缓冲算子及其应用[J]. 灰色系统理论与实践, 1992, 2(1): 45-50.
(Liu S F. Buffer operator and its application[J]. Theories and Practices of Grey System, 1992, 2(1): 45-50.)

[4] Liu Sifeng. The three axioms of buffer operator and their application[J]. J of Grey System, 1991, 3(1): 39-48.

[5] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 3 版. 北京: 科学出版社, 2004.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2004.)

[6] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the weakening buffer operators and researches[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 108-111.)

[7] 关叶青, 刘思峰. 关于弱化缓冲算子序列的研究[J]. 中国管理科学, 2007, 15(4): 89-92.
(Guan Y Q, Liu S F. Study on the weakening buffer operator sequence[J]. Chinese J of Management Science, 2007, 15(4): 89-92.)

[8] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. Study on the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2007, 20(12): 1332-1336.)

[9] 党耀国, 刘思峰, 米传民. 强化缓冲算子性质的研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 730-734.
(Dang Y G, Liu S F, Mi C M. Study on characteristics of the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 730-734.)

(下转第 360 页)

性能控制器

$$u(t) = \begin{bmatrix} 1.0397 & 1.9479 & -8.0961 \\ 4.4324 & -3.3994 & -19.6309 \end{bmatrix} x(t).$$

相应的可保性能为 $J^* = 25.5212$.

6 结 论

本文研究不确定时变非线性结构扰动的连续广义系统的鲁棒 H_∞ 控制和鲁棒 H_∞ 保性能控制问题. 首先给出不确定时变非线性结构扰动的广义系统的鲁棒 H_∞ 控制定义和鲁棒 H_∞ 保性能控制定义;然后应用线性矩阵不等式方法,分别给出了系统的鲁棒 H_∞ 控制器和鲁棒 H_∞ 保性能控制器存在的充分条件,当这些条件可解时,分别给出了控制器的参数表示式;最后通过一个算例验证了所给出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Chou J H, Liao W H. Stability robustness of continuous-time perturbed descriptor systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems: Ⅰ, 1999, 46(9): 1153-1155.

[2] Dai L. Singular control systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[3] Lin J L, Chen S J. Robust analysis of uncertain linear singular systems with output feedback control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(10): 1924-1929.

[4] Masubuchia I, Kamitaneb Y, Oharac A, et al. H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4): 669-673.

[5] Xu S Y, Dooren P V, Stefen R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.

[6] Fang C H, Chang F R. Analysis of stability robustness for generalized state-space systems with structured perturbations[J]. System & Control Letters, 1993, 21(2): 109-114.

[7] Xu S Y, Yang C W. Robust stabilization for generalized state-space systems with uncertainty[J]. Int J of Control, 1999, 72(18): 1659-1664.

[8] Xu S Y, Yang C W. An algebraic approach to the robust stability analysis and robust stabilization of uncertain singular systems[J]. Int J of Control, 2000, 31(1): 55-61.

[9] 胡刚. 具有参数不确定性广义系统的保成本控制[J]. 系统工程, 2003, 21(4): 106-111.
(Hu G. Guaranteed cost control for singular systems with parameter uncertainty[J]. Systems Engineering, 2003, 21(4): 106-111.)

[10] 熊军林, 张庆灵. 不确定广义系统的最优保性能控制[J]. 自动化学报, 2004, 30(4): 588-591.
(Xiong J L, Zhang Q L. Optimal guaranteed cost control for descriptor systems with uncertainties[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 588-591.)

[11] Liu G P, Daniel W C Ho, Yeung L F. Generalized quadratic stability for perturbated singular systems[C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Hawaii, 2003: 2413-2418.

[12] 沃松林, 吴建成. 不确定非线性广义系统的鲁棒控制和保性能控制[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(6): 955-957, 961.
(Wo S L, Wu J C. Robust control and guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(6): 955-957, 961.)

(上接第 355 页)

[10] 关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲算子序列及其应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1189-1192.
(Guan Y Q, Liu S F. Sequence of strengthening buffer operator and its application based on fixed point[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1189-1192.)

[11] 关叶青, 刘思峰. 强化缓冲算子序列与 m 阶算子作用研究[J]. 云南师范大学学报, 2007, 27(1): 32-35.
(Guan Y Q, Liu S F. Study on the sequence of strengthening buffer operator and its application by m-thorder[J]. J of Yunnan Normal University, 2007, 27(1): 32-35.)

[12] 曹定爱, 张顺明. 累积法引论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(Cao D A, Zhang S M. Introduction to the cumulative-sum method[M]. Beijing: Science Press, 1999.)

[13] 谢乃明, 刘思峰. 强化缓冲算子的性质与若干实用强化算子的构造[J]. 统计与决策, 2006, 22(4): 9-10.
(Xie N M, Liu S F. The character of strengthening buffer operator and building of some operators[J]. Statistics and Decision, 2006, 22(4): 9-10.)