

文章编号: 1001-0920(2009)04-0579-04

## 混合型多属性决策问题的序关系求解方法

何峻, 赵宏钟, 肖立, 付强

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要:** 研究了包含实数型、区间型和风险型属性的混合型多属性决策问题, 提出一种基于优先序关系的决策模型, 并给出了具体求解方法和步骤说明. 通过比较各属性下方案间的优劣程度, 建立模糊互补判断矩阵, 以排序向量为基础计算每个方案各属性下的 Borda 分, 根据属性权重向量加权集结得到总排序向量, 实现方案总体优劣的排序. 该方法直观、概念明确, 不需要对决策矩阵进行规范化, 易于实际操作. 最后以自动目标识别系统性能评估为例, 进行了算例分析.

**关键词:** 多属性决策; 模糊互补判断矩阵; 排序; 区间数; 自动目标识别

中图分类号: C934; TN955

文献标识码: A

## Preference method for solving hybrid multiple attribute decision making problems

HE Jun, ZHAO Hong-zhong, XIAO Li, FU Qiang

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China.

Correspondent: HE Jun, E-mail: hisjune@163.com)

**Abstract:** This paper investigates a hybrid multiple attribute decision making problem whose attributes include real number, interval number and random variable. Based on preference relationship, a decision making model is presented, and its solution method and the process are also given. The local fuzzy complementary judgment matrix is firstly built by comparing the alternatives with respect to each attribute. The alternatives' Borda scores under each attribute are calculated according to the local priority vectors, and aggregated to obtain the global priority vector along with the attribute weighting vector, so as to rank all alternatives. The method is intuitionistic, explicit, needn't normalization for the decision matrix in the method, so it brings convenience in practical application. Finally, a numerical example of ATR system performance evaluation shows how to use the proposed method and is analyzed.

**Key words:** Multiple attribute decision making; Fuzzy complementary judgment matrix; Ranking; Interval number; ATR

### 1 引言

多属性决策问题是决策分析研究中的重要内容之一, 广泛存在于军事、经济、管理等领域. 对于确定型(属性值为实数)多属性决策问题的研究已开展了一段时间, 有多种较成熟的求解方法<sup>[1,2]</sup>. 而对于不确定型多属性决策问题的研究也已经取得了一定的进展. 对于属性值为区间数的情况, 文献[3-7]进行了区间多属性决策方法的研究; 而对于属性值为随机数的风险型多属性决策问题, 文献[8,9]进行了风险型多属性决策求解方法的研究. 对于混合型多属性决策问题的研究还很不完善<sup>[10]</sup>.

现实社会的决策过程中, 存在着大量混合型多属性决策问题. 例如在评估自动目标识别(ATR)系统的总体性能时, 需要综合考虑系统的多种指标(属性). 这些指标中一部分属于实数型属性, 可以进行精确度量, 如 ATR 系统所能够识别的目标类型数目; 另一部分属于区间型属性, 由于存在小范围内的波动而可用区间数来描述其值域范围, 如完成一次目标识别的耗时; 还有一类指标受到测量条件和测试样本容量的限制, 更倾向于采用具有概率分布的随机变量来描述, 如 ATR 系统对各类型目标的识别率等, 这类指标通常也称为风险型属性.

收稿日期: 2008-03-02; 修回日期: 2008-04-25.

基金项目: 武器装备预研重点基金项目(6140522).

作者简介: 何峻(1979—), 男, 河北乐亭人, 博士生, 从事自动目标标识、决策分析的研究; 付强(1962—), 男, 长沙人, 教授, 博士生导师, 从事精确制导、雷达信号处理等研究.

文献[11]对混合型多属性决策方法做出了有益的探索,但所提出的方法不能处理风险型属性.对此,本文研究了一类属性权重已知、包含实数型、区间型和风险型属性的混合型多属性决策问题,以序关系为基础给出了具体的求解方法.最后,以某空地背景ATR系统的多指标综合评估作为算例,运用所提方法对混合型多属性决策问题进行求解示例.

## 2 问题描述

对本文所考虑的混合型多属性决策问题,记  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$  ( $m \geq 2$ ) 为备选方案集;  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$  ( $n \geq 2$ ) 为属性(指标)集;  $X = [x_{ij}]_{m \times n}$  为决策矩阵,其中  $x_{ij}$  表示方案  $S_i$  的属性  $G_j$  的属性值,根据具体问题为实数、区间数或随机变量中的某一类;  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  为属性权重向量,其中  $w_j$  表示属性  $G_j$  的权重,这里假定  $w$  已知且满足  $w_j = 1$  和  $w_j \geq 0$ . 本文所要解决的问题是根据混合型决策矩阵  $X$  和属性的权重信息  $w$  对方案集  $S$  中的方案进行评价和排序.

## 3 决策原理与方法

本文所提方法的决策原理可概况为:首先通过两两比较各属性下  $G_j$  所有方案的优劣,建立  $n$  个互补判断矩阵;然后求解每个互补判断矩阵的排序向量;最后聚合多个排序向量得到反映方案总体优劣的总排序向量,实现方案的排序.下面按步骤详细阐述.

### Step1 建立互补判断矩阵

对方案集  $S$  中任意两个备选方案  $S_i$  和  $S_j$ ,用  $p_{ij}^k$  表示在属性  $G_k$  ( $1 \leq k \leq n$ ) 下方案  $S_i$  优于  $S_j$  的判断,其定义如下:

1) 对于效益型属性.

若  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  为实数,定义

$$p_{ij}^k = \begin{cases} 1, & x_{ik} > x_{jk}; \\ 0.5, & x_{ik} = x_{jk}; \\ 0, & x_{ik} < x_{jk}. \end{cases} \quad (1)$$

若  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  为区间数,记  $x_{ik} = [x_{ik}^-, x_{ik}^+]$ ,  $x_{jk} = [x_{jk}^-, x_{jk}^+]$ ,采用区间数比较的可能度<sup>[12]</sup>来定义

$$p_{ij}^k = p(x_{ij} > x_{jk}) = \frac{\min(l_{ik} + l_{jk}, \max(x_{ik}^+ - x_{jk}^-, 0))}{l_{ik} + l_{jk}}. \quad (2)$$

其中:  $l_{ik} = x_{ik}^+ - x_{ik}^-$ ,  $l_{jk} = x_{jk}^+ - x_{jk}^-$ .

若  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  为随机变量,定义

$$p_{ij}^k = P\{x_{ik} > x_{jk}\} = \int_{x_{ik}^-}^{x_{jk}^+} f_{ij}^k(x_{ik}, x_{jk}) dx_{ik} dx_{jk}, \quad (3)$$

其中  $f_{ij}^k(x_{ik}, x_{jk})$  表示随机变量  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  的联合概

率密度函数.一般情况下,不同方案风险型属性值分布相互独立的假设可以得到满足,此时  $f_{ij}^k(x_{ik}, x_{jk}) = f_i^k(x_{ik}) f_j^k(x_{jk})$ ,  $f_i^k(x_{ik})$  和  $f_j^k(x_{jk})$  分别为方案  $S_i$  和  $S_j$  的风险型属性值  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  的概率密度函数.

2) 对于成本型属性.

若  $a_{ik}$  和  $a_{jk}$  为实数,定义

$$p_{ij}^k = \begin{cases} 1, & x_{ik} < x_{jk}; \\ 0.5, & x_{ik} = x_{jk}; \\ 0, & x_{ik} > x_{jk}. \end{cases} \quad (4)$$

若  $x_{ik}$  和  $x_{jk}$  为区间数,定义

$$p_{ij}^k = p(x_{jk} > x_{ik}) = \frac{\min(l_{ik} + l_{jk}, \max(x_{jk}^+ - x_{ik}^-, 0))}{l_{ik} + l_{jk}}. \quad (5)$$

若  $a_{ik}$  和  $a_{jk}$  为随机变量,定义

$$p_{ij}^k = P\{x_{jk} > x_{ik}\} = \int_{x_{ik}^-}^{x_{jk}^+} f_{ij}^k(x_{ik}, x_{jk}) dx_{ik} dx_{jk}. \quad (6)$$

式(5)和(6)中符号的含义分别与(3)和(4)相同.

由式(1)~(6)的定义易证明,矩阵  $P_k = [p_{ij}^k]_{m \times m}$  满足互补性,即  $p_{ij}^k + p_{ji}^k = 1$  ( $1 \leq i, j \leq m, 1 \leq k \leq n$ ).

### Step2 求解排序向量

获取了反映任意两方案间比较优劣判断的判断矩阵  $P_k$  后,属性  $G_k$  下方案间的优先序关系可以通过求解排序向量  $B_k$  直接确定.由于  $P_k$  具有互补性,可按照文献[13]中给出的一个简洁排序公式求解,得到排序向量  $B_k = (b_1^k, b_2^k, \dots, b_m^k)^T$ ,其中

$$b_i^k = \frac{1}{m(m-1)} \left[ \sum_{j=1}^m p_{ij}^k + \frac{m-1}{2} \right], \quad 1 \leq i \leq m. \quad (7)$$

按照式(1)~(6)定义所得的互补判断矩阵  $P_k$  忽略了属性值之间差异的大小,不再满足加性一致性,因此文献[14]总结的多种利用完全加性一致性假设求解排序向量的方法并不适合用来求解  $B_k$ . 同样由于该原因,按式(7)所得到的  $B_k$  只反映属性  $G_k$  下方案间的优先序关系,而不是优劣程度的差异.下面的多属性序关系聚合中用到这一点.

### Step3 聚合多属性下的序关系

鉴于所得到的  $n$  个排序向量仅为序数值,先利用排序向量计算各属性下每个方案的 Borda 分,即将  $m$  个分数  $(m-1, m-2, \dots, 0)$  分别赋予排在第 1 位、第 2 位、...、最末位的方案,用  $B(S_i, G_k)$  表示方案  $S_i$  在属性  $G_k$  下的 Borda 分;然后依据属性权重向量  $w$  计算每个方案的加权总 Borda 分  $B_w(S_i)$ ,具体计算函数为

$$B_w(S_i) = \sum_{k=1}^n w_k B(S_i, G_k), \quad 1 \leq i \leq m. \quad (8)$$

用得到的  $m$  个  $B_w(S_i)$  组成总排序向量  $B_w = (B_w(S_1), B_w(S_2), \dots, B_w(S_m))^T$ , 即可排出方案的总体优先次序.

#### 4 算例分析

以某空地背景的 ATR 系统综合性能评估作为算例:有 3 个待评价的 ATR 系统;考虑 4 个评价指标(属性),分别为正确种类识别概率  $G_1(P_{cc})$ , 正确类型识别概率  $G_2(P_D)$ , 识别时间  $G_3(\text{ms})$  和存储容量  $G_4(\text{Byte})$ . 决策者给出属性权重向量  $w = (0.30, 0.25, 0.25, 0.20)^T$ . 其中:  $G_1$  和  $G_2$  为风险效益型属性,用 beta 概率密度函数描述;  $G_3$  和  $G_4$  分别为区间成本型属性和实数成本型属性. 通过半实物仿真平台进行测量并做初步分析,得到混合了 3 种属性类型的决策矩阵  $X$ , 见表 1.

表 1 ATR 系统评估的混合决策矩阵

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
$S_1$	(572, 150)	(565, 157)	[0.5129, 0.5257]	6744
$S_2$	(604, 118)	(596, 126)	[0.5150, 0.5266]	87014
$S_3$	(603, 119)	(587, 135)	[1.076, 1.108]	199264

表 1 中  $G_1$  和  $G_2$  属性栏中给出的是 beta 概率密度函数的两个参数  $(a, b)$ , 具体分布函数为

$$f(x; a, b) = \frac{1}{\text{beta}(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (9)$$

其中  $\text{beta}(a, b)$  表示参数为  $(a, b)$  的 beta 函数.

按上节给出的求解步骤, 首先建立属性  $G_1 \sim G_4$  下两两比较的互补判断矩阵  $P_1 \sim P_4$  如下:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.0150 & 0.0179 \\ 0.9850 & 0.5 & 0.5284 \\ 0.9821 & 0.4716 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.0197 & 0.0744 \\ 0.9803 & 0.5 & 0.7312 \\ 0.9256 & 0.2688 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5615 & 1 \\ 0.4385 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 1 \\ 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix};$$

然后按式(7)求解各属性下的排序向量  $B_1 \sim B_4$  如下:  $B_1 = (0.172, 0.419, 0.409)^T$ ,  $B_2 = (0.182, 0.452, 0.366)^T$ ,  $B_3 = (0.427, 0.406, 0.167)^T$ ,  $B_4 = (0.500, 0.333, 0.117)^T$ ; 最后计算每个方案在各属性下的 Borda 分, 见表 2.

表 2 各属性下每个方案的 Borda 分

$B(S_i, G_k)$	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
$S_1$	0	0	2	2
$S_2$	2	2	1	1
$S_3$	1	1	0	0

利用式(8)求出总排序向量  $B_w = (0.9, 1.55, 0.55)^T$ , 最终得到方案总体优先序关系为:  $S_2 > S_1 > S_3$ .

#### 5 结 论

本文提出了一种基于序关系的混合型多属性决策模型, 并给出了具体求解算法. 所提出方法从建立反映方案各属性下的优劣互补判断矩阵入手, 采用计算 Borda 分的方法实现多属性序关系的聚合, 较好地处理了风险型属性. 该方法不同于传统的分值决策模型, 无需进行指标规范化, 为混合型多属性决策问题提供了一条新的求解途径.

#### 参考文献(References)

[1] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making[M]. New York: Springer-Verlag, 1981.

[2] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.

(Yue C Y. Decision theory and method[M]. Beijing: China Science Press, 2003.)

[3] Bryson N, Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems [J]. European J of Operational Research, 1996, 96(2): 379-386.

[4] 樊治平, 胡国奋. 区间数多属性决策的一种目标规划方法[J]. 管理工程学报, 2000, 14(4): 50-52.

(Fan Z P, Hu G F. A goal programming method for interval multi-attribute decision-making [J]. J of Industrial Engineering/ Engineering Management, 2000, 14(4): 50-52.)

[5] 徐泽水. 求解不确定多属性决策问题的一种新方法[J]. 系统工程学报, 2002, 17(2): 177-181.

(Xu Z S. New method for uncertain multi-attribute decision making problems [J]. J of Systems Engineering, 2002, 17(2): 177-181.)

[6] 达庆利, 徐泽水. 不确定多属性决策的单目标最优化模型[J]. 系统工程学报, 2002, 17(1): 50-55.

(Da Q L, Xu Z S. Single-objective optimization model in uncertain multi-attribute decision-making [J]. J of Systems Engineering, 2002, 17(1): 50-55.)

[7] 徐泽水, 达庆利. 区间型多属性决策的一种新方法[J]. 东南大学学报, 2003, 33(4): 498-501.

(Xu Z S, Da Q L. New method for interval multi-attribute decision-making[J]. J of Southeast University, 2003, 33(4): 498-501.)

- [8] 姚升保, 岳超源, 张鹏, 等. 风险型多属性决策的一种求解方法[J]. 华中科技大学学报, 2005, 33(11): 83-85.  
(Yao S B, Yue C Y, Zhang P, et al. Method for solving multi-attribute decision-making problems with risk[J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 2005, 33(11): 83-85.)
- [9] 姚升保, 岳超源. 基于组合赋权的风险型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(12): 2047-2050.  
(Yao S B, Yue C Y. Method for multiple attribute decision-making under risk based on synthetic weighting [J]. System Engineering and Electronics, 2005, 27(12): 2047-2050.)
- [10] 宋业新, 张曙红, 陈绵云. 基于模糊模式识别的时序混合多指标决策[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(4): 1-4.  
(Song Y X, Zhang S H, Chen M Y. Hybrid multiple criteria decision-making with time series base on fuzzy pattern recognition [J]. System Engineering and Electronics, 2002, 24(4): 1-4.)
- [11] 夏勇其, 吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的TOPSIS法[J]. 系统工程学报, 2004, 19(6): 630-634.  
(Xia Y Q, Wu Q Z. A technique of order preference by similarity to ideal solution for hybrid multiple attribute decision making problems [J]. J of Systems Engineering, 2004, 19(6): 630-634.)
- [12] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.  
(Xu Z S, Da Q L. Possibility of method for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)
- [13] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311-314.  
(Xu Z S. Algorithm for priority of fuzzy complementary judgement matrix [J]. J of Systems Engineering, 2001, 16(4): 311-314.)
- [14] 樊治平, 姜艳萍. 模糊判断矩阵排序方法研究的综述[J]. 系统工程, 2001, 19(5): 12-18.  
(Fan Z P, Jiang Y P. An overview on ranking methods of fuzzy judgement matrix [J]. System Engineering, 2001, 19(5): 12-18.)

(上接第 578 页)

- [5] Yin X, Han J. CPAR: Classification based on predictive association rules[C]. Proc of the 3rd SIAM Int Conf on Data Mining. San Francisco, 2003.
- [6] Comite F D, Gilleron R, Tommasi M. Learning multi-label alternating decision tree from texts and data[C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2003: 35-49.
- [7] 李宏, 陈松乔, 赵蕊, 等. 多值属性多类标数据决策树算法研究[J]. 模式识别与人工智能, 2007, 21(6): 815-820.  
(Li H, Chen S Q, Zhao R, et al. Research on multi-valued and multi-labeled decision tree [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2007, 21(6): 815-820.)
- [8] Elisseeff A, Weston J. A kernel method for multi-labelled classification [C]. Advances in Neural Information Processing Systems 14. Cambridge: MIT Press, 2002: 681-687.
- [9] Schapire R E, Singer Y. Boostexter: A boosting-based system for text categorization[J]. Machine Learning, 2000, 39(2): 135-168.
- [10] Zhang M L, Zhou Z H. ML-KNN: A lazy learning approach to multi-label learning [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(7): 2038-2048.
- [11] Fadi A Thabtah. Peter cowling and yonghong peng [C]. Proc of the 4th IEEE Int Conf on Data Mining. Brighton, 2004: 217-224.
- [12] Zhang M L, Zhou Z H. Multi label neural networks with applications to functional genomics and text categorization[J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 2006, 18(10): 1338-1351.
- [13] Pang Ning, Tan Michael, Steinbach Vipin Kumar. Introduction to data mining[M]. Addison: Wesley, 2005.
- [14] Kazawa H, Izumitani T, Taira H, et al. Maximal margin labeling for multi-topic text categorization[C]. Advances in Neural Information Processing Systems 17. Cambridge: MIT Press, 2005: 649-656.
- [15] Maron O, Ratan A L. Multiple-instance learning for natural scene classification[C]. Proc of the 15th Int Conf on Machine Learning. Madison, 1998: 341-349.
- [16] Boutell M R, Luo J, Shen X, et al. Learning multi-label scene classification [J]. Pattern Recognition, 2004, 37(9): 1757-1771.