

文章编号: 100120920(2009)042062804

具有脉冲效应的切换随机系统的几乎必然稳定性

杨莹^{1,2}, 李俊民¹, 陈国培¹

(1. 西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071; 2. 浙江财经学院 数学与统计学院, 杭州 310018)

摘要: 针对一类在切换时刻具有脉冲行为的 Markov 切换非线性随机系统, 首先, 应用切换的 Lyapunov 函数方法研究系统的稳定性, 给出系统几乎必然稳定的充分条件, 该条件不依赖于系统的矩稳定性; 然后, 进一步对线性系统的稳定化问题进行分析与设计, 对随机子系统的控制结构同时出现在方程的位移部分与扩散部分, 给出相应的状态反馈增益矩阵的求解方法; 最后, 数值算例说明了所设计方法的有效性。

关键词: 脉冲系统; Markov 切换; 几乎必然稳定; 稳定化

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Almost sure stability of switched stochastic systems with impulsive effects

YANG Ying^{1,2}, LI Junmin¹, CHEN Guopei¹

(1. Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Zhejiang University of Finance and Economy, Hangzhou 310018, China. Correspondent; YANG Ying, E-mail: yy1502@sina.com)

Abstract: For nonlinear Markovian switching stochastic systems which exist impulses at the switching instants, the stability of the systems is investigated by using switched Lyapunov techniques. Sufficient conditions for almost sure stability are presented, which do not rely on the moment stability of the system. The stabilization synthesis problems of linear systems are designed and analyzed. Moreover, the control structure appears not only in the shift part but also in the diffusion part of the underlying stochastic subsystem and the results are easily checkable. Finally, a numerical example illustrates the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Impulsive systems; Markovian switching; Almost sure stability; Stabilization

1 引言

Markov 切换随机系统是随机混杂系统中特殊的一类, 它由若干个具有 Wiener 过程扰动的子系统与一个由 Markov 过程决定的切换律所组成. 近年来, Markov 切换系统在实际生活中的应用趋于广泛, 特别是在生物与通信科学中显得尤为突出^[1,2], 因此受到越来越多学者的关注, 而对其稳定性分析, 也已成为控制领域的一个热门课题. 文献[3,4]研究了线性切换方程 $\dot{x} = A(r(t))x(t)$ 的稳定性、可控性与可观性, 其中 $r(t)$ 是取值为 1, 2, ..., N 的 Markov 链. [5] 运用 Lyapunov 函数法系统地研究了非线性 Markov 切换随机系统解的存在唯一性和系统的指数稳定性, 并导入 M 矩阵方法, 得到稳定性判别的充分条件. 在对系统的控制方面, [6] 研究

了跳转参数为半 Markov 过程的系统随机稳定性及鲁棒控制问题, [7] 得到了线性切换扩散过程均方稳定的充要条件, [8,9] 运用了动态规划的方法来解决一般的非线性切换扩散过程的最优控制问题.

另外, 在物理、生物、工程与信息科学中, 由于许多实际的系统不可避免地存在着大量的脉冲动态行为, 即在动态过程中系统的状态在某些时刻发生突然的变化, 这种变化在系统中通常用状态跳跃来表示, 很多单纯的切换系统理论根本不适用或者在应用中产生很大偏差. 对考虑脉冲效应的确定性系统的研究已有了一些成果^[10,13], 但对于随机系统结合脉冲现象方面的研究仍属少见.

经典的随机稳定性理论由于其可检验程度的不同, 与 Markov 切换系统也有不同的结合, 其中研究

收稿日期: 2008203213; 修回日期: 2008206225.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60374015).

作者简介: 杨莹(1979), 女, 杭州人, 博士生, 从事随机系统、混合系统等研究; 李俊民(1965), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士生导师, 从事混合系统、非线性动态优化控制等研究.

较多的主要为均方稳定、P 阶稳定与几乎必然稳定。P 阶稳定要求状态的 P 阶矩收敛至零, 均方稳定是 P 阶稳定的一类特殊情况 (P = 2), 而几乎必然稳定要求状态的样本路径以概率 1 收敛至零。从实际应用的角度来看, 几乎必然稳定性无疑是最重要的, 因为它保证了几乎所有样本路径的收敛性, 更接近确定性的稳定性。文献[5] 研究了切换扩散过程的几乎必然指数稳定性, 但得到的判定条件依赖于系统的 P 阶稳定性。而从文献[14] 可知, 系统的 P 阶稳定并不是几乎必然稳定的充分条件, 因此, 对系统的几乎必然稳定性而言, 独立的、不依赖于 P 阶稳定的判别条件显得相当重要。

本文对于 Markov 切换非线性随机系统, 获得了判别其几乎必然稳定且独立于 P 阶稳定的充分条件。同时, 系统在切换时刻状态发生重置, 将文献[5] 的模型进一步推广, 并对线性系统的几乎必然稳定化问题进行了分析与设计。既对随机子系统的位移部分进行控制, 也对扩散部分加以控制, 使得在 P 阶矩意义下不稳定的系统几乎必然稳定。最后的数值算例说明了所提出设计方法的有效性。

2 问题描述与预备知识

设 $(\mathcal{S}, \mathcal{F}, \{F_t\}_{t \geq 0}, P)$ 是一个带 \mathbb{R} 流 $\{F_t\}_{t \geq 0}$ 的完全概率空间, $|\cdot|$ 是向量的欧几里得范数。若 A 为矩阵, 则 $|A| = \sqrt{\text{trace}(A^T A)}$; 若 A 为对称阵, $K_{\max}(A)$ 与 $K_{\min}(A)$ 分别表示其最大与最小特征值。则 $\{r(t), t \geq 0\}$ 为定义在 $(\mathcal{S}, \mathcal{F}, \{F_t\}_{t \geq 0}, P)$ 上取值于有限状态空间 $S = \{1, 2, \dots, N\}$ 的连续时间 Markov 过程, 其转移概率为

$$P\{r(t+\Delta) = j \mid r(t) = i\} = \begin{cases} G_j \Delta + o(\Delta), & i \neq j; \\ 1 + G_i \Delta + o(\Delta), & i = j. \end{cases}$$

其中: $\Delta > 0, \lim_{\Delta \rightarrow 0} o(\Delta)/\Delta = 0, G_i$ 表示从状态 i 转移到状态 j 的转移速率, 且对任意的 i 和 $j (i \neq j)$ 满足 $G_i \geq 0, G_i = -\sum_{j \neq i} G_j$ 。

考虑 Ito 型非线性 Markov 切换系统的子系统方程为

$$dx(t) = f(x(t), t, r(t)) dt + g(x(t), t, r(t)) dw(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量; $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S \rightarrow \mathbb{R}^n, g: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}, r(t) \in S, w(t) \in \mathbb{R}^m$ 是定义在 $(\mathcal{S}, \mathcal{F}, \{F_t\}_{t \geq 0}, P)$ 上的 m 维标准 Wiener 过程; $dx(t)$ 是 $x(t)$ 的随机微分。给定任意初始时间 t_0 与初始状态 x_0 , 切换序列 $R = ((t_0, i_0), (t_1, i_1), \dots, (t_k, i_k), \dots)$ ($t_0 \leq t_1 \leq \dots, [t_k, t_{k+1})$ 内, 子系统 i_k 被激活。在时

刻 t_k , 当系统从子系统 i_{k-1} 切换到子系统 i_k 时, 存在状态的脉冲跳变, 方程如下:

$$x(t_k) = I_{i_{k-1}, i_k}(x(t_k^-), t_k). \quad (2)$$

其中: $I_{i,j}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n, x(t_k) = \lim_{t \rightarrow t_k^-} x(t)$ 。每一个函数 $I_{i,j}$ 描述了从子系统 i 到子系统 $j (i, j \in S, i \neq j)$ 的跳变过程。另外, 在区间 (t_0, t) 上, 系统切换的次数用 $N(t_0, t)$ 表示。为了便于研究, 本文对所讨论的系统(1) 和(2) 作如下假设:

假设 1 $w(t)$ 与 $r(t)$ 互相独立, 保证系统在每一个有界时间区间内切换有限次。

假设 2 系统(1) 和(2) 有唯一解。

假设 3 系统切换的频率(单位时间内切换的次数) 存在上界 H 。

3 主要结论

3.1 几乎必然稳定性

定义 1^[19] 称具有脉冲效应的系统(1) 和(2) 是几乎必然稳定的, 如果对 $P, x_0 \in \mathbb{R}^n, i_0 \in S$, 有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log |x(t; x_0, i_0)| < 0 \quad \text{a. s.}$$

令 $C^{2,1}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S; \mathbb{R}_+)$ 表示所有定义在 $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S$ 上关于 x 连续二阶可微关于 t 一阶可微的所有非负函数 $V(x, t, i)$, 对每一个 $V(x, t, i) \in C^{2,1}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S; \mathbb{R}_+)$, 定义如下算子:

$$LV(x, t, i) = V_t(x, t, i) + V_x(x, t, i) f(x, t, i) + \frac{1}{2} \text{trace}(g^T(x, t, i) V_{xx}(x, t, i) g(x, t, i)) + \sum_{j=1}^N G_j V(x, t, j). \quad (3)$$

其中

$$V_t(x, t, i) = \frac{\partial V(x, t, i)}{\partial t},$$

$$V_x(x, t, i) = \left(\frac{\partial V(x, t, i)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial V(x, t, i)}{\partial x_n} \right),$$

$$V_{xx}(x, t, i) = \left(\frac{\partial^2 V(x, t, i)}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{n \times n}.$$

为叙述方便, 当 x_0 与 i_0 固定时, 记 $x(t; x_0, i_0)$ 为 $x(t)$, 在给出主要结果之前, 需要以下引理:

引理 1^[15] 对于 $V \in C^{2,1}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S; \mathbb{R}_+)$ 和任意停止时间 $0 \leq t_1 \leq t_2 < +\infty$, 有

$$V(x(t_2), t_2, r(t_2)) =$$

$$V(x(t_1), t_1, r(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} LV(x(s), s, r(s)) ds +$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^N V_x(x(s), s, r(s)) g(x(s), s, r(s)) dw(s).$$

下面给出主要的定理:

定理 1 假设存在 $V \in C^{2,1}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \times S; \mathbb{R}_+)$ 满足 $\{x: V(x, t, i) = 0, P, t \geq 0, i \in S\}$ 为仅含有零

的集合或为空集以及正常数 A, B, L , 使得:

- 1) $L \log V(x, t, i) \leq -A$
- 2) $V(I_{i_{k-1}, i_k}(x(t_k), t_k), t_k, i_k) \leq LV(x(t_k), t_k, i_{k-1}),$
- 3) $|V_x(x, t, i)g(x, t, i)| \leq BV(x, t, i),$
- 4) $A > H \log L,$

则系统(1)和(2)的解是几乎必然稳定的.

证明 由引理1与条件1), 有

$$\begin{aligned} & \log V(x(t_k), t_k, i_{k-1}) \leq \\ & \log V(x(t_{k-1}), t_{k-1}, i_{k-1}) - A(t_k - t_{k-1}) + \\ & \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{V_x(x(s), s, r(s))}{V(x, s, r(s))} g(x(s), s, r(s)) dw(s), \end{aligned}$$

再利用条件2), 有

$$\begin{aligned} & \log V(x(t_k), t_k, i_k) = \\ & \log V(I_{i_{k-1}, i_k}(x(t_k), t_k), t_k, i_k) \leq \\ & \log L + \log V(x(t_k), t_k, i_{k-1}), \end{aligned}$$

结合以上两个不等式及 t_k 的任意性, 得到

$$\begin{aligned} & \log V(x(t), t, r(t)) \leq \\ & N(t_0, t) \log L + \log V(x_0, t_0, i_0) - \\ & A(t - t_0) + M(t). \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} M(t) = & \\ & \int_{t_0}^t \frac{V_x(x(s), s, r(s))}{V(x, s, r(s))} g(x(s), s, r(s)) dw(s), \end{aligned}$$

$N(t_0, t)$ 为在区间 (t_0, t) 上系统切换的次数. 另外, 由条件(3), 有

$$\begin{aligned} 3M(t), M(t) \leq & \\ & \int_{t_0}^t \frac{V_x(x(s), s, r(s))}{V(x, s, r(s))} |g(x(s), s, r(s))|^2 ds \leq \\ & B(t - t_0). \end{aligned} \quad (5)$$

根据局部鞅的强大数定律^[16], 得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{M(t)}{t} = 0. \quad (6)$$

将式(6)结合(4), 并考虑到假设3, 有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\log V(x(t), t, r(t))}{t} \leq -(A - H \log u).$$

由条件(4)不难得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log |x(t)| < 0. \quad \text{a. s.} \quad t$$

3.2 线性系统的几乎必然稳定化

在经典的控制理论中, 状态反馈控制是重要的方法之一, 目前随机混杂系统的稳定化方法主要以设计状态反馈控制器使其矩稳定为主^[17,219], 且主要对位移部分进行控制. 而只加在位移部分的控制并不能使系统几乎必然稳定, 本文将从系统的几乎必

然稳定性入手, 设计子系统的控制器同时对位移部分与扩散部分进行控制.

考虑以下线性脉冲随机微分方程:

$$\begin{cases} dx(t) = [A_i x(t) + B_i u(t)] dt + \\ \quad [C_i x(t) + D_i u(t)] dw(t), \quad t \in X_{t_k}; \\ x(t) = E_{i,j} x(t^-), \quad t = t_k; \\ x(t_0) = x_0. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $A_i, B_i, C_i, D_i, E_{i,j}$ ($i, j \in I \subseteq S$) 为适当维数的定常矩阵; 取切换状态反馈控制器为

$$u(t) = K_i x(t), \quad t \in X_{t_k}, \quad (8)$$

K_i 为状态反馈增益矩阵.

定理2 对系统(7), 若 $v > 0, L > 0$, 且 $A > H \log L$, 正定阵 X_i ($i \in I \subseteq S$) 和适当维数的矩阵 Y_i ($i \in I \subseteq S$) 满足

$$\begin{bmatrix} -v + A X_i & X_i C_i^T + Y_i^T D_i^T \\ C_i X_i + D_i Y_i & -X_i \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$E_{i,j}^T X_j^{-1} E_{i,j} - L X_i^{-1} \leq 0. \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} -v_i &= (A_i X_i + B_i Y_i)^T + (A_i X_i + B_i Y_i) + \\ & q_i X_i - 2(C_i X_i + D_i Y_i)^T X_i^{-1} H, \\ q_i &= \sum_{l=1}^N C_l \log K_{\max}(X_i^{-1}) - |C_l| \log K_{\min}(X_i^{-1}), \\ H &= \frac{K_{\min}[X_i^{-1}(C_i X_i + D_i Y_i)]}{K_{\max} X_i^{-1}}. \end{aligned}$$

则存在切换反馈控制器(8)确保闭环系统几乎必然稳定, 且切换状态反馈控制增益为 $K_i = Y_i X_i^{-1}$.

证明 系统(7)加入控制器(8), 有

$$\begin{cases} dx(t) = (A_i + B_i K_i) x(t) dt + \\ \quad (C_i + D_i K_i) x(t) dw(t), \quad t \in X_{t_k}; \\ x(t) = E_{i,j} x(t^-), \quad t = t_k; \\ x(t_0) = x_0. \end{cases}$$

构造 $V(x, i) = x^T P_i x$, 根据式(3)及定理1的条件1) 计算可得

$$\begin{aligned} & (A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) + \\ & (C_i + D_i K_i)^T P_i (C_i + D_i K_i) + q_i P_i + A P_i - \\ & 2(C_i + D_i K_i)^T P_i \frac{x^T P_i (C_i + D_i K_i) x}{x^T P_i x} < 0. \end{aligned} \quad (11)$$

令 $P_i = X_i^{-1} > 0$, 且注意到 $Y_i = K_i X_i$, 将式(11)左右各乘以 X_i , 有

$$\begin{aligned} & (A_i X_i + B_i Y_i)^T + (A_i X_i + B_i Y_i) + \\ & (C_i X_i + D_i Y_i)^T X_i^{-1} (C_i X_i + D_i Y_i) + \\ & \hat{q}_i X_i + A X_i - 2(C_i X_i + D_i Y_i)^T X_i^{-1} H < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由 Schur 补引理^[20], 式(12)与(9)等价. 又根据定理1的条件2), 式(10)成立. 另外定理1的条件3)

也不难选取 B 使其满足, 故由定理 1 可知结论成立.

4 数值例子

考虑一个二维二模态的线性系统

$$\begin{cases} dx(t) = (A_i x + B_i u) dt + \\ \quad (C_i x + D_i u) dw(t), t \in T_k; \\ x(t) = E_{i,j} x(t^-), t = t_k; \\ \quad i, j \in I = \{1, 2\}. \end{cases} \quad (13)$$

其中 $X(t)$ 为一维标准 Wiener 过程. Markov 生成算子

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \\ D_2 &= \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_{1,2} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}, \\ E_{2,1} &= \begin{bmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 1.2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

若对随机子系统的控制只加在位移部分, 子系统的方程变为

$$dx(t) = (A_i x + B_i u) dt + (C_i x + D_i u) dw(t). \quad (14)$$

当给定 $B_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 和 $B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 时会发现, 由于 $x_2(t) \in \mathbb{R}^1, a.s$ 无法设计 K_i 使得式 (14) 几乎必然稳定. 而对于系统 (13), 对 $P \times x_2(0) \in \mathbb{R}^2$ 及任意 K_i 有 $E[x_2(t)]^P \in \mathbb{R}^2, t \in \mathbb{R}^+$, 故系统 P 阶不稳定, 但可通过矩阵不等式 (9) 和 (10) 求出

$$\begin{aligned} A &= 0.4, L = 10, \\ X_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}, \\ Y_1 &= \begin{bmatrix} -2.0834 & 0 \\ 0 & -3.2093 \end{bmatrix}, \\ Y_2 &= \begin{bmatrix} -2.6430 & 0 \\ 0 & -2.7280 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

从而由定理 2 可求出

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} -2.0834 & 0 \\ 0 & -6.4186 \end{bmatrix}, \\ K_2 &= \begin{bmatrix} -13.2150 & 0 \\ 0 & -10.9120 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

使系统 (13) 几乎必然稳定. 闭环系统的状态曲线见图 1.

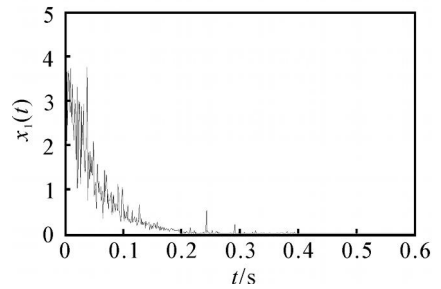


图 1 加控制后系统的状态相应曲线

5 结 论

本文针对切换时刻具有脉冲行为、切换律由 Markov 过程决定的切换非线性随机系统, 给出了不依赖于 P 阶稳定的、独立的判别系统几乎必然稳定的充分条件. 进一步, 在线性系统的稳定化问题中, 将控制同时加在随机子系统的位移部分和扩散部分, 使得原本 P 阶不稳定的系统几乎必然稳定. 本文的研究工作可进一步推广到时滞、不确定等更为一般的系统.

参考文献 (References)

- [1] Sai2Urra L, Gonz le2Diaz H, Uriarte E. Proteins Markovian 3D QSAR with spherically2truncated average electrostatic potentials [J]. Bioorganic and Medicinal Chemistry, 2005, 13(11): 364123647.
- [2] <verby H. Traffic modelling of asynchronous bufferless optical packet switched networks [J]. Computer Communications, 2007, 30(6): 122921243.
- [3] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stability and continuous2time Markovian jump linear quadratic control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(7): 7772788.
- [4] Mariton M. Jump linear systems in automatic control [M]. New York: Marcel Dekker, 1990.
- [5] Mao X. Stability of stochastic differential equations with Markovian switching [J]. Stochastic Process and Application, 1999, 79(1): 4267.
- [6] Hu L, Shi P, Huang B. Stochastic stability and robust control for sampled2data systems with Markovian jump parameters [J]. J of Mathematical Analysis and Applications, 2006, 313(2): 5042517.
- [7] Dragan V, Morozan T. Stability and robust stabilization to linear stochastic systems described by differential equations with Markovian jumping and multiplicative white noise [J]. Stochastic Analysis and Applications, 2002, 20(1): 33292.
- [8] Ghosh M K, Arapostathis A, Marcus S I. Optimal control of switching diffusions with applications to flexible manufacturing systems [J]. SIAM J Control Optimization, 1993, 31(5): 118321204.

合而成. 这种串联混合机构不但体现了过程的机理, 而且很好地解决了模型中未知函数关系的确定问题, 大大提高了模型的实用性. 该方法同样适用于其他有色金属湿法冶炼的萃取除杂过程, 并为萃取过程自动控制的实施奠定了基础. 另外, 本文还提出了一种离线模型校正策略, 使该模型能够更加精确地描述萃取过程.

参考文献(References)

- [1] 杨辉, 谭明皓, 柴天佑. 基于神经网络的多元稀土萃取组分含量的软测量[J]. 中国稀土学报, 2003, 21(4): 425-430.
(Yang H, Tan M H, Chai T Y. Neural networks based component content soft sensor in countercurrent rare earth extraction [J]. J of the Chinese Rare Earth Society, 2003, 21(4): 425-430.)
- [2] Wichterlova J, Rod J. Dynamic behaviour of the mixed settler cascade: Extractive separation of rare earths[J]. Chemical Engineering Science, 1999, 54(18): 4042-4051.
- [3] Komulainen T, Pekkala P, Rantala A, et al. Dynamic modelling of an industrial copper solvent extraction process[J]. Hydrometallurgy, 2006, 81(1): 52-61.
- [4] Giles A E, Aldrich C, Deventer J S J. Modelling of rare earth solvent extraction with artificial neural nets[J]. Hydrometallurgy, 1996, 43(1): 24-255.
- [5] Walczak B, Massart D L. The radial basis function partial least squares approach as a flexible nonlinear regression technique [J]. Analytical Chimica Acta, 1996, 331(3): 17-185.
- [6] Gao Q, Yan W W, Shao H H. Regularized RBF network based inferential sensor and its application in product quality prediction [J]. Acta Simulata Systematica Sinica, 2005, 17(7): 160-1612.
- [7] Chen S, Cowan F N, Grant P M. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks[J]. IEEE Trans Neural Networks, 1991, 2(2): 302-309.
- [8] Wold S, Sjostrom M, Eriksson L. PLS regression: A basic tool of chemometrics [J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory System, 2001, 58(2): 109-119.
- [9] Ghosh M K, Arapostathis A, Marcus S I. Ergodic control of switching diffusions [J]. SIAM J Control Optimizat ion, 1997, 35(6): 1952-1988.
- [10] Ye H, Michel A N, Hou L. Stability analysis of systems with impulse effects [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(12): 1719-1723.
- [11] Xie G, Wang L. Necessary and sufficient conditions for controllability and observability of switched impulsive control systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 960-966.
- [12] Gao L J, Wu Y Q. Exponential stability of impulsive jump linear systems with Markov process [J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(2): 304-310.
- [13] Wu H J, Sun J T. Moment stability of stochastic differential equations with impulsive jump and Markovian switching [J]. Automatica, 2006, 42(10): 1753-1759.
- [14] Kozin F. A survey of stability of stochastic systems [J]. Automatica, 1969, 5(1): 95-112.
- [15] Skorohod A V. Asymptotic methods in the theory of stochastic differential equations [M]. Providence RI: American Mathematical Society, 2004.
- [16] Lipster R S, Shiryaev A N. Theory of martingales [M]. Chichester: Horwood, 1989.
- [17] Mao X, Yin G G, Yuan C. Stabilization and destabilization of hybrid systems of stochastic differential equations [J]. Automatica, 2007, 43(2): 264-273.
- [18] Boukas E K, Liu Z K. Robust control of discrete-time Markovian jump linear system with mode-dependent time-delays [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(12): 1918-1924.
- [19] Wang Z, Qian H, Burnham K J. On stabilization of bilinear uncertain time-delay stochastic systems with Markovian jumping parameters [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(4): 640-646.
- [20] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in systems and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

(上接第 631 页)