

文章编号: 1001-0920(2009)04-0565-05

## 基于运动预测的路径跟踪最优控制研究

武 星<sup>1,2</sup>, 楼佩煌<sup>1,2</sup>

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016; 2. 江苏省精密与微细制造技术实验室, 南京 210016)

**摘 要:** 针对自动导引车的路径跟踪, 提出一种基于运动预测的线性二次型调节器优化模型. 在速度约束下, 从全局角度通过运动预测达到多步控制的最优协调性. 在目标函数中只包含速度控制量, 避免了加权矩阵选择的难题, 算法的快速性由控制步数的最小化来保证. 数字仿真和实验均表明, 对于不同速度和路径偏差, 该算法均能产生可实现的最优控制序列, 同步、快速和平稳地消除两种偏差, 且计算量小, 可满足嵌入式控制系统实时滚动优化的需求.

**关键词:** 路径跟踪; 最优控制; 预测控制; 自动导引车

**中图分类号:** TP242.6

**文献标识码:** A

### Optimal path tracking control based on motion prediction

WU Xing<sup>1,2</sup>, LOU Pei-huang<sup>1,2</sup>

(1. College of Mechanical and Electric, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-manufacturing Technology, Nanjing 210016, China.

Correspondent: WU Xing, E-mail: wustar5353@nuaa.edu.cn)

**Abstract:** An optimal control of linear quadratic regulator (LQR) based on motion prediction is presented for path tracking of an automated guided vehicle. The optimal harmony among multistep control is achieved by motion prediction in a global view under velocity constraints. A selection of weighted matrix is avoided when a objective function includes only one item of speed difference output. The high effectivity of the algorithm to correct errors is ensured by minimization of control steps. The results of numerical simulations and tests on an actual AGV both demonstrate that a realizable optimal control sequence is obtained to eliminate two path errors synchronously, quickly and smoothly on different conditions of path errors and velocities. Furthermore, this algorithm can well satisfy the demand on realtime rolling optimization for an embedded control system owing to its low computational complexity.

**Key words:** Path tracking; Optimal control; Predictive control; AGV

### 1 引 言

自动导引车 (AGV) 是一种移载用车式移动机器人, 广泛应用于多个行业的物流自动化. 路径跟踪是其实现自主移动的关键, 而导航方式提供了跟踪的指引信息. 近年来, 基于标示线图像识别的视觉导航, 由于路径设置柔性高、信息识别速度快和导航信息容量大等特点, 成为 AGV 导航的一个主要发展方向<sup>[1,2]</sup>. 这种导航方式一般通过车载摄像机获取局部视野中的指引信息, 即 AGV 与标示线的距离和角度偏差<sup>[3]</sup>, 因此基于全局运动学模型的算法是难以适用的<sup>[4,5]</sup>.

文献[3]通过机器视觉获得距离和角度偏差, 利

用线性二次型调节器 (LQR) 理论, 求出预定速度下的固定反馈增益来实现路径跟踪. 对模型的线性化处理将该方法限制于小角度偏差情况. 文献[6]在小角度偏差时采用基于 LQR 理论的最优控制以获得较高的跟踪精度, 在大角度偏差时使用模糊控制以快速减小路径偏差. LQR 优化理论在小偏差时获得了良好的跟踪性能, 但也存在以下难题: 1) 目标函数中加权矩阵  $Q$  与  $R$  的选择; 2) 代数 Raccati 方程求解的复杂度; 3) 优化过程缺乏考虑速度约束.

对于加权矩阵  $Q$  与  $R$  的选取, 目前普遍使用的是仿真试凑法. 由于两者之间只存在相对大小关系, 仿真时一般设定  $R$  为单位阵, 然后根据结果试凑  $Q$ ,

收稿日期: 2008-04-02; 修回日期: 2008-06-17.

基金项目: 江苏省精密与微细制造技术重点实验室基金项目 (JSPM200701); 武器装备预研基金项目 (51418010204 HK0208).

作者简介: 武星 (1982—), 男, 安徽舒城人, 博士生, 从事智能机器人、运动控制等研究; 楼佩煌 (1962—), 男, 浙江诸暨人, 教授, 博士生导师, 从事智能机器人、柔性制造系统等研究.

很多学者对此做了大量研究. 文献[3]认为  $Q$  的取值不宜太大, 否则控制器输出趋向饱和, 系统极点远离虚轴, 造成系统抗干扰能力下降, 对噪声敏感. [7] 认为  $Q$  的取值较大,  $R$  的取值较小时, 系统的鲁棒性较好. [8] 认为距离偏差的  $q$  值不宜太大, 如果迫使系统过分地追求快速消除距离偏差, 结果会造成角度偏差过大, 系统超调严重, 且前轮转角超过转向机构的物理极限.

预测控制通过运动学模型估计机器人的未来位姿, 能有效消除系统时延, 并从全局角度考虑控制的长期优化<sup>[9-12]</sup>. 文献[10]通过预测机器人位姿以修正视觉反馈信息, 补偿图像处理中时延导致的偏差改变量, 取得了较好效果. [11]采用扩展 Kalman 滤波的信息融合, 进行路径跟踪的广义预测控制. 在每个控制周期先预测  $N$  步, 求出最优控制序列, 但只取该序列的第 1 项作为本周期的输出量, 并进行滚动优化. 然而该方法计算量较大, 实时滚动优化较为困难. [12] 在全局坐标下, 采用运动学模型进行单步和多步预测控制, 并根据给定的加权矩阵和速度优化控制量. 该方法的计算也较复杂, 且没有研究最优控制步数的确定方法.

本文提出一种基于运动预测的 LQR 最优控制方法. 根据局部坐标系中的运动学模型, 预测机器人的未来位姿, 并在速度约束下, 寻求一个协调性最优的控制序列, 通过物理可实现的多步控制, 将角度偏差和距离偏差同时消除到零. 在目标函数中只包含速度控制量, 解决了加权矩阵选择的难题, 算法的快速性由控制步数的最小化来保证. 而且, 对该算法通过理论推导获得了速度控制量的解析表达式, 避免了 Raccati 方程的迭代求解, 计算量很小, 可满足嵌入式控制系统实时滚动优化的需求.

## 2 AGV 运动学模型

本文的研究平台采用自主研发的差速式视觉导航 AGV, 如图 1 所示. 中间两驱动轮分别由一台直流伺服电机驱动, 前后两轮为仅起支撑作用的方向随动轮. 该 AGV 具有直线和圆弧两种运动轨迹. 视觉传感器为单目彩色 CCD 摄像机, 安装在 AGV 中心线的前方位置, 获取局部视野中 AGV 与标示线的距离偏差  $e_d$  和角度偏差  $e$ .  $xoy$  是跟随 AGV 运动的局部视觉坐标系, 标示线与  $x$  轴交点的横坐标为  $e_d$ ,  $y$  轴到标示线切线方向的夹角为  $e$ , 该夹角逆时针为正, 顺时针为负. 左、右驱动轮的线速度为  $v_l$  和  $v_r$ , 两驱动轮间距为  $W$ , AGV 中心线速度为  $v$ , 角速度为  $\omega$ .

路径跟踪的实质就是消除这两种偏差. 当出现

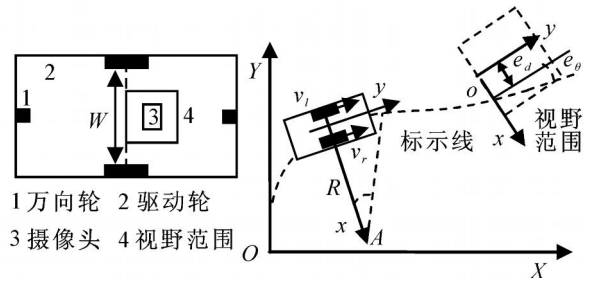


图1 AGV 结构与运动学模型

路径偏差时, 在两驱动轮之间产生一个速度差  $v$ , 则 AGV 沿圆弧轨迹调整其位姿, 两驱动轮速度为

$$v_l = v + v, v_r = v - v. \quad (1)$$

位姿调整的角速度为

$$\omega = \frac{(v_l - v_r)}{W} = \frac{2v}{W}. \quad (2)$$

从状态  $k$  经过时间  $T_s$  到状态  $k+1$  时, 小车绕瞬时心  $A$  转过的角度为  $\theta$ , 状态  $k+1$  的角度偏差为

$$e(k+1) = e(k) + \frac{2v(k)T_s}{W}. \quad (3)$$

AGV 是具有非完整约束的不可积系统, 其距离偏差的变化采用几何方法分析获得. 假设状态  $k$  时的路径偏差如图 2 所示, 在速度控制量  $v$  的作用下, AGV 绕圆心  $C$  沿圆弧  $oA$  行驶以减小偏差, 在状态  $k+1$  时达到  $A$  点. 其中,  $oF$  为状态  $k$  的距离偏差  $e_d(k)$ ,  $AE$  为  $k+1$  时的距离偏差  $e_d(k+1)$ .

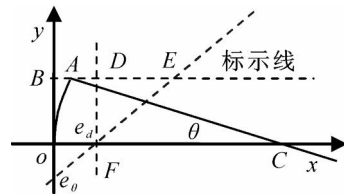


图2 距离偏差的几何分析

当时间  $T_s$  很短且角速度  $\omega$  为有限值时, 圆弧  $oA$  近似为直线段, 长度为 AGV 的行程, 圆心角  $\theta$  为角度偏差的变化量. 则  $k+1$  时的距离偏差为

$$e_d(k+1) = e_d(k) + vT_s \cos \frac{\theta}{2} \cdot \tan e - vT_s \sin \frac{\theta}{2}. \quad (4)$$

当  $e$  和  $\theta$  很小时, 将式(4)线性化处理得

$$e_d(k+1) = e_d(k) - ve(k)T_s - \frac{v \cdot v(k)T_s^2}{W}. \quad (5)$$

小角度偏差条件下的线性运动学模型为

$$\begin{cases} e(k+1) = e(k) + \frac{2T_s}{W} v(k), \\ e_d(k+1) = e_d(k) - ve(k)T_s - v \frac{T_s^2}{W} v(k). \end{cases} \quad (6)$$

### 3 基于运动预测的 LQR 最优控制

#### 3.1 最优控制目标的选取

在小偏差情况下,文献[3,6,8]采用 LQR 优化方法,取状态变量  $X$  与控制变量  $u$  的二次型函数的积分作为目标函数,即

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T [X^T Q X + u^T R u] dt. \quad (7)$$

本文采用一种新的思路考虑  $Q$  与  $R$  的选取问题.在式(7)中,第 1 项反映了路径偏差消除的快速性, $Q$  越大,目标函数要求偏差消除越快;第 2 项反映了路径偏差消除的协调性,其值越小,系统为纠正超调所做的往返控制越少.然而,由于系统物理结构的限制,消除偏差所需的速度控制量(两轮速度差)  $v$  在一个有限范围内,即

$$|v| \leq v_{max}. \quad (8)$$

在速度约束下,当前状态的路径偏差可能无法在一个控制周期完全消除,因此将基于运动学模型的多步预测引入最优控制.从全局角度出发,以纠偏协调性的优化为目标,通过一个  $N$  步最优控制序列  $v(k) (k = 1, 2, \dots, N)$  将两种路径偏差同步地消除到零,而控制步数  $N$  实质上反映了偏差消除的快速性.在条件(8)下, $N$  的最小化可实现满足速度约束的最快偏差消除过程.因此,它可代替式(7)中第 1 项对偏差消除快速性的要求,既避免了  $Q$  与  $R$  相对大小的选取,又考虑了实际系统的速度约束.

目标函数(7)可简化为只包含控制变量  $u$  的形式.由于  $Q$  和  $R$  之间只存在相对大小关系,一般设定  $R$  为单位阵.本文算法实现的物理平台是嵌入式控制系统,则目标函数的离散形式为

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} v^2(k). \quad (9)$$

将本文的路径跟踪问题按照 LQR 优化方法进行描述:对于状态方程为(6)的系统,在条件(8)的约束下,通过最小化目标函数(9)和控制步数  $N$ ,求解一个  $N$  步最优控制序列  $v(k) (k = 1, 2, \dots, N)$ ,使两种路径偏差同步、快速和平稳地消除到零.

#### 3.2 多步预测最优控制模型的数学推导

根据 Lagrange 待定数列法,对状态方程(6)引入待定数列,即

$$\{v(k+1)\} = \{[v_1(k+1) \quad v_2(k+1)]^T\}. \quad (10)$$

Hamilton 函数为

$$H(k) = \frac{1}{2} v^2(k) + \lambda^T(k+1) \times \left\{ \begin{bmatrix} e_0(k) \\ e_d(k) - v e_0(k) \end{bmatrix} T_s + \begin{bmatrix} 2T_s/W \\ -vT_s^2/W \end{bmatrix} v(k) \right\}. \quad (11)$$

能使目标函数(9)取得极小值的最优控制序列  $v(k)$  满足以下条件:

$$\frac{\partial H(k)}{\partial X(k)} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial H(k)}{\partial u(k)} = 0. \quad (13)$$

根据矩阵分析,由式(12)得

$$v_1(k) = v_1(k+1) = c(\text{常数}), \quad (14)$$

$$v_2(k+1) = v_2(k) + cvT_s. \quad (15)$$

令  $v_2(0) = v_2$ ,对式(15)进行迭代变换得

$$v_2(k) = v_2 + kvT_s. \quad (16)$$

根据式(13)得

$$v(k) +$$

$$[v_1(k+1) \quad v_2(k+1)] \begin{bmatrix} 2T_s \\ W \\ -vT_s^2 \\ W \end{bmatrix} = 0. \quad (17)$$

将式(14)和(16)代入(17)得

$$v(k) = \frac{T_s}{W} [2vT_s + [(k+1)(vT_s)^2 - 2]c]. \quad (18)$$

将式(18)代入运动学模型(6),通过迭代变换得

$$e(k) = e(0) + 2(T_s/W)^2 [k^2 vT_s + [\frac{k(k+1)}{2}(vT_s)^2 - 2k]c], \quad (19)$$

$$e_d(k) = e_d(0) - kvT_s e_0(0) - (T_s/W)^2 vT_s [k^2 vT_s + \sum_{i=1}^{k-1} [i(i+1) + k(k+1)]/2] (vT_s)^2 - 2k^2]c]. \quad (20)$$

根据控制目标,系统经过  $N$  步最优控制,两种路径偏差同时消除到零,即

$$\begin{cases} e(N) = 0, \\ e_d(N) = 0. \end{cases} \quad (21)$$

将式(19)和(20)代入方程组(21),求出线性无关的待定常数  $c$  和  $v_2$ ,再代入式(18)求出速度控制量的解析表达形式,即

$$v(k) = -\frac{e(0)}{2NT_s/W} + 3[(k+1) - \frac{N+1}{2}] \times \left[ \frac{NvT_s e_0(0) - 2e_d(0)}{(N^3 - N) \frac{T_s}{W} vT_s} \right]. \quad (22)$$

在式(22)中,总控制步数  $N \geq 2$ ,当前控制步数  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ .

#### 3.3 最优控制模型的意义分析

文献[3,6,8]寻求最优控制量时,都是在给定

速度  $v$  下,根据仿真试凑的加权矩阵  $Q$  与  $R$ ,求得固定不变的最优反馈增益矩阵.当小车速度改变时,原先得到的加权矩阵和反馈增益矩阵未必是最优的,最优控制的优化效果和鲁棒性能较差.重新迭代求解 Raccati 方程获取新的反馈增益矩阵,也因为计算量大而难以在线实时完成.

本文采用独特的控制目标优化方式,将偏差消除的快速性用速度约束下的控制步数最小化来反映,简化了目标函数形式,并根据线性运动学模型,经过数学推导完成迭代变换,求得速度控制量的解析表达式,极大地简化了控制过程.

在式(22)中,速度控制量序列  $v(k)$  与以下因素相关:1) 结构参数  $W$ ;2) 控制周期  $T_s$ ;3) 路径偏差  $e$  和  $e_d$ ;4) 运动速度  $v$ ;5) 最优控制总步数  $N$  和当前控制步数  $k$ .一般地,系统的结构参数  $W$  和控制周期  $T_s$  是固定不变的.在路径偏差  $e$  和  $e_d$  一定的条件下,小车速度  $v$  限制了速度控制量  $v(k)$  的取值范围,从而决定了最优控制总步数  $N$ .当确定了最优控制总步数  $N$  时,每一步的控制量  $v(k)$  也随  $k$  值线性变化.与以前文献中的固定反馈增益矩阵相比,本文的速度控制量序列  $v(k)$  显然考虑了更全面的因素,具有更好的优化效果和鲁棒性能.

### 3.4 最优控制步数的确定

最优控制步数  $N$  反映了路径偏差消除的快慢,但其取值受到条件(8)的制约.为了尽快消除两种偏差并考虑实际系统的执行能力,需要在条件(8)下最小化控制步数  $N$ .

分析式(22)可知,速度控制量  $v(k)$  随  $k$  值线性变化,则存在以下关系:

$$|v(k)|_{\max} = |v(0)| \text{ or } |v(N-1)|. \quad (23)$$

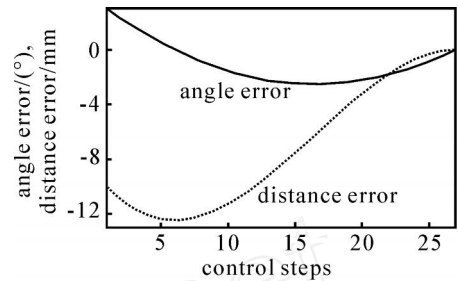
将式(23)代入条件(8),求出满足条件的最小控制步数  $N$ .

## 4 数字仿真与分析

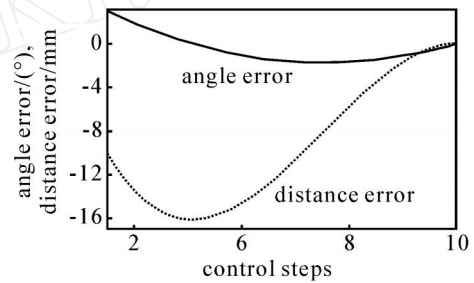
为验证上述最优控制模型,本文在不同速度  $v$  和控制量极值  $v_{\max}$  下进行大量数值仿真.针对线性运动学模型的小偏差假设,本文将角度偏差的范围定为  $|e(k)| \leq 5^\circ$ .根据自主研发的 AGV 结构,系统参数设置如下:  $W = 400 \text{ mm}$ ,  $T_s = 0.1 \text{ s}$ .

在初始路径偏差为  $e = 3^\circ$ ,  $e_d = -10 \text{ mm}$  时,数值仿真结果如图3所示.图3(a)的速度与控制量极值为:  $v = 200 \text{ mm/s}$ ,  $v_{\max} = 0.25 v$ .在纠偏前期,  $e$  减小却无法阻止  $e_d$  的增大,所以  $e$  减小到零后反向增大,加快  $e_d$  的消除,最后两种偏差同步减小到零.对于图3(b),  $v = 800 \text{ mm/s}$ ,  $v_{\max} = 0.1 v$ .两种偏差纠正得更快,但偏差的超调也更大,  $e_d$  反向增大的数值大于图3(a)的相应情形.可见,高速条件下的纠

偏一定要及时和协调,否则将产生更大的偏差,甚至路径跟踪失败.



(a) 低速下的路径纠偏过程



(b) 高速下的路径纠偏过程

图3 路径跟踪的数值仿真

## 5 AGV 系统及实验验证

为验证本文的最优控制模型在 AGV 路径跟踪中的实际效果,作者采用嵌入式技术,自主研发了差速式视觉导航 AGV,并在实验室环境进行了大量路径跟踪实验,如图4所示.



图4 AGV 路径跟踪实验

车载控制器是基于 ARM 和 DSP 的多核嵌入式控制系统. DSP 通过图像处理,从地面标示线图像中获取两种路径偏差. ARM 在嵌入式实时操作系统 uC/OS-II 的支持下,实现本文提出的最优控制算法.在操作系统的管理下,路径跟踪任务与串口通信任务、小车行走任务和电机控制任务等共同完成路径偏差的接收、速度控制量的计算和控制电压的转化等,控制伺服驱动器完成直流电机调速.

上位机监控软件以 10 Hz 的频率,通过无线方式实时采集 AGV 的路径偏差并存入数据库.根据该数据绘制 AGV 的实际纠偏过程,如图5所示.在初始大角度偏差下,纠偏过程分两个阶段:从第1步到第15步,采用基于偏差分析的智能预测控制,将

大偏差状态快速转化为小偏差状态;从第 16 步到第 22 步,采用本文的多步预测最优控制,同步和平稳地消除两种路径偏差.实验结果表明了该最优控制算法在 AGV 实际路径跟踪中的可行性和有效性.

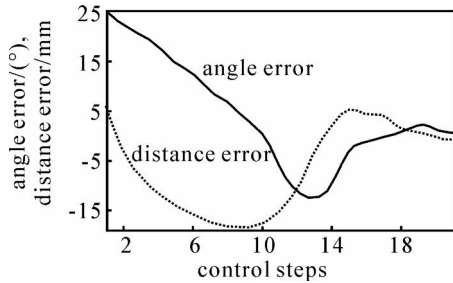


图 5 路径跟踪的实验结果

与仿真结果相比,实际实验的纠偏趋势是相同的,只是在纠偏过程中存在一些波动.这一方面是由于图像处理 and 偏差获取存在一定时延,另一方面是由于电机驱动系统的响应存在一定滞后,此外,路径曲率的变化也对跟踪效果产生影响.一般地,AGV 低速行驶的跟踪误差为: $e_a = 1^\circ, e_d = 1\text{ mm}$ ;高速行驶的跟踪误差为: $e_a = 5^\circ, e_d = 5\text{ mm}$ .可见,该最优控制算法具有很高的路径跟踪精度.

## 6 结 论

本文将基于运动学模型的多步预测融入 LQR 最优控制,提出一个新颖的目标优化方案,通过最小化速度控制量的二次型积分和控制步数来保证控制的协调性和快速性,目标函数的简化避免了加权矩阵选择的难题.在速度约束下,寻求一个物理可实现的最优控制序列,将两种路径偏差同步纠正到零.通过理论推导获得了速度控制量的解析表达式,算法计算量小,有利于嵌入式控制系统的实时滚动优化.数字仿真和实验均表明,对于不同速度和路径偏差,该算法的控制效果都具有满意的精确性、协调性、快速性和平稳性.

## 参考文献(References)

- [1] Fang Q, Xie C X. A study on intelligent path following and control for vision-based automated guided vehicle [C]. Proc of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou, 2004: 4811-4815.
- [2] Zhang Haibo, Yuan Kui, Mei Shuqi, et al. Visual navigation of an automated guided vehicle based on path recognition[C]. Proc of the 3rd Int Conf on Machine Learning and Cybernetics. Shanghai, 2004: 3877-3880.
- [3] 王荣本,李兵,徐友春,等.基于视觉的智能车辆自主导航最优控制器设计[J].汽车工程,2001,21(2):97-100.  
(Wang R B, Li B, Xu Y C, et al. Optimal controller design for an intelligent vehicle based on vision

navigation[J]. Automotive Engineering, 2001, 21(2): 97-100.)

- [4] Jiang Zhongping, Nijmeijer Henk. Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping [J]. Automatica, 1997, 33(7): 1393-1399.
- [5] Wang Taiyu, Tsai Chingchih. Adaptive trajectory tracking control of a wheeled mobile robot via lyapunov techniques[C]. Proc of the 30th Annual Conf of the IEEE Industrial Electronics Society. Busan, 2004: 389-394.
- [6] 陈无畏,李碧春,孙海涛,等.基于视觉导航的 AGV 模糊-最优控制研究[J].中国机械工程,2006,17(24): 2546-2550.  
(Chen W W, Li B C, Sun H T, et al. Study on fuzzy-optimal control of vision navigation for an AGV [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(24): 2546-2550.)
- [7] 褚健,胡协和.关于最优调节器 LQR 鲁棒性的讨论[J].控制与决策,1992,7(6):478-481.  
(Chu J, Hu X H. On the robustness of optimal regulator LQR systems [J]. Control and Decision, 1992, 7(6): 478-481.)
- [8] 周俊,姬长英.基于视觉导航的轮式移动机器人横向最优控制[J].机器人,2002,24(3):209-212.  
(Zhou J, Ji C Y. Lateral optimal control for wheeled mobile robot navigated by machine vision [J]. Robot, 2002, 24(3): 209-212.)
- [9] Yang Xinxin, He Kezhong, Guo Muhe, et al. An intelligent predictive control approach to path tracking problem of autonomous mobile robot [C]. Proc of the 1998 IEEE Int Conf on System, Man and Cybernetics. San Diego, 1998: 3301-3306.
- [10] Jiang Xianhua, Motai Yuichi, Zhu Xinquan, et al. Predictive fuzzy logic controller for trajectory tracking of a mobile robot [C]. Proc of the IEEE Mid-Summer Workshop on Soft Computing in the Industrial Applications. Espoo, 2005.
- [11] 谷东兵,胡豁生,Michael Brady,等.移动机器人的运动预测控制[J].仪器仪表学报,2000,21(2):155-158.  
(Gu D B, Hu H S, Michael Brady, et al. Motion predictive control for mobile robots [J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2000, 21(2): 155-158.)
- [12] 史恩秀,黄玉美,史文浩,等.轮式移动机器人轨迹跟踪的预测控制[J].机械科学与技术,2004,23(10): 1234-1241.  
(Shi E X, Huang Y M, Shi W H, et al. Predictive controlling of wheeled mobile robot tracking [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(10): 1234-1241.)