第 24 卷 第 4 期
Vol. 24 No. 4

控 制 与 决 策
Control and Decision

2009 年 4 月
Apr. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)04-0606-05

基于观测器的不确定广义时滞系统鲁棒预测控制

刘晓华[1] , **杨园华**[2]
(1. 鲁东大学 数学与信息学院, 山东 烟台 264025; 2. 山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘 要: 针对一类不确定广义时滞系统,讨论了其基于观测器的鲁棒预测控制问题,给出了系统观测器型预测控制器的设计方法. 通过构造带有误差项的 Lyapunov 函数,应用线性矩阵不等式,将无穷时域二次性能指标"min-max"优化问题转化为凸优化问题,得到了鲁棒预测控制器存在的充分条件和显式表达式. 证明了优化问题在初始时刻的可行解能保证广义闭环系统渐近稳定且正则无脉冲. 仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 预测控制;广义时滞系统; 线性矩阵不等式; 状态观测器; 不确定性
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust model predictive control of singular systems with delayed-state and parameter uncertainty based on state observer

LIU Xiao-hua[1] , *YANG Yuan-hua*[2]
(1. School of Mathematics and Information, Ludong University, Yantai 264025, China; 2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: LIU Xiao-hua, E-mail: xhliu@ldu.edu.cn)

Abstract: The problem of observer-based robust predictive control for the singular systems with uncertainties and time-delay is presented. The design method of robust predictive observer-based controller is proposed. By constructing the Lyapunov function with the error terms, and with the method of LMIs, the infinite time domain "min-max" optimization problems are converted into convex programming problems. Then the sufficient conditions for the existence of this control are derived. The robust stability of the closed-loop singular systems is guaranteed by the initial feasible solutions of the optimization problems. The regular and the impulse-free of singular systems are also hold. A simulation example illustrates the effectiveness of this method.

Key words: Predictive control; Singular time-delay systems; Linear matrix inequality; State observer; Uncertainties

1 引 言

由于预测控制能在线处理控制量和状态量的约束问题,并通过滚动优化满足控制系统良好的跟踪性能,近年来其研究取得了诸多进展[1,2]. 但工业过程中的模型不确定性是不可避免的,而早期的预测控制设计没有考虑模型的不确定性问题. 鲁棒预测控制融合鲁棒控制对不确定性的处理方法和预测控制的滚动优化思想,能够有效地处理模型不确定性问题[3,4],从而弥补了早期预测控制律的设计过程中没有考虑模型不确定性的不足. 最近,关于不确定时滞系统的鲁棒预测控制研究取得了一定的进展[5,6]. 考虑到广义系统广泛存在于诸多实际领域,广义系统的鲁棒预测控制已引起人们的关注[7,8]. 然而,在实际控制过程中,由于不易直接量测或者由于量测设备在使用上和经济上的局限,难以获得实际状态,使得系统不能直接在物理上实现状态反馈,基于受控对象的输入量和输出量的状态观测器控制,已成为一种常用的控制方法[9,10]. 文献[11]研究了基于观测器的不确定广义时滞系统的保成本控制问题,给出了系统保成本控制器的设计方法. 然而对于基于观测器的不确定广义时滞系统鲁棒预测控制的文章还较为少见.

本文针对一类含有参数不确定性且具有状态滞后的广义系统,研究其基于观测器的鲁棒预测控制问题. 在线求解"min-max"优化问题,得到观测器型预测控制律,以线性矩阵不等式形式给出控制律存

收稿日期: 2007-12-20; **修回日期**: 2008-06-25.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60774016).
作者简介: 刘晓华(1959—),男,山东烟台人,教授,博士,从事预测控制、自适应控制理论等研究; 杨园华(1982—),女,山东烟台人,博士生,从事控制理论的研究.

在的充分条件. 在此基础上,分析了广义闭环系统的可行性和渐近稳定性. 最后给出的仿真实例表明了此方法的有效性.

2　问题描述

考虑如下的一类不确定广义时滞系统:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= (A+\Delta A(t))x(t)+(A_d+\\ &\quad \Delta A_d(t))x(t-d)+(B+\Delta B(t))u(t),\\ y(t) &= Cx(t),\\ x(t) &= \phi(t),\ t\in[-d,0]. \end{aligned} \tag{1}$$

其中:$x(t)\in R^n$, $u(t)\in R^m$ 分别表示系统的状态向量和控制输入;$y(t)\in R^p$ 为量测输出;常数 $d>0$ 表示时滞;$\phi(t)\in C[-d,0]$ 为已知相容的初始函数;A, A_d, B, C 为已知的适维实常数矩阵;E 为奇异矩阵,满足 $\mathrm{rank}(E)=r<n$;不确定参数矩阵 $\Delta A(t)$, $\Delta B(t)$, $\Delta A_d(t)$ 是允许的,满足

$$\begin{aligned} &[\Delta A(t)\quad \Delta A_d(t)\quad \Delta B(t)] = \\ &MF(t)[N_1\quad N_d\quad N_2], \end{aligned} \tag{2}$$

$F(t)\in R^{i\times j}$ 为未知的实有界函数且满足 $F(t)F(t)\leq I$;M, N_1, N_d, N_2 为已知的适当维数的常数矩阵.

对于范数有界不确定广义时滞系统(1),采用与文献[7]相类似的性能指标形式

$$\min_{u(kT+l,kT),\,l\geq 0} J_k. \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned} J_k := \max_{F(kT+l,kT),\,l\geq 0}\int_0^{\infty}&(x(kT+l,kT)^{\mathrm T}Qx(kT+\\ &l,kT)+u(kT+l,kT)^{\mathrm T}Ru(kT+l,kT))\,\mathrm dl, \end{aligned}$$

$Q>0$, $R>0$ 为给定的加权正定对称矩阵.

本文的目的是针对系统(1),设计观测器型预测控制器

$$\begin{cases} E\dot{\bar x}(t) = A\bar x(t)+A_d\bar x(t-d)+\\ \qquad Bu(t)+L[y(t)-C\bar x(t)],\\ u(kT+l,kT) = K\bar x(kT+l,kT),\\ l\geq 0,\ \bar x(t)=0,\ t\in[-d,0]. \end{cases} \tag{4}$$

通过在每一采样时刻 kT,求解最优化问题(3) 得到鲁棒预测控制律,使得系统(1) 在满足可行性条件时渐近稳定. 其中:$\bar x(t)$ 是状态估计向量,L 为观测器增益,K 为反馈控制器增益矩阵. 当状态 $x(t)$ 不可测时,假设初始状态估计值 $\bar x(0)=x(0)$;在每一采样时刻 kT,用估计值 $\bar x(kT)=\bar x(kT,kT)$ 代替文献[7]中的形式,则 $\bar x(kT+l,kT)$ 表示在 kT 时刻基于模型(4) 的 $kT+l$ 时刻的状态预测值;$u(kT+l,kT)$ 是无穷时域的控制序列. 引入误差向量 $e(t)=x(t)-\bar x(t)$,则误差动态方程及闭环系统分别为

$$\begin{aligned} E\dot e(t) &= (\Delta A+\Delta BK)x(t)+(A-LC-\\ &\quad \Delta BK)e(t)+A_de(t-d)+\\ &\quad \Delta A_dx(t-d), \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} E\dot x(t) &= (A+BK+\Delta A+\Delta BK)x(t)+(A_d+\\ &\quad \Delta A_d)x(t-d)-(BK+\Delta BK)e(t). \end{aligned} \tag{6}$$

引理 1[12]　对于任意适当维数的矩阵 X, Y,有 $X^{\mathrm T}Y+Y^{\mathrm T}X\leq \alpha X^{\mathrm T}X+\alpha^{-1}Y^{\mathrm T}Y,\ \forall\alpha>0.$

引理 2[13]　广义时滞系统 $E\dot x(t)=Ax(t)+A_dx(t-d)$ 是正则、无脉冲且稳定的,当且仅当存在对称正定矩阵 S 和可逆矩阵 $P\in R^{n\times n}$ 形如 $P=\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ 0 & P_{22}\end{bmatrix}$,其中 $P_{11}\in R^{r\times r}$,使得以下不等式成立:

$$E^{\mathrm T}P^{\mathrm T}=PE\geq 0,$$
$$A^{\mathrm T}P^{\mathrm T}+PA+S+PA_dS^{-1}A_d^{\mathrm T}P^{\mathrm T}<0.$$

3　基于观测器的鲁棒预测控制

首先构造一个二次函数

$$\begin{aligned} &V(x(t),e(t)) = \\ &x(t)^{\mathrm T}E^{\mathrm T}Px(t)+\int_{t-d}^{t}x(\tau)^{\mathrm T}S_2x(\tau)\,\mathrm d\tau+\\ &e^{\mathrm T}(t)E^{\mathrm T}Pe(t)+\int_{t-d}^{t}e^{\mathrm T}(\tau)S_1e(\tau)\,\mathrm d\tau, \end{aligned} \tag{7}$$

其中 P 满足

$$E^{\mathrm T}P=P^{\mathrm T}E\geq 0. \tag{8}$$

假设在每一采样时刻 kT, V 满足以下不等式:

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm d}{\mathrm dl}V(x(kT+l,kT),e(kT+l,kT))\leq\\ &-(x(kT+l,kT)^{\mathrm T}Qx(kT+l,kT)+\\ &u(kT+l,kT)^{\mathrm T}Ru(kT+l,kT)). \end{aligned} \tag{9}$$

为确保性能指标(3) 为有限值,假设 $x(\infty,kT)=0$,那么 $V(x(\infty,kT))=0$. 将式(9) 从 $l=0$ 到 T 积分,得到

$$\begin{aligned} &-\int_0^T x^{\mathrm T}(kT+l,kT)(Q+K^{\mathrm T}RK)x(kT+l,kT)\,\mathrm dl\geq\\ &x^{\mathrm T}(kT+T)P^{\mathrm T}Ex(kT+T)-x^{\mathrm T}(kT)P^{\mathrm T}Ex(kT)+\\ &e^{\mathrm T}(kT+T)P^{\mathrm T}Ee(kT+T)-e^{\mathrm T}(kT)P^{\mathrm T}Ee(kT)+\\ &\int_{T-d}^{T}x^{\mathrm T}(\sigma)S_2x(\sigma)\,\mathrm d\sigma-\int_{-d}^{0}x^{\mathrm T}(\sigma)S_2x(\sigma)\,\mathrm d\sigma+\\ &\int_{T-d}^{T}e^{\mathrm T}(\sigma)S_1e(\sigma)\,\mathrm d\sigma-\int_{-d}^{0}e^{\mathrm T}(\sigma)S_1e(\sigma)\,\mathrm d\sigma. \end{aligned}$$

当 $T\to\infty$时,有

$$e(t)\to 0,\ x^{\mathrm T}(kT+T)P^{\mathrm T}Ex(kT+T)\to 0,$$
$$\int_{T-d}^{T}x^{\mathrm T}(\sigma)S_2x(\sigma)\,\mathrm d\sigma\to 0.$$

因此得到

$$J_k\leq x^{\mathrm T}(kT)P^{\mathrm T}Ex(kT)+\int_{-d}^{0}\phi^{\mathrm T}(\sigma)S_2\phi(\sigma)\,\mathrm d\sigma. \tag{10}$$

于是, 最小化性能指标 J_k 转化为对 $x^{\mathrm T}(kT)P^{\mathrm T}Ex(kT)+\int_{-d}^{0}\phi^{\mathrm T}(\sigma)S_2\phi(\sigma)\,\mathrm d\sigma$求最小.

定理 1　对于具有不确定性广义时滞系统(1)

和性能指标(3),在采样时刻 kT,如果以下 LMI 优化问题:

$$\min_{Z,W,U_1,U_2,Y,X} \bar{J} = \alpha + \mathrm{Trace}(Z), \tag{11}$$

$$\text{s.t.}\ \begin{bmatrix} -Z & N^{\mathrm{T}} \\ N & -U_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha & x^{\mathrm{T}}(kT) \\ x(kT) & -X_{11} \end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_2 & H_1 & \Sigma \\ * & -I & 0 \\ * & * & \Theta \end{bmatrix} < 0. \tag{14}$$

其中

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} (AX+BY)^{\mathrm{T}}+(AX+BY)+3MM^{\mathrm{T}} & -BY & A_dU_2 & 0 & Y^{\mathrm{T}} \\ * & (A-LC)^{\mathrm{T}}P+P^{\mathrm{T}}(A-LC)+3MM^{\mathrm{T}} & 0 & A_dU_1 & 0 \\ * & * & -U_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -U_1 & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix},$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{2}(N_1X+N_2Y)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}(N_2Y)^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2}U_2N_d^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Sigma^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} -U_2-Q^{-1} & 0 \\ 0 & -U_1 \end{bmatrix}$$

有解,则系统的观测器型预测控制器(4)的增益矩阵 $K = YX^{-1}$,且使性能指标的上界(10)最小化. 其中 $\int_{-d}^{0}\phi(\sigma)\phi^{\mathrm{T}}(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = NN^{\mathrm{T}}$, * 代表相应的对称块矩阵.

证明 令

$$U_2 = S_2^{-1},\ P = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix},$$

$$0 < X_{11} = X_{11}^{\mathrm{T}} \in R^{r\times r}.$$

可以得到 $E^{\mathrm{T}}P = X_{11}$. 由 $\int_{-d}^{0}\phi^{\mathrm{T}}(\sigma)S_2\phi(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = NN^{\mathrm{T}}$, 可以得到

$$\int_{-d}^{0}\phi^{\mathrm{T}}(\sigma)S_2\phi(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = \int_{-d}^{0}\mathrm{Trace}(\phi^{\mathrm{T}}(\sigma)U_2^{-1})\phi(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma = \mathrm{Trace}(NN^{\mathrm{T}}U_2^{-1}) = \mathrm{Trace}(N^{\mathrm{T}}U_2^{-1}N).$$

根据 Schur 补定理,可以得到:式(12)等价于 $N^{\mathrm{T}}U_2^{-1}N < Z$,式(13)等价于 $x^{\mathrm{T}}(kT)X_{11}^{\mathrm{T}}x(kT) < \alpha$. 因此,可以通过最小化 $\alpha + \mathrm{Trace}(Z)$ 来保证式(10)给出的性能指标上界的最小化.

对式(7)求导并由方程(5)和(6)可以得到

$$\begin{aligned}
&\dot{V}(x(t),e(t)) = \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}[E\dot{x}(t)] + [E\dot{x}(t)]^{\mathrm{T}}Px(t) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)S_2x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-d)S_2x(t-d) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}[E\dot{e}(t)] + [E\dot{e}(t)]^{\mathrm{T}}Pe(t) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)S_1e(t) - e^{\mathrm{T}}(t-d)S_1e(t-d) = \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}(A+BK)x(t) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}A_dx(t-d) - \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}BKe(t) + x^{\mathrm{T}}(t)(A+BK)^{\mathrm{T}}Px(t) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t-d)A_d^{\mathrm{T}}Px(t) - e^{\mathrm{T}}(t)(BK)^{\mathrm{T}}Px(t) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)S_2x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-d)S_2x(t-d) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}(A-LC)e(t) + e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}A_de(t-d) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)(A-LC)^{\mathrm{T}}Pe(t) + e^{\mathrm{T}}(t-d)A_d^{\mathrm{T}}Pe(t) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)S_1e(t) - e^{\mathrm{T}}(t-d)S_1e(t-d) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)[P^{\mathrm{T}}(\Delta A+\Delta BK) + (\Delta A + \\
&\Delta BK)^{\mathrm{T}}P]x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\Delta A_dx(t-d) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t-d)\Delta A_d^{\mathrm{T}}Px(t) - x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\Delta BKe(t) - \\
&e^{\mathrm{T}}(t)(\Delta BK)^{\mathrm{T}}Px(t) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}(\Delta A+\Delta BK)x(t) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\Delta A_dx(t-d) - e^{\mathrm{T}}(t)[P^{\mathrm{T}}\Delta BK + \\
&(\Delta BK)^{\mathrm{T}}P]e(t) + x^{\mathrm{T}}(t-d)\Delta A_d^{\mathrm{T}}Pe(t) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)(\Delta A+\Delta BK)^{\mathrm{T}}Pe(t).
\end{aligned} \tag{15}$$

引理 1 中取 $\alpha = I$,由 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I$,可以得到

$$\begin{aligned}
&x^{\mathrm{T}}(t)[P^{\mathrm{T}}(\Delta A+\Delta BK) + \\
&(\Delta A+\Delta BK)^{\mathrm{T}}P]x(t) \leqslant \\
&x^{\mathrm{T}}(t)[(N_1+N_2K)^{\mathrm{T}}(N_1 + \\
&N_2K) + P^{\mathrm{T}}MM^{\mathrm{T}}P]x(t), \\
&e^{\mathrm{T}}(t)[-P^{\mathrm{T}}\Delta BK - (\Delta BK)^{\mathrm{T}}P]e(t) \leqslant \\
&e^{\mathrm{T}}(t)[(N_2K)^{\mathrm{T}}N_2K + P^{\mathrm{T}}MM^{\mathrm{T}}P]e(t), \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\Delta A_dx(t-d) + x^{\mathrm{T}}(t-d)\Delta A_d^{\mathrm{T}}Px(t) \leqslant \\
&x^{\mathrm{T}}(t-d)N_d^{\mathrm{T}}N_dx(t-d) + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}MM^{\mathrm{T}}Px(t), \\
&-x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\Delta BKe(t) - e^{\mathrm{T}}(t)(\Delta BK)^{\mathrm{T}}Px(t) \leqslant \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}MM^{\mathrm{T}}Px(t) + e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}N_2^{\mathrm{T}}N_2Ke(t), \\
&x^{\mathrm{T}}(t)(\Delta A+\Delta BK)^{\mathrm{T}}Pe(t) + \\
&e^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}(\Delta A+\Delta BK)x(t) \leqslant \\
&x^{\mathrm{T}}(t)[(N_1+N_2K)^{\mathrm{T}}(N_1+N_2K)x(t) +
\end{aligned}$$

$$e^{T}(t)P^{T}MM^{T}Pe(t),$$

$$x^{T}(t-d)\Delta A_d^{T}Pe(t)+e^{T}(t)P^{T}\Delta A_d x(t-d)\le$$
$$e^{T}(t)P^{T}MM^{T}Pe(t)+$$
$$x^{T}(t-d)N_d^{T}N_d x(t-d).\tag{16}$$

由于在每一采样时刻 kT,Lyapunov 函数满足不等式(9),根据式(15)和(16),并在所有的 $l\ge 0$, $F(kT+l,kT)\in\Psi$时,能够得到

$$\begin{bmatrix} L_{11} & -P^{T}BK & P^{T}A_d & 0 & K^{T}\\ * & L_{22} & 0 & P^{T}A_d & 0\\ * & * & 2N_d^{T}N_d-S_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -S_1 & 0\\ * & * & * & * & -R^{-1}\end{bmatrix}<0,\tag{17}$$

$$L_{11}=P^{T}(A+BK)+(A+BK)^{T}P+2(N_1+N_2K)^{T}(N_1+N_2K)+3P^{T}MM^{T}P+S_2+Q,$$

$$L_{22}=(A-LC)^{T}P+P^{T}(A-LC)+S_1+2(N_2K)^{T}N_2K+3P^{T}MM^{T}P.$$

由 Schur 补定理,可知矩阵不等式(17)等价于如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}\Pi & H\\ H^{T} & -I\end{bmatrix}<0.\tag{18}$$

其中

$$\Pi=\begin{bmatrix} L_3 & -P^{T}BK & P^{T}A_d & 0 & K^{T}\\ * & L_4 & 0 & P^{T}A_d & 0\\ * & * & -S_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -S_1 & 0\\ * & * & * & * & -R^{-1}\end{bmatrix},$$

$$H=\begin{bmatrix}\sqrt{2}(N_1+N_2K)^{T} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{2}(N_2K)^{T} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sqrt{2}N_d^{T} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$L_3=P^{T}(A+BK)+(A+BK)^{T}P+3P^{T}MM^{T}P+S_2+Q,$$

$$L_4=(A-LC)^{T}P+P^{T}(A-LC)+S_1+3P^{T}MM^{T}P.$$

令 $X=P^{-1}$, $Y=KX$, $W=LCX$, $S_1^{-1}=U_1$, $S_2^{-1}=U_2$,在不等式(18)左右同时乘对角矩阵 diag(X,X,U_2,U_1,I,I,I,I,I)及其转置矩阵,有矩阵不等式

$$\begin{bmatrix}\Pi_1 & H_1\\ H_1^{T} & -I\end{bmatrix}<0.\tag{19}$$

其中:H_1 如定理 1 定义,即

$$\Pi_1=\begin{bmatrix} L_5 & -BY & A_dU_2 & 0 & Y^{T}\\ * & L_6 & 0 & A_dU_1 & 0\\ * & * & -U_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -U_1 & 0\\ * & * & * & * & -R^{-1}\end{bmatrix},$$

$$L_5=(AX+BY)^{T}+(AX+BY)+3MM^{T}+X^{T}U_2^{-1}X+X^{T}QX,$$

$$L_6=(A-LC)^{T}P+P^{T}(A-LC)+X^{T}U_1^{-1}X+3MM^{T}.$$

根据 Schur 补定理,上述不等式(19)等价于线性矩阵不等式(14).

因此,优化问题(11)是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题,可以应用 LMI 工具箱中的求解器 mincx 求解. 此时,可以得到观测器型控制器参数为

$$K=YX^{-1},\ L=WX^{1}C^{-1}.\qquad\square$$

4　鲁棒稳定性分析

引理 3[7]　优化问题(11)在 kT 的任意可行解,在 $NT(N>k)$仍是可行的.

引理 3 的证明类似于文献[7]中所采用的方法,在此省略.

根据定理 1 提出的观测器型预测控制器设计方法,可确定出 kT 时刻的控制律 K,当 k 从 0～∞变化时,得到分段连续的状态反馈矩阵序列$\{K_k\}_{k=0}^{\infty}$. 由引理 3,采样时刻的可行解保证了优化问题(11)的解始终可行,将控制序列$\{K_k\}_{k=0}^{\infty}$代入方程(1),得到分段连续闭环系统表达式为

$$Ex(t)=(A+\Delta A+BK_k+\Delta BK_k)x(t)+(A_d+\Delta A_d(t))x(t-d)-(BK_k+\Delta BK_k)e(t),$$
$$t\in[kT,(k+1)T],k\ge 0.\tag{20}$$

定理 2　若优化问题(11)在初始时刻存在可行解,则在定理 1 给出的分段连续的控制律作用下,闭环系统(20)是稳定的且正则、无脉冲.

证明　由式(7)可知,闭环系统的分段连续 Lyapunov 函数为

$$V(x(t),e(t))=x(t)^{T}E^{T}P_kx(t)+\int_{t-d}^{t}x(\tau)^{T}S_2x(\tau)\,d\tau+e^{T}(t)E^{T}P_ke(t)+\int_{t-d}^{t}e^{T}(\tau)S_1e(\tau)\,d\tau,$$
$$t\in[kT,(k+1)T],k\ge 0.\tag{21}$$

由不等式(9),得

$$\frac{d}{dt}V(x(t),t)\le-(x(t)^{T}Qx(t)+u(t)^{T}Ru(t))<-x(t)^{T}(Q+K^{T}RK)x(t).$$

由于矩阵 Q 和 R 为正定矩阵，可以得到 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(x(t),t) < 0$. 将式(20) 代入并由 Schur 补定理得

$$\begin{bmatrix} P_{k2}[A+BK_k+\Delta A+\Delta BK_k]+[A+BK_k+\Delta A+\Delta BK_k]^{\mathrm{T}}P_{k2}^{\mathrm{T}}+S_2 & P_{k2}[A_d+\Delta A_d] \\ [A_d+\Delta A_d]^{\mathrm{T}}P_{k2}^{\mathrm{T}} & -S_2 \end{bmatrix} < 0,$$

从而得到

$$P_k[A+BK_k+\Delta A+\Delta BK_k]+[A+BK_k+\Delta A+\Delta BK_k]^{\mathrm{T}}P_k^{\mathrm{T}}+S_2+P_k[A_d+\Delta A_d]S_2^{-1}[A_d+\Delta A_d]^{\mathrm{T}}P_k^{\mathrm{T}} < 0.$$

故由引理 2 可知，闭环系统渐近稳定且正则，无脉冲. □

5 仿真实例

考虑不确定广义时滞系统(1)，具有如下的参数形式:

$$E=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}-1&-7.5\\-10&8\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0.3\\0.3\end{bmatrix},$$

$$A_d=\begin{bmatrix}1&0\\1&0.5\end{bmatrix},\ C=[-2.4\ \ -1],$$

$$M=\begin{bmatrix}0.5&0\\1&1\end{bmatrix},\ N_1=\begin{bmatrix}1&2\\-1&1\end{bmatrix},\ N_2=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix},$$

$$N_d=[1\ \ -1],\ F(t)=\sin(3t),\ d=1.$$

令 $R=Q=I$，初始状态 $x(0)=[1.2\ 2.5]^{\mathrm{T}}$，采样周期 $T=0.5$ s. 依据定理 1 提出的鲁棒预测控制方法设计观测器型控制器，利用 Matlab 中 LMI 工具箱的 mincx 命令求解优化问题(11). 具体的仿真结果如图所示. 图 1 为控制作用曲线，图 2 为闭环系统的状态轨迹. 仿真结果表明，基于 LMI 方法设计的观测器型鲁棒预测控制器，可以有效地抑制状态不可测的广义时滞系统的参数不确定性问题，使得闭环系统渐近稳定.

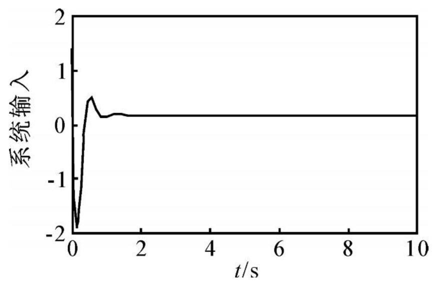

图 1 控制输入曲线

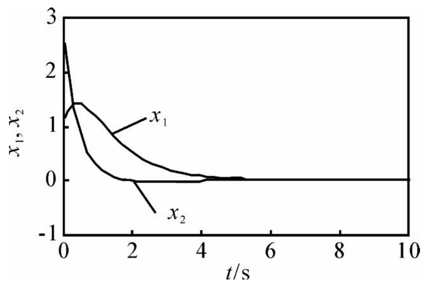

图 2 闭环系统的状态轨迹

6 结 论

本文采用线性矩阵不等式方法，提出了具有范数有界不确定性广义时滞系统的观测器型鲁棒预测控制器的设计方法，得到的控制器与时滞无关. 利用 Lyapunov 稳定性定理，证明了广义闭环系统是渐近稳定的且正则无脉冲. 仿真实例验证了此方法的有效性和可行性. 另外，LMI 是一种实时求解方法，本文将预测控制中的滚动优化转化为 LMI 问题求解，具有计算速度快、收敛性好、鲁棒性强等优点.

参考文献(References)

[1] Cannon M, Kouvaritakis B. Infinite horizon predictive control of constrained continuous-time linear systems [J]. Automatica, 2000, 36(7): 943-955.

[2] Morari M, Lee J H. Model predictive control past present and future [J]. Computers and Chemical Engineering, 1999, 23(45): 667-682.

[3] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 1996, 32(10): 1361-1379.

[4] Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(8): 1545-1549.

[5] Liu Z, Zhang J, Pei R. Robust model predictive control of time-delay systems[C]. SICE Annual Conf. 2003: 470-473.

[6] Jeong S C, Park P G. Constrained MPC algorithm for uncertain time-varying systems with state-delay [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 257-263.

[7] Zhang L Q, Huang B. Robust model predictive control of singular systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 1000-1006.

[8] Andrey Y, Rolf F, Christian E, et al. Model predictive control of linear continuous time singular systems subject to input constraints[C]. IEEE Conf on Decision and Control. 2004: 2047-2051.

[9] Chen J D. Robust output observer-based control of neutral uncertain systems with discrete and distributed time delays: LMI optimization approach [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2007, 34: 1254-1264.

[10] Yu L, Xu J M, Han Q L. Optimal guaranteed cost control of singular systems with delayed state and parameter uncertainties[C]. Proc of the 2004 American Control Conf. 2004: 4811-4816.

(下转第 616 页)

的稳定性判据是在函数 $V(x)$ 已知的前提下得到的. 对于如何构造 $V(x)$,使得给定集合包含在 $V(x)$ 零值水平集内没有展开讨论,如何判断任意给定集合的稳定性是下一步工作的目标.

参考文献(References)

[1] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems, 1999, 19(5): 59-70.

[2] Hespanha J P. Uniform stability of switched linear systems: Extensions of LaSalle's invariance principle [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 470-482.

[3] Hespanha J P, Liberzon D, Angeli D, et al. Nonlinear norm-notions and stability of switched systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 154-168.

[4] Bemporad A, Ferrari-Trecate G, Morari M. Observability and controllability of piecewise affine and hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 1864-1876.

[5] Sun Z, Ge S S, Lee T H. Controllability and reachability criteria for switched linear systems [J]. Automatica, 2002, 38(5): 775-786.

[6] Bemporad A, Morari M. Control of systems integrating logic, dynamics and constraints[J]. Automatica, 1999, 35(3): 407-427.

[7] Sun Z, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195.

[8] Rouche N, Habets P, Laloy M. Stability theory by Lyapunov's direct method[M]. New York: Springer-Verlag, 1977.

[9] Bacciotti A, Mazzi L. An invariance principle for nonlinear switched systems[J]. Systems and Control Letters, 2005, 45(11): 1109-1119.

[10] Mancilla-Aguilar J L, Garcia R A. An extension of LaSalle's invariance principle for switched systems[J]. Systems and Control Letters, 2006, 55(5): 376-384.

[11] Cheng D Z, Wang J H, Hu X M. Stabilization of switched linear systems via LaSalle's invariance principle [C]. IEEE Int Conf on Control and Automation. Guangzhou, 2007.

[12] Byrnes C I,, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 36(11): 1228-1240.

[13] Shiriaev A S. The notion of V-detectability and stabilization of invariant sets of nonlinear systems[J], Systems and Control Letters, 2000, 39(5): 327-338.

[14] Zhao J, Hill D J. Passivity and stability of switched systems: A multiple storage function method [J]. Systems and Control Letters, 2008, 57(2): 158-164.

[15] 林相泽,李世华. 一类切换系统极限环的反馈镇定研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(9): 1073-1076.
(Lin X Z, Li S H. Feedback stabilization of limit cycles of a class of switched systems[J]. Control and Decision, 2007, 22(9): 1073-1076.)

[16] 廖晓昕. 稳定性的理论、方法和应用[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
(Liao X X. Theory methods and applications of stability[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.)

[17] Sontag E D, Yuan Wang. Output-to-state stability and detectability of nonlinear systems[J]. Systems and Control Letters, 1997, 29(5): 279-290.

[18] Krichman M, Sontag E D, Yuan Wang. Input-output-to-sate stability [J]. SIAM J Control Optimation, 2001, 39(6): 1874-1928.

[19] Byrnes C I, Martin C F. An integral-invariance principle for nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(6): 983-994.

(上接第 610 页)

[11] 杨帆,张庆灵. 基于观测器的不确定广义时滞系统保成本控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(10): 1177-1180.
(Yang F, Zhang Q L. Guaranteed cost observer-based control of singular time-delay systems with uncertainties[J]. Control and Decision, 2005, 20(10): 1177-1180.)

[12] Petersen I R, Hollot Christopher V. A Riccati equation to the stabilization of uncertain linear systems [J]. Automatica, 1986, 22(4): 397-411.

[13] Xu S Y, Dooren P V, Stefan R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.