

文章编号: 1001-0920(2009)04-0537-05

基于改进在线支持向量回归的离子浓度预测模型

王凌云, 桂卫华, 刘梅花, 阳春华
(中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410083)

摘 要: 针对湿法炼锌净化过程中杂质离子浓度检测的大滞后特性和模型失效问题, 提出了基于在线支持向量回归的离子浓度预测模型. 该模型对每个新样本进行增量学习, 并能删除数据集中的旧样本. 进而提出用分块矩阵的方法解决更新算法计算复杂的问题. 将该建模方法应用于离子浓度的预测, 结果表明预测模型具有较好的泛化性能, 模型更新时间明显缩短, 有效地提高了适应工况的实时性.

关键词: 离子浓度; 在线支持向量回归; 预测模型; 更新矩阵

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Prediction model of ion concentration based on improved online support vector regression

WANG Ling-yun, GUI Wei-hua, LIU Mei-hua, YANG Chun-hua

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Ling-yun, E-mail: susanwling@hotmail.com)

Abstract: A prediction model of ion concentration based on online support vector regression is proposed for the characteristic of large delay in the process of detecting the metal ion concentration and the problem of model failure in the purification process of zinc hydrometallurgy. An old sample data is removed from the data set while adding a new sample for incremental learning in this model. A blocking matrix method is proposed to solve the complicated computational problem in updating algorithm. Then this method is applied to predict the ion concentration. Simulation results show that the model has better generalization performance and the time of updating model is reduced greatly, also the real time capability to variable industrial condition is improved.

Key words: Ion concentration; Online support vector regression; Prediction model; Update matrix

1 引 言

某锌冶炼厂的硫酸锌溶液净化过程, 一般采用锌粉铈盐 3 段连续净化工艺. 经过 3 段连续净化后, 硫酸锌溶液杂质含量会降低到生产标准之内, 再直接送往电解工序. 其中第 2 段净化除钴过程是整个硫酸锌溶液净化过程中一个关键的环节, 钴离子含量成为第 2 段净化过程中一个重要的技术指标^[1].

若能根据当前的工况及操作量建立合适的模型来预测出口钴离子含量, 由预测值来指导当前时刻应添加的锌粉量, 必然会减小添加锌粉的盲目性. 为了实时预测第 2 段出口钴离子浓度, 本文根据入口的钴离子浓度及与除钴有关的第 2 段溶液净化工况参数, 建立了出口钴离子浓度预测模型, 以满足锌粉

添加量控制系统的要求.

基于统计学习理论的支持向量机运用结构风险最小化原则, 有效地解决了非线性建模问题, 避免了神经网络中经常出现的过拟和、局部极小等缺陷, 已被广泛应用于工业过程系统辨识等领域^[2-6]. 由于工业过程动态时变特性的影响, 模型随着时间的推移会逐渐失效. 若用新采集的数据重新建模, 就会抛弃以前的历史训练结果. 为此, 使用在线辨识算法建立动态模型, 这样才能取得较好的效果.

Cauwenberghs^[7] 研究了增加和减少一个训练样本对支持向量回归模型的影响; Ma^[8] 则提出一种精确的支持向量机在线训练算法; Omitaomu^[9] 将该算法运用于机械系统数据监测, 取得了满意的效果.

收稿日期: 2008-01-10; 修回日期: 2008-05-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60634020).

作者简介: 王凌云(1981—), 男, 湖北宜昌人, 博士生, 从事复杂工业过程建模与优化的研究; 桂卫华(1950—), 男, 武汉人, 教授, 博士生导师, 从事大系统理论、工业过程建模与优化等研究.

国内学者^[10]提出一种加权支持向量回归在线训练算法,避免了重复进行凸二次规划训练过程;文献[11]提出核函数缓存方法,以牺牲计算内存为代价,获得了较快的训练速度.然而,上述文献都没有很好地解决在线训练时计算内存大、运算复杂的问题.

本文基于在线支持向量回归方法,提出一种新的在线建模算法.针对算法中的更新矩阵,运用分块矩阵的思想,结合前一刻的数据矩阵计算当前时刻的矩阵,避免了矩阵求逆十分耗时的运算.将该方法应用于硫酸锌溶液净化过程中钴离子浓度预测模型,仿真结果表明了该方法的有效性.

2 在线支持向量回归方法

标准支持向量机的回归问题一般为^[2]:对于给定的样本数据集,在高维特征空间中构造一个回归函数,其中的权系数向量和阈值可通过求解凸二次规划问题得到.针对优化问题中的目标函数,构造拉格朗日函数,把原始的凸二次规划问题转化为对偶问题,并引入核函数 $K(x_i, x_j)$,避免使用非线性映射.于是原回归函数可转化为

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i, x) + b. \quad (1)$$

其中: α_i 和 α_i^* 为对偶问题的解, b 为阈值, l 为样本数据的组数.

对于在线支持向量回归方法,主要是根据 KKT 条件,将训练样本数据分成 3 种数据向量集合.对于新增加的样本,调整其偏差系数,使其满足 KKT 条件,并且同步调整其他训练样本的偏差系数,使其也满足 KKT 条件.为保持一定的建模样本规模,且不影响原模型的性质,对于存在样本集中的支持向量数据,在满足 KKT 条件下,调整其偏差系数为 0,使其成为非支持向量,并从训练样本集中删除,而不影响训练结果.同时,同步调整其他训练样本的系数,使其也满足 KKT 条件.这样最终可得到一组新的模型参数^[7].

2.1 KKT 条件的转化

考虑到标准支持向量回归对偶问题中的约束条件,运用拉格朗日乘法,可得到拉格朗日函数式

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) K(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + b \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*). \quad (2)$$

将 W 分别对 α_i , α_i^* 和 b 求一阶偏导数,并用 α_j 表示模型系数偏差 $(\alpha_j - \alpha_j^*)$, K_{ij} 表示 $K(x_i, x_j)$,可得到

下述 3 个表达式:

$$g_i = \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} = \sum_{j=1}^l K_{ij} \alpha_j - y_i + b, \quad (3)$$

$$g_i^* = \frac{\partial W}{\partial \alpha_i^*} = -g_i + 2, \quad (4)$$

$$\frac{\partial W}{\partial b} = \sum_{j=1}^l \alpha_j = 0. \quad (5)$$

支持向量回归模型建立后,所有的建模数据将按相对于回归间隔线的位置确定下来.根据 g_i 和 g_i^* 的不同取值,可将全部样本数据集分为 3 个子集^[7]:边界支持向量集 S (数据向量在回归线上,且 $g_i = 0$ 或 $g_i^* = 0$);误差向量集 E (数据向量在回归线以外,且 $g_i < 0$ 或 $g_i^* < 0$);剩余样本集 L (数据向量在回归线以内,且 $g_i > 0$ 或 $g_i^* > 0$).

如果以 g_i 为准则,则优化问题中的 KKT 条件可转化为下列条件:

1) 若 $g_i > 2$, 则 $g_i^* < 0$, $\alpha_i = -C$, 且 $i \in E$; 若 $g_i < 0$, 则 $g_i^* > 2$, $\alpha_i = C$, 且 $i \in E$.

2) 若 $g_i = 2$, 则 $g_i^* = 0$, $-C < \alpha_i < 0$, 且 $i \in S$; 若 $g_i = 0$, 则 $g_i^* = 2$, $0 < \alpha_i < C$, 且 $i \in S$.

3) 若 $0 < g_i < 2$, 则 $0 < g_i^* < 2$, $\alpha_i = 0$, 且 $i \in L$.

其中: C 为标准支持向量回归模型中的惩罚系数,用来确定经验误差与模型结构复杂度之间的折中; α_i 为线性不敏感损失函数的参数.

2.2 新增样本及其模型系数偏差的修正方法

根据转化后的 KKT 条件表达式,如果新增样本 (x_c, y_c) 满足 $g_c > 0$ 且 $g_c^* > 0$, 则表明新样本位于回归间隔线之间,将其加入到数据集后,不会影响回归函数的性质;当 $g_c < 0$ 或 $g_c^* < 0$ 时,表明新样本不满足 KKT 条件,加入到数据集后会改变模型的性质,此时模型参数需要进行增量学习.

当数据集中增加一个新样本 (x_c, y_c) , 并且 3 个子集中没有发生样本向量迁移时(即由于新增样本对原模型的影响,其中一个子集中的样本向量可能转移到另一个子集中),可求得 g_i , g_i^* 和 α_j 的增量表达式

$$g_i = \sum_{j \in S} K_{ij} \alpha_j + K_{ic} \alpha_c + b, \quad (6)$$

$$g_i^* = -g_i, \quad (7)$$

$$\sum_{j \in S} \alpha_j + \alpha_c = 0. \quad (8)$$

当一个样本向量在误差向量集和剩余样本集中时,其模型系数偏差值是不会改变的.对于边界支持向量而言, $g_i = 0$.按照样本数据的组数,把边界支持向量集 S 分解成 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_l\}$ 的形式,由式(6)~(8)可得到矩阵关系表达式

$$K \begin{bmatrix} b \\ s_1 \\ \dots \\ s_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ K_{s_1 c} \\ \dots \\ K_{s_r c} \end{bmatrix} c, \quad (9)$$

其中 K 定义为

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & K_{s_1 s_1} & \dots & K_{s_1 s_r} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & K_{s_r s_1} & \dots & K_{s_r s_r} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

由式(9)可得

$$b = -c, \quad (11)$$

$$s_j = -K_{s_j c} c, \quad j = 1, \dots, r. \quad (12)$$

其中

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_r \end{bmatrix} = -R \begin{bmatrix} 1 \\ K_{s_1 c} \\ \dots \\ K_{s_r c} \end{bmatrix}, \quad R = K^{-1}. \quad (13)$$

由式(11)和(12)可知,新样本的系数偏差值 c 是如何影响原模型的边界支持向量集中其他数据向量的偏差系数和模型阈值的。

2.3 更新矩阵 R

当一个新增样本被划分为一个边界支持向量,对原回归模型的性质产生影响时,必须更新矩阵 R . 若先更新矩阵 K ,再计算 K 的逆得到矩阵 R ,则将非常耗时且占用较多的计算内存^[8-10]. 此外,工业过程中存在大量的数据,若采用在线支持向量回归算法建模,则将出现复杂的矩阵运算,这种情况也会占用较多的计算内存,因此必须对原算法进行改进. 本文采用矩阵分块的思想,提出对矩阵 R 进行迭代更新的方法.

为简便起见,定义

$$K_{SS} = \begin{bmatrix} K_{s_1 s_1} & \dots & K_{s_1 s_r} \\ \dots & \ddots & \dots \\ K_{s_r s_1} & \dots & K_{s_r s_r} \end{bmatrix},$$

则式(13)中的矩阵 R 可写成

$$R = \begin{bmatrix} 0 & I^T \\ I & K_{SS} \end{bmatrix}^{-1},$$

其中 I 表示单位向量 $I = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$.

当增加一个边界支持向量 (x_c, y_c) 时,新矩阵 K 的形式为

$$K = \begin{bmatrix} 0 & I^T & 1 \\ I & K_{SS} & K_{S_k S}^T \\ 1 & K_{S_k S} & K_{S_k S_k} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中 $K_{S_k S} = [K_{S_k s_1} \ \dots \ K_{S_k s_r}]$. 因此

$$K = \begin{bmatrix} R^{-1} & k \\ k^T & K_{S_k S_k} \end{bmatrix}, \quad k = \begin{bmatrix} 1 \\ K_{S_k S}^T \end{bmatrix}.$$

令 $k = -R^{-1} k$, 运用一次矩阵求逆的方法,可得到矩阵 R 的更新表达式

$$R = (K)^{-1} = \begin{bmatrix} R^{-1} & k \\ k^T & K_{S_k S_k} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R + \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{1} \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k^T & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中 $\mathbf{1} = K_{S_k S_k}^{-1} - k^T R k$.

采用上述分解的方法对矩阵 R 进行更新,其好处是利用前一次的计算结果来求更新矩阵,而不必每次都求逆矩阵,这样可有效避免直接求逆矩阵带来的大量运算,不仅提高了计算效率,而且占用的计算内存较少.

同理,当删除一个边界支持向量 (x_k, y_k) 时,也是利用矩阵分块的思想. 矩阵 R 按如下方法更新:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}. \quad (16)$$

根据上述矩阵中各个对应的元素相等,可得到

$$R = r_{11} - \dots k^T k = r_{11} - r_{12} r_{22}^{-1} r_{21}. \quad (17)$$

式(17)即为删除一个边界支持向量时矩阵 R 的更新方法. 当加进新样本对矩阵 R 更新后,为了保持原矩阵的规模,需要删除最先采集的一个旧样本. 利用更新后的 R 矩阵,仍采用矩阵分块的方法,重新得到删除旧样本后的新矩阵 R .

2.4 增加新样本算法步骤

由新增样本对 KKT 条件的影响情况分析可知,增加新样本的算法如下:

Step 1: 令新增样本的偏差系数 $c = 0$.

Step 2: 若 KKT 条件中的 $g_c > 0$ 且 $g_c^* > 0$,则表明新样本不会影响回归函数的性质. 在其中增加该新样本后,便终止该次更新运算.

Step 3: 若 KKT 条件中的 $g_c = 0$,则按一定步长增量学习偏差系数 c ; 若 $g_c^* = 0$,则按一定步长减量学习 c . 按照 2.2 节的方法,更新属于边界支持向量集的样本偏差系数和不属于边界支持向量集的样本的 g_i 和 g_i^* ,直到满足 $c = C$ 或 $c = -C$.

Step 4: 返回 Step 3,重复上述运算,直到新增样本满足 KKT 条件.

2.5 删除旧样本算法步骤

从数据集中删除最先采集的一个旧样本的方法与增加一个新样本的方法类似. 删除旧样本的前提是它不能对支持向量回归模型造成任何影响,即删

除位于回归间隔线之间的样本,也就是偏差系数为 0 的样本. 删除旧样本的算法如下:

Step1: 若 KKT 条件中的 $g_k > 0$ 且 $g_k^* > 0$, 则按删除边界支持向量的算法更新矩阵 R , 在其中删除该旧样本后终止运算.

Step2: 若 KKT 条件中的 $g_k = 0$, 则减量学习偏差系数 k ; 若 $g_k^* = 0$, 则增量学习 k . 按照 2.2 节的方法, 更新属于边界支持向量集的样本偏差系数和不属于边界支持向量集的样本的 g_i 和 g_i^* , 直到满足 $k = 0$, 然后删除该样本.

Step3: 返回 Step2, 重复上述运算, 使得删除旧样本后模型仍满足 KKT 条件.

经过增加新样本和删除旧样本的算法步骤后, 便可得到一组新的支持向量回归模型的参数, 即得到一组更新后的模型参数 i , i 和 b .

3 仿真研究

从工艺分析及现场的实际操作情况看, 在净化过程中, 影响第 2 段净化过程出口钴离子浓度预测的主要因素包括: 第 2 段入口钴离子浓度, 锌粉的添加量, 溶液的 pH 值、温度、流量, 铈盐的流量等. 这些因素都会对除钴带来不同程度的影响^[12].

选取某月份的生产数据, 剔除生产异常状况下的数据, 经预处理后得到 376 组有效数据. 其中: 256 个样本用于模型训练, 另外 120 个样本用于测试. 基于在线支持向量回归算法的工具箱, 编写本文提出的改进算法. 经过交叉验证, 得到最优的惩罚因子和高斯径向基核函数参数. 利用标准支持向量回归方法和改进在线支持向量回归方法, 模型预测结果分别如图 1 和图 2 所示.

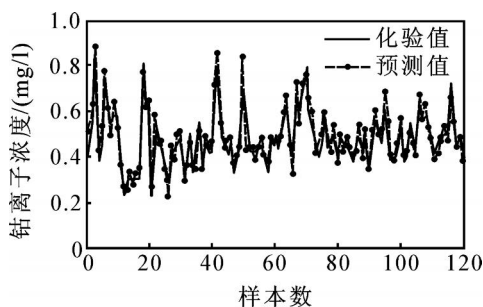


图 1 改进在线支持向量回归模型预测结果

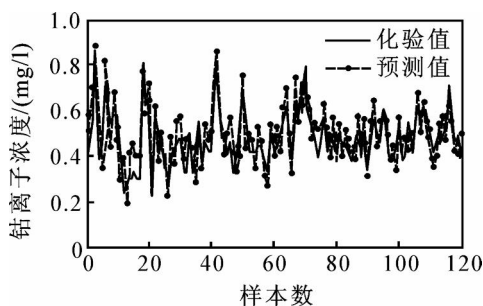


图 2 标准支持向量回归模型预测结果

由图可以看出, 随着时间的推移, 采用基于改进在线支持向量回归的预测模型, 预测的离子浓度值比标准支持向量回归方法更精确, 模型的泛化能力也更强. 部分预测结果出现较大波动, 是由于建模数据为人工操作条件下的经验数据, 难以保证所用的建模数据都十分精确, 但从实际生产操作情况看, 这种误差是可以接受的.

为验证本文算法的实时性, 利用相同规模的数据, 分别与其他两种支持向量回归方法进行对比, 如表 1 所示. 在线支持向量回归模型难以计算每个新数据进入模型的更新时间, 因此计算全部数据对于模型的总运算时间. 由表 1 可以看出, 本文方法的均方差比标准支持向量回归方法要小很多, 表现出较高的建模精度, 但标准支持向量回归算法没有求解更新矩阵的过程, 因此其运算时间很短. 相对于在线支持向量回归方法, 本文方法的模型精度虽然没有得到明显改善, 但其运算时间却大大缩短, 这是因为普通在线支持向量回归方法没有解决更新矩阵在求逆过程中运算耗时的缺陷, 而本文的分块矩阵方法则能克服该问题, 这有利于满足工业过程中的实时性要求.

表 1 3 种建模方法性能比较

建模方法	均方差	运算时间/s
标准支持向量回归	0.85	147
在线支持向量回归	0.31	485
改进在线支持向量回归	0.25	254

综合考虑模型均方差和运算时间这两个性能指标, 本文提出的改进在线支持向量回归方法具有优良的建模性能, 适合于建立离子浓度预测模型, 预测出的离子浓度值的相对误差最大值不超过 10%, 已达到硫酸锌溶液净化过程中对离子浓度值的误差要求.

4 结论

本文提出了一种改进在线支持向量回归的预测模型. 随着新增样本的获得, 每次在模型中增加一个样本进行增量学习, 同时去掉工作集中最先采集的一个旧样本, 不断增加代表新工况信息的样本, 并保持一定的模型规模. 利用分块矩阵的方法, 有效地解决了在线建模过程中的矩阵求逆问题, 并用前一时刻的数据矩阵计算当前时刻的更新矩阵. 将该预测模型用于硫酸锌溶液净化过程中离子浓度的预测, 结果表明所提出的方法可有效增强预测模型适应工况变化的能力, 提高了预测精度.

本文工作的最终目的是通过预测第 2 段净化过程出口钴离子浓度, 并结合现场人工操作经验和化

学反应机理,优化控制锌粉的添加量,保证第 2 段出口钴离子浓度符合工艺要求,并且降低锌粉的消耗量.

参考文献(References)

- [1] Boyanov B S, Konareva V V, Kolev N K. Purification of zinc sulfate solutions from cobalt and nickel through activated cementation[J]. Hydrometallurgy, 2004, 73(2): 163-168.
- [2] 桂卫华, 李勇刚, 阳春华, 等. 基于改进聚类算法的分布式 SVM 及其应用[J]. 控制与决策, 2004, 19(8): 852-856.
(Gui W H, Li Y G, Yang C H, et al. Distributed SVM based on improved clustering algorithm and its application[J]. Control and Decision, 2004, 19(8): 852-856.)
- [3] Wu C H, Ho J M, Lee D T. Travel-time prediction with support vector regression [J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2004, 5(4): 276-281.
- [4] Davy M, Desobry F, Gretton A, et al. An online support vector machine for abnormal events detection [J]. Signal Processing, 2006, 86(8): 2009-2025.
- [5] Lau K W, Wu Q H. Online training of support vector classifier[J]. Pattern Recognition, 2003, 36(8): 1913-1920.
- [6] 张英, 苏宏业, 褚健. 基于 ISVM 的软测量建模及其在 PX 生产中的应用研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(10): 1102-1106.
(Zhang Y, Su H Y, Chu J. Soft sensor modeling based on ISVM and its application in PX fractionation [J]. Control and Decision, 2005, 20(10): 1102-1106.)
- [7] Cauwenberghs G, Poggio T. Incremental and decremental support vector machine learning [J]. Machine Learning, 2001, 44(13): 409-415.
- [8] Ma J, Theiler J, Perkins S. Accurate online support vector regression [J]. Neural Computation, 2003, 15(11): 2683-2704.
- [9] Omitaomu O A, Jeong M K, Badiru A B, et al. Online support vector regression approach for the monitoring of motor shaft misalignment and feedwater flow rate [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part C: Applications and Reviews, 2007, 37(5): 962-970.
- [10] 刁翔, 李奇. 基于加权支持向量回归的在线训练算法及应用[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(17): 3970-3973.
(Diao X, Li Q. On-line training algorithm and its application based on weighted SVR [J]. J of System Simulation, 2007, 19(17): 3970-3973.)
- [11] 汪辉, 皮道映, 孙优贤. 支持向量机在线训练算法及其应用[J]. 浙江大学学报, 2004, 38(12): 1642-1649.
(Wang H, Pi D Y, Sun Y X. On-line support vector machine training algorithm and its application [J]. J of Zhejiang University, 2004, 38(12): 1642-1649.)
- [12] 刘志宏, 唐朝波, 张多默, 等. 铋盐除钴净化工艺研究 [J]. 中南工业大学学报, 2000, 31(3): 225-227.
(Liu Z H, Tang C B, Zhang D M, et al. Study on the purifying processes for zinc leach solutions with antimony trioxides [J]. J of Central South University of Technology, 2000, 31(3): 225-227.)
- [3] Antonelli Gianluca, Chiaverini Stefano, Fusco Giuseppe. A fuzzy-logic-based approach for mobile robot path tracking [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2007, 15(2): 211-221.
- [4] Chaitanya S K, Sarkar P K. A neural network algorithm for the error optimization in the path tracking control of a mobile robot [C]. IEEE Int Conf on Neural Networks. 2006: 2501-2507.
- [5] Sutton R S, Barto A G. Reinforcement learning: An introduction [M]. Cambridge: MIT Press, 1998.
- [6] Su S F, Hsieh S H. Embedding fuzzy mechanisms and knowledge in Box-Type reinforcement learning controllers [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part B, 2002, 32(5): 645-653.
- [7] Zeybek Z. Role of adaptive heuristic criticism in cascade temperature control of an industrial tubular furnace [J]. Applied Thermal Engineering, 2006, 26(2/3): 152-160.
- [8] Hoffmann F, Pfister G. Evolutionary design of a fuzzy knowledge base for a mobile robot [J]. Int J of Approximate Reasoning, 1997, 17(4): 447-469.
- [9] 石鸿雁, 孙昌志, 陈冬阳, 等. 动态环境下自主移动机器人的导航复杂性 [J]. 沈阳工业大学学报, 2006, 28(5): 534-537.
(Shi H Y, Sun C Z, Chen D Y, et al. Research on navigation complexity for autonomous mobile robots under dynamic environments [J]. J of Shenyang University of Technology, 2006, 28(5): 534-537.)
- [10] 许巍丽, 孙茂相. 全方位移动机器人鲁棒控制 [J]. 沈阳工业大学学报, 2007, 29(3): 312-316.
(Xu W L, Sun M X. Robust control of omni-direction wheeled mobile robot [J]. J of Shenyang University of Technology, 2007, 29(3): 312-316.)
- [11] Koh K C, Cho H S. A smooth path tracking algorithm for wheeled mobile robots with dynamic constraints [J]. J of Intelligent and Robotic Systems, 1999, 24(4): 367-385.

(上接第 536 页)