

文章编号: 1001-0920(2009)03-0356-05

## 具有非线性扰动的广义系统的鲁棒 $H$ 控制

沃松林<sup>1</sup>, 史国栋<sup>1</sup>, 邹云<sup>2</sup>

(1. 江苏技术师范学院 电气信息工程学院, 江苏 常州 213001; 2. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 研究具有非线性结构扰动广义系统的鲁棒  $H$  控制和鲁棒  $H$  保性能控制问题, 该不确定性为时间和状态的函数, 且满足 Lipschitz 条件. 目的是分别设计系统的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器. 应用线性矩阵不等式方法, 分别给出了系统的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器存在的充分条件. 当这些条件可解时, 分别给出了鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器的表达式. 最后通过一个仿真算例说明了所给出方法的应用.

**关键词:** 扰动系统; 非线性广义系统; 鲁棒  $H$  控制; 保性能控制; LMI 方法

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Robust $H$ -infinity control for singular systems with nonlinear perturbation

WO Song-lin<sup>1</sup>, SHI Guo-dong<sup>1</sup>, ZOU Yun<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China; 2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: WO Song-lin, E-mail: wosonglin2000@yahoo.com.cn)

**Abstract:** This paper discusses robust  $H$ -infinity control problems for singular systems with nonlinear structured perturbation. The uncertainty is a function of time and system state, and satisfies Lipschitz constraint. The aims are to design a robust  $H$ -infinity controller and a robust  $H$ -infinity guaranteed cost controller, respectively. By means of the linear matrix inequality approach (LMI), sufficient conditions for existence of robust  $H$ -infinity controller and robust  $H$ -infinity guaranteed cost controller are presented, respectively. When these LMIs are feasible, explicit expressions of robust  $H$ -infinity controller and robust  $H$ -infinity guaranteed cost controller are obtained, respectively. Finally, a numerical example is provided to demonstrate the application of the proposed method.

**Key words:** Perturbation systems; Nonlinear singular systems; Robust  $H$ -infinity controller; Guaranteed cost control; LMI approach

### 1 引言

广义系统在控制、电路、机械、经济等领域具有广泛的应用, 它能更好地描述实际系统, 因而备受关注<sup>[1-5]</sup>. 对其研究的主要课题之一是广义系统的鲁棒稳定和镇定问题, 它不仅要考虑其渐近稳定性, 而且要考虑其正则性和脉冲模. 与正则系统相比, 广义系统的鲁棒稳定和镇定的研究要困难得多. 文献[1, 6-8]研究了不确定时不变且模有界的广义系统的鲁棒稳定和镇定问题; [9, 10]研究了不确定为模有界的广义系统的保性能控制问题. 对于不确定时变的非线性结构扰动的广义系统, 目前研究得还不多. [11]研究了不确定时变非线性结构扰动的连续广义系统

的广义二次稳定问题; [12]研究了不确定非线性广义系统的鲁棒控制和保性能控制. 对于不确定非线性结构扰动的连续广义系统的鲁棒  $H$  控制和鲁棒  $H$  保性能控制问题, 至今还没有相关报道.

本文研究不确定非线性结构扰动的广义系统的鲁棒  $H$  控制和鲁棒  $H$  保性能控制问题. 该不确定性为时间和状态的函数, 且满足 Lipschitz 条件. 首先给出不确定时变非线性结构扰动的广义系统的鲁棒  $H$  控制和鲁棒  $H$  保性能控制的定义; 然后应用线性矩阵不等式方法, 分别设计系统的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器, 使得闭环系统是广义二次稳定的, 且具有干扰衰减度, 保性能控

收稿日期: 2008-01-27; 修回日期: 2008-04-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474078).

作者简介: 沃松林(1964—), 男, 江苏丹阳人, 教授, 博士, 从事广义系统理论的研究; 邹云(1962—), 男, 江苏宜兴人, 教授, 博士生导师, 从事奇异系统理论、电力系统自动化等研究.

制还需满足所给指标有一上界;再后分别给出了控制器的参数表示式;最后通过一个算例验证所给出方法的有效性.

本文所用的部分记号如下:

$H^T$ : 矩阵  $H$  的转置矩阵;

$I$ : 适当维数的单位矩阵;

$R^{n \times (n-r)}$ : 满足  $E^T = 0$  和  $\text{rank } E = n - r$  的矩阵(其中  $E \in R^{n \times n}$ ,  $\text{rank } E = r$ );

$$\|y(t)\|_2 = \left( \int_0^+ y^T(t) y(t) dt \right)^{1/2};$$

$$\begin{bmatrix} X & Z \\ * & Y \end{bmatrix}: \text{对称矩阵} \begin{bmatrix} X & Z \\ Z^T & Y \end{bmatrix}.$$

如无特别说明,所有矩阵都是具有适当维数的矩阵.

### 2 问题描述和准备工作

考虑如下不确定非线性结构扰动的连续广义系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(t) + f(t, x(t)) + B_2 u(t), \\ z(t) = Cx(t) + D u(t), \quad x(0) = x_0. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $z(t)$  分别为系统的状态、扰动输入、控制输入和被控输出向量; 矩阵  $E, A, B_1, B_2, C$  和  $D$  均为维数兼容的常数矩阵;  $\text{rank}(E) = r < n$ ;  $x(0) = x_0$  为匹配初值条件;  $f(t, x) \in R^n$  为  $n$  维向量函数,它是系统的非线性时变扰动. 关于向量函数  $f(t, x)$ ,假定<sup>[11]</sup>

$$f(t, 0) = 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (2)$$

满足 Lipschitz 条件

$$\|f(t, x) - f(t, \tilde{x})\| \leq F \|x - \tilde{x}\|, \quad \forall x, \tilde{x} \in R^n. \quad (3)$$

其中:  $F$  为正常数,  $F$  为给定的具有适当维数的常数矩阵,范数  $\|\cdot\|$  表示  $R^n$  维空间中的距离范数. 本文称满足式(2)和(3)的不确定性  $f$  为容许扰动(Lipschitz 扰动).

由式(3)有  $\|f(t, x)\| \leq F \|x\|$ .

注1 条件(2)为系统(1)零解渐近稳定的必要条件,条件(3)意味着向量函数  $f$  是 Lipschitz 连续函数.

定义1<sup>[11]</sup> 系统  $E\dot{x}(t) = Ax(t) + f(t, x(t))$  称为广义二次稳定的,如果存在矩阵  $P$ , 满足

$$E^T P = P^T E = 0, \quad (4)$$

且对于满足式(2)和(3)的所有  $f$ , 有

$$\dot{V} = (Ax + f)^T Px + x^T P^T (Ax + f) < 0, \quad x \neq 0, \quad \forall x \in R^n. \quad (5)$$

注2 若结构扰动  $f$  是线性不确定的,如  $f(t, x) = MF(\cdot)Nx(t)$ ,  $F(\cdot)$  为时不变满足  $F^T(\cdot)F(\cdot)$

$I$ , 则式(5)为

$$[A + MF(\cdot)N]^T P + P^T [A + MF(\cdot)N] < 0.$$

定义1可看成广义系统的广义二次稳定概念<sup>[8]</sup>在非线形广义系统中的推广.

引理1<sup>[11]</sup> 如果系统  $E\dot{x}(t) = Ax(t) + f(t, x(t))$  是广义二次稳定的,则:

- 1) 对于任意匹配的初值条件  $x(0) = x_0$ , 该系统在  $[0, \infty)$  存在唯一解;
- 2) 对于所有容许的扰动  $f$  和任意匹配的初值条件  $x(0) = x_0$ , 该系统的解  $x(t)$  是指数稳定的.

引理2<sup>[11,12]</sup> 对于所有容许的扰动  $f$ , 以下表述是等价的:

1) 系统  $E\dot{x}(t) = Ax(t) + f(t, x(t))$  是广义二次稳定的;

2) 存在矩阵  $P$ , 满足式(4)和(5);

3) 存在矩阵  $P$ , 满足式(4)和

$$\begin{bmatrix} A^T P + P^T A + F^T F & P^T \\ P & -I \end{bmatrix} < 0; \quad (6)$$

4) 存在正定矩阵  $X > 0$ , 矩阵  $Y$  和正数  $\epsilon$ , 使得  $(EX + Y^T)A^T + A(EX + Y^T)^T + I + \epsilon^{-2}(EX + Y^T)F^T F(EX + Y^T)^T < 0$ ; (7)

5) 存在正定矩阵  $X > 0$ , 矩阵  $Y$  和正数  $\epsilon$ , 使得  $A^T(EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1}A + \epsilon^{-2}F^T F + (EX + Y^T)^{-1}(EX + Y^T)^{-T} < 0$ . (8)

注3 引理2的证明只需在文献[12]引理3的证明中将  $P$  用  $\epsilon^{-1}P$  代替即可.

取系统(1)的状态反馈控制器

$$u(t) = Kx(t), \quad (9)$$

其中  $K$  为具有适当维数的常数矩阵, 则系统(1)和控制器(9)构成的闭环系统为

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = (A + B_2 K)x(t) + B_1 u(t) + f(t, x(t)), \\ z(t) = (C + DK)x(t). \end{cases} \quad (10)$$

选取系统(1)的性能指标

$$J = \int_0^+ [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt, \quad Q > 0, R > 0. \quad (11)$$

本文的目的是分别设计系统(1)的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器. 为此, 给出系统(1)的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器的定义如下:

定义2 对于具有非线性扰动广义系统(1)和正数  $\gamma > 0$ , 如果存在状态反馈控制器(9), 使得对于所有容许的  $f$ , 相应的闭环系统(10)为:

- 1) 是广义二次稳定的(当  $x(0) = 0$  时);
- 2) 在零初始条件( $x(0) = 0$ )下,  $\|z(t)\|_2 < \epsilon$  ( $t \geq 0$ ).

则称具有非线性扰动广义系统(1)是可鲁棒  $H$  控制的,称控制器(9)为系统(1)的一个鲁棒  $H$  控制器.

**定义 3** 对于具有非线性扰动广义系统(1)和正数  $\epsilon > 0$ , 如果存在状态控制器(9)和一个正数  $J^*$ , 使得对于所有容许的  $f$ , 满足:

- 1) 控制器(9)是系统(1)的可鲁棒  $H$  控制器;
- 2) 性能指标  $J$  满足  $J < J^*$ .

则称具有非线性扰动广义系统(1)是可鲁棒  $H$  保性能的,  $J^*$  为系统(1)的一个可保性能; 称控制器(9)为系统(1)的一个鲁棒  $H$  保性能控制器.

### 3 鲁棒 $H$ 控制器的设计

**定理 1** 对于给定的正数  $\epsilon > 0$  和所有容许的扰动  $f$ , 如果存在对称正定矩阵  $X > 0$ , 矩阵  $Y$  和  $Z$ , 以及正数  $\alpha > 0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & (EX + Y^T)F^T & (EX + Y^T)C^T + ZD^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\alpha^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{12}$$

其中

$$\tilde{A} = (EX + Y^T)A^T + A(EX + Y^T)^T + ZB_2^T + B_2 Z^T + I + B_1 B_1^T.$$

则非线性扰动广义系统(1)是可鲁棒  $H$  控制的, 其鲁棒  $H$  控制器为

$$u(t) = Kx(t), \quad K = Z^T (EX + Y^T)^{-T}.$$

**证明** 在定理 1 的条件下, 可知  $(EX + Y^T)$  可逆. 注意到式(12), 有

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & (EX + Y^T)F^T \\ F(EX + Y^T)^T & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} C + \frac{1}{2}(C + DK)^T(C + DK) & (EX + Y^T)^{-1}B_1 \\ B_1^T(EX + Y^T)^{-T} & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned} &= [A + B_2 K]^T (EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1} [A + B_2 K] + \frac{1}{2} F^T F + \\ & (EX + Y^T)^{-1} (EX + Y^T)^{-T}. \end{aligned} \tag{15}$$

- 1) 当  $x(0) = 0$  时, 考虑闭环系统(10). 因为  $E(EX + Y^T)^T =$

$$(EX + Y^T)E^T = EXE^T = 0,$$

所以

$$(EX + Y^T)^{-1} E = E^T (EX + Y^T)^{-T} = 0. \tag{16}$$

而

$$\begin{aligned} & [(A + B_2 K)x(t) + f]^T (EX + Y^T)^{-T} x(t) + \\ & x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} [(A + B_2 K)x(t) + f] = \\ & x^T(t) \{ [A + B_2 K]^T (EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1} [A + B_2 K] \} x(t) + f^T (EX + Y^T)^{-T} x(t) + \\ & x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} f \\ & x^T(t) \{ [A + B_2 K]^T (EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1} [A + B_2 K] + \frac{1}{2} F^T F + \\ & (EX + Y^T)^{-1} (EX + Y^T)^{-T} \} x(t), \end{aligned}$$

由上式和式(15)及定义 1 知, 闭环系统(10)是广义二次稳定的(当  $x(0) = 0$  时).

- 2) 当  $x(0) = 0$  时, 取函数

$$V(x(t)) = x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} Ex(t) = 0.$$

注意到  $V(0) = 0$ , 沿闭环系统(10)有

$$\begin{aligned} & dV(x(t))/dt|_{(10)} = \\ & [(A + B_2 K)x(t) + B_1 f(t) + f]^T (EX + Y^T)^{-T} x(t) + x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} \times \\ & [(A + B_2 K)x(t) + B_1 f(t) + f] \\ & x^T(t) \{ [A + B_2 K]^T (EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1} [A + B_2 K] \} x(t) + x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} B_1 f(t) + \\ & f^T (EX + Y^T)^{-T} x(t) + x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} f \\ & x^T(t) \{ [A + B_2 K]^T (EX + Y^T)^{-T} + (EX + Y^T)^{-1} [A + B_2 K] + \frac{1}{2} F^T F + \\ & (EX + Y^T)^{-1} (EX + Y^T)^{-T} \} x(t) + x^T(t) (EX + Y^T)^{-1} B_1 f(t) + \\ & f^T (EX + Y^T)^{-T} x(t) = \\ & [x^T(t) \quad f^T(t)] \begin{bmatrix} (EX + Y^T)^{-1} B_1 \\ * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} & \int_0^T \frac{1}{2} z^T(t) z(t) - f^T(t) f(t) dt = \\ & \int_0^T \frac{1}{2} x^T(t) (C + DK)^T (C + DK) x(t) - \\ & f^T(t) f(t) dt = \\ & \int_0^T \frac{1}{2} x^T(t) (C + DK)^T (C + DK) x(t) - \\ & f^T(t) f(t) dt + \int_0^T \frac{dV(x(t))}{dt} dt = \\ & V(T) + V(0) \end{aligned}$$

$$\int_0^T [x^T(t) \quad z^T(t)] \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} dt < 0,$$

其中

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(C + (EX + Y^{-T})^{-1}B_1)^T \\ DK)^T(C + DK) \\ B_1^T(EX + Y^{-T})^{-T} & -I \end{bmatrix}.$$

由式(14)和上式,令  $T \rightarrow +\infty$ , 则有  $\|z(t)\|_2 < \epsilon$ 。从而在定理 1 的条件下,非线性扰动广义系统(1)是可鲁棒 H 控制的,其鲁棒 H 控制器为

$$u(t) = Kx(t), \quad K = Z^T(EX + Y^{-T})^{-T}.$$

### 4 鲁棒 H 保性能控制器的设计

**定理 2** 对于给定的正数  $\gamma > 0$  和所有容许的扰动  $f$ , 如果存在对称正定矩阵  $X > 0$ , 矩阵  $Y$  和  $Z$ , 以及正数  $\alpha > 0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & PF^T & PC^T + ZD^T & P & Z \\ * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\alpha^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

其中

$$\tilde{A} = PA^T + AP^T + ZB_2^T + B_2 Z^T + I + B_1 B_1^T, \\ P = (EX + Y^{-T}).$$

则控制器  $u(t) = Kx(t)$ ,  $K = Z^T(EX + Y^{-T})^{-T}$  是系统(1)的鲁棒 H 保性能控制器,相应的可保性能为

$$J^* = x_0^T (EX + Y^{-T})^{-1} Ex_0 + \alpha^2.$$

**证明** 在定理 2 的条件下,可知  $(EX + Y^{-T})$  可逆。由 Schur 补引理,式(17)成立等价于

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & PF^T & PC^T + ZD^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\alpha^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P & Z \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^T & 0 & 0 \\ Z^T & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(C + DK)^T(C + DK) + Q + K^T RK & P^{-1}B_1 \\ * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

由定理 1 知,在定理 2 的条件下,对应的闭环系统是广义二次稳定的,且  $\|z(t)\|_2 < \epsilon$ 。

下面证明控制器是保性能控制器。取函数

$$V(x(t)) = x^T(t) (EX + Y^{-T})^{-1} Ex(t) + \alpha^2,$$

由定理 1 的证明可知,沿闭环系统(10)有

$$dV(x(t))/dt|_{(10)} =$$

$$\begin{aligned} & [x^T(t) \quad z^T(t)] \begin{bmatrix} (EX + Y^{-T})^{-1} B_1 \\ * \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \\ & [x^T(t) \quad z^T(t)] [I + \text{diag}(Q + K^T RK \quad 0)] x \\ & \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} - \frac{1}{2} z^T(t) z(t) + z^T(t) z(t) - \\ & x^T(t) [Q + K^T RK] x(t). \end{aligned} \quad (20)$$

上式两边对  $t$  从 0 到  $T$  积分,有

$$\begin{aligned} & V(x(T)) - V(x(0)) \\ & - \int_0^T x^T(t) (Q + K^T RK) x(t) dt - \\ & \int_0^T \left[ \frac{1}{2} z^T(t) z(t) - z^T(t) z(t) \right] dt. \end{aligned}$$

令  $T \rightarrow +\infty$ , 有

$$J = \int_0^+ x^T(t) (Q + K^T RK) x(t) dt + V(x(0)) + \alpha^2.$$

所以控制器是保性能控制器,相应的可保性能为

$$J^* = V(x(0)) = x_0^T (EX + Y^{-T})^{-1} Ex_0 + \alpha^2.$$

### 5 仿真算例

考虑非线性广义系统(1),其中各系数如下:

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 1 & 1 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \\ f(t, x(t)) &= \begin{bmatrix} \sin[x_1(t) + x_2(t)] \\ \sin[x_2(t) + x_3(t)] \\ \sin[x_3(t) + x_1(t)] \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}.$$

则有

$$\begin{aligned} & f(t, x(t))^T = \\ & \sin^2[x_1(t) + x_2(t)] + \sin^2[x_2(t) + \\ & x_3(t)] + \sin^2[x_3(t) + x_1(t)] \\ & [x_1(t) + x_2(t)]^2 + [x_2(t) + x_3(t)]^2 + \\ & [x_3(t) + x_1(t)]^2 = x^T(t) Gx(t), \end{aligned}$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

取  $Q = I, R = I, \alpha = 1, \epsilon = 0.5, x_0 = [1, -1, 1]^T$ . 根据定理 2,应用 Matlab 工具包可解得鲁棒 H 保

性能控制器

$$u(t) = \begin{bmatrix} 1.0397 & 1.9479 & -8.0961 \\ 4.4324 & -3.3994 & -19.6309 \end{bmatrix} x(t).$$

相应的可保性能为  $J^* = 25.5212$ .

## 6 结 论

本文研究不确定时变非线性结构扰动的连续广义系统的鲁棒  $H$  控制和鲁棒  $H$  保性能控制问题. 首先给出不确定时变非线性结构扰动的广义系统的鲁棒  $H$  控制定义和鲁棒  $H$  保性能控制定义; 然后应用线性矩阵不等式方法, 分别给出了系统的鲁棒  $H$  控制器和鲁棒  $H$  保性能控制器存在的充分条件, 当这些条件可解时, 分别给出了控制器的参数表示式; 最后通过一个算例验证了所给出方法的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] Chou J H, Liao W H. Stability robustness of continuous-time perturbed descriptor systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems: , 1999, 46(9) : 1153-1155.
- [2] Dai L. Singular control systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- [3] Lin J L, Chen S J. Robust analysis of uncertain linear singular systems with output feedback control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(10) : 1924-1929.
- [4] Masubuchia I, Kamitaneb Y, Oharac A, et al.  $H$  control for descriptor systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4) : 669-673.
- [5] Xu S Y, Dooren P V, Stefen R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7) : 1122-1128.
- [6] Fang C H, Chang F R. Analysis of stability robustness for generalized state-space systems with structured perturbations[J]. System & Control Letters, 1993, 21(2) : 109-114.
- [7] Xu S Y, Yang C W. Robust stabilization for generalized state-space systems with uncertainty [J]. Int J of Control, 1999, 72(18) : 1659-1664.
- [8] Xu S Y, Yang C W. An algebraic approach to the robust stability analysis and robust stabilization of uncertain singular systems[J]. Int J of Control, 2000, 31(1) : 55-61.
- [9] 胡刚. 具有参数不确定性广义系统的保成本控制[J]. 系统工程, 2003, 21(4) : 106-111.  
(Hu G. Guaranteed cost control for singular systems with parameter uncertainty[J]. Systems Engineering, 2003, 21(4) : 106-111.)
- [10] 熊军林, 张庆灵. 不确定广义系统的最优保性能控制[J]. 自动化学报, 2004, 30(4) : 588-591.  
(Xiong J L, Zhang Q L. Optimal guaranteed cost control for descriptor systems with uncertainties[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4) : 588-591.)
- [11] Liu G P, Daniel W C Ho, Yeung L F. Generalized quadratic stability for perturbed singular systems [C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Hawaii, 2003: 2413-2418.
- [12] 沃松林, 吴建成. 不确定非线性广义系统的鲁棒控制和保性能控制[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(6) : 955-957, 961.  
(Wo S L, Wu J C. Robust control and guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(6) : 955-957, 961.)

(上接第 355 页)

- [10] 关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲算子序列及其应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(10) : 1189-1192.  
(Guan Y Q, Liu S F. Sequence of strengthening buffer operator and its application based on fixed point [J]. Control and Decision, 2007, 22(10) : 1189-1192.)
- [11] 关叶青, 刘思峰. 强化缓冲算子序列与  $m$  阶算子作用研究[J]. 云南师范大学学报, 2007, 27(1) : 32-35.  
(Guan Y Q, Liu S F. Study on the sequence of strengthening buffer operator and its application by  $m$ -th order[J]. J of Yunnan Normal University, 2007, 27(1) : 32-35.)
- [12] 曹定爱, 张顺明. 累积法引论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.  
(Cao D A, Zhang S M. Introduction to the cumulative-sum method[M]. Beijing: Science Press, 1999.)
- [13] 谢乃明, 刘思峰. 强化缓冲算子的性质与若干实用强化算子的构造[J]. 统计与决策, 2006, 22(4) : 9-10.  
(Xie N M, Liu S F. The character of strengthening buffer operator and building of some operators [J]. Statistics and Decision, 2006, 22(4) : 9-10.)