

文章编号: 1001-0920(2009)04-0520-06

基于最小二乘支持向量机的非线性广义预测控制

郭振凯^{1,2}, 宋召青³, 毛剑琴¹

(1. 北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083; 2. 鲁东大学 数学与信息学院, 山东 烟台 264025; 3. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 通过中值定理将一类非线性系统近似为时变线性系统, 然后将提出的在线最小二乘支持向量机回归 (OLS-SVMR) 与广义预测控制相结合, 提出了一种基于 OLS-SVMR 的自适应直接广义预测控制. 利用 OLS-SVMR 直接设计预测控制器, 并基于广义误差估计对控制器参数和广义误差估计中的未知向量进行自适应调整. 理论证明了该方法可使广义误差估计值收敛到原点的一个小邻域内. 仿真算例也验证了该方法的有效性.

关键词: 非线性离散系统; 在线最小二乘支持向量机回归; 广义预测控制; 广义误差; 稳定性分析
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Nonlinear generalized predictive control based on least square support vector machine

GUO Zhenkai^{1,2}, SONG Zhaqing³, MAO Jianqin¹

(1. The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautic and Astronautics, Beijing 100083, China; 2. School of Mathematics and Information, Ludong University, Yantai 264025, China; 3. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China. Correspondent: GUO Zhenkai, E-mail: zhkguo@126.com)

Abstract: A class of nonlinear system is replaced by a time varying linear system based on the mean value theorem. Then by combining the presented online least square support vector machine regression (OLS-SVMR) with the generalized predictive control (GPC), an adaptive direct generalized predictive control method based on the OLS-SVMR is presented. The OLS-SVMR is used to design the controller directly. The controller parameters and unknown vectors in the estimation of generalized error are adjusted adaptively. It is proved that the presented method can make the estimation of generalized error converge to a small neighborhood of the origin. The simulation results show the effectiveness of the presented method.

Key words: Nonlinear discrete system; OLS-SVMR; Generalized predictive control; Generalized error; Stability analysis

1 引言

广义预测控制 (GPC) 是随着自适应控制的研究而发展起来的一种新型计算机控制方法. 自从 Clarke 等人^[1]于 1987 年提出 GPC 以来, 线性系统的 GPC 已有广泛的研究^[2,3], 并成功应用于工业过程控制. 而对于非线性系统, 采用较多的是在工作点附近通过局部线性化方法进行建模, 并利用线性预测方法进行控制^[4,5], 但对那些具有严重非线性且

运行于很宽工作范围的复杂工业过程往往得不到满意的控制效果.

近年来, 神经网络、模糊推理等方法已广泛地用于非线性预测控制中^[5-7]. 文献^[7]利用模糊逻辑直接逼近预测控制器增量, 避免了通常在 GPC 算法中的矩阵求逆, 减小了在线计算量. 近年来成为研究热点的支持向量机 (SVM) 方法与神经网络和模糊模型相比, 其训练算法中不存在局部极小和维数灾难

收稿日期: 2008-02-28; 修回日期: 2008-06-05.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (60534020); 国家 973 计划项目 (2002CB312205); 北京市重点学科基金项目 (XK100060526); 高等学校博士学科点专项科研项目 (20070006060); 中国博士后科学基金项目 (20070410359).

作者简介: 郭振凯 (1976—), 男, 山东烟台人, 博士生, 从事支持向量机建模与控制、预测控制等研究; 毛剑琴 (1940—), 女, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、智能控制理论等研究.

问题,具有自动设计模型复杂度和泛化能力强等优点^[8],可以很好地用来建立控制对象的黑箱模型,并用来进行预测控制^[9-11]。

受文献[7]的启发,本文对一类非线性离散系统提出了一种直接自适应 GPC 方法.该方法直接利用在线最小二乘支持向量机回归(OLS-SVMR)设计预测控制器,并基于广义误差估计值对控制器参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调整,避免了实时控制算法中的矩阵求逆,减小了在线计算量。

2 OLS-SVMR

最小二乘支持向量机^[12]在非线性逼近方面具有优势,但不适合在线实时训练.因此,本文提出一种 OLS-SVMR 来直接逼近控制器。

2.1 LS-SVMR

假设学习样本集为 $\{(x_i, y_i) \mid x_i \in R^n, y_i \in R, i = 1, 2, \dots, l\}$, 回归函数的形式为

$$y(x) = w^T(x) + b. \tag{1}$$

其中: $x(x)$ 是特征映射, w 和 b 是待求回归参数。

在 LS-SVMR 估计中,根据结构风险最小化原则得到下述约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min Q(w, e) &= \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l e_i^2, \\ \text{s.t. } y_i &= w^T(x_i) + b + e_i, \\ & i = 1, 2, \dots, l. \end{aligned} \tag{2}$$

其中: λ 为正则化参数, e_i 为误差项. 最小值问题(2)的 Lagrange 函数为

$$\begin{aligned} L(w, b, e, a) &= \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l e_i^2 - \sum_{i=1}^l a_i (w^T(x_i) + b + e_i - y_i), \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $a = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_l]^T$. 由式(2)的平衡条件可知

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^l a_i x_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial b} = -\sum_{i=1}^l a_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e_i} = e_i - a_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial a_i} = w^T(x_i) + b + e_i - y_i = 0. \end{cases} \tag{4}$$

由式(4)可知, $w = \sum_{i=1}^l a_i x_i, e_i = a_i/2$, 消去 w 和 e_i 之后,可得线性方程组

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & + \mathbf{X}^T \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}. \tag{5}$$

其中: $y = [y_1 \ \dots \ y_l]^T, \mathbf{1} = [1 \ \dots \ 1]^T \in R^l, I$ 为单位阵, $K_{ij} = K(x_i, x_j)$ 为核函数. 求解式(5)可得到 OLS-SVMR 估计函数

$$y(x) = \sum_{i=1}^l a_i K(x_i, x) + b. \tag{6}$$

2.2 OLS-SVMR

假设学习样本集为 $\{(x_i, y_i) \mid x_i \in R^n, y_i \in R, i = 1, 2, \dots, l\}$, 矩形窗宽度为 m , 则 k 时刻的学习样本集可以表示为 $\{x(k), y(k)\}$. 其中: $x(k) = [x_{k-m+1}, \dots, x_k]^T, y(k) = [y_{k-m+1}, \dots, y_k]^T, x_k \in R^n, y_k \in R$. 核函数矩阵 K , 待求的 Lagrange 乘子 a 和常值偏差 b 可以表示为

$$K_{ij} = K(x_{k-m+i}, x_{k-m+j}), \tag{7}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, m; \tag{8}$$

$$y(k) = [y_{k-m+1} \ y_{k-m+2} \ \dots \ y_k]^T; \tag{9}$$

$$b(k) = b_k. \tag{10}$$

令 $Q_k = K^{-1} + I/m$, 则有

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & Q_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b(k) \\ a(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_k \end{bmatrix}. \tag{11}$$

令

$$k = \begin{bmatrix} b(k) \\ a(k) \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$k = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & Q_k \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 0 \\ y_k \end{bmatrix}, \tag{14}$$

则求解式(10)可得 k 时刻 OLS-SVMR 的输出为

$$y_k = \sum_{i=k-m+1}^k a_i K(x, x_i) + b(k). \tag{15}$$

2.3 改变偏移项 b 的形式

在线学习需要迭代计算,在式(14)中存在常数项 b ,不适合迭代优化计算,因此需要去掉. 令 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_l]^T, w = [w_1, w_2, \dots, w_l, b]^T$, 是一个常系数,即在支持向量机中增加一维,相应的权矢量也增加一维^[13]. 则式(2)变为

$$\begin{aligned} \min Q(w, e) &= \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l e_i^2, \\ \text{s.t. } y_i &= w^T(x_i) + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, l. \end{aligned} \tag{16}$$

这样,最小化 $\|w\|^2$ 的问题转化为最小化 $\|w\|^2 = \|w\|^2 + b^2/2$. 相应地,式(14)变为

$$y_k = \sum_{i=k-m+1}^k a_i K(x, x_i), \tag{17}$$

其中 $K(x_i, x) = K(x_i, x) + b^2/2$.

3 预测模型及控制律推导

考虑如下的非线性离散系统:

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)). \quad (17)$$

其中: $u(k)$ 和 $y(k)$ 分别表示系统输入和输出; m 和 n 分别表示输入和输出的阶次; $f(\cdot)$ 是未知的非线性函数, 且满足下列条件:

$$1) f(0, 0, \dots, 0) = 0;$$

2) $f(\cdot)$ 关于 $y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)$ 连续可导, 且各偏导数有界. 不妨设 $|\partial f(\cdot)/\partial y(k-i)| \leq k_{\max}, |\partial f(\cdot)/\partial u(k-i)| \leq k_{\max}$.

引理 1^[14] 满足条件 1) 和 2) 的非线性系统 (17) 可近似表示为如下时变线性系统:

$$y(k) = a_1(k)y(k-1) + \dots + a_n(k)y(k-n) + b_1(k)u(k-1) + \dots + b_m(k)u(k-m). \quad (18)$$

其中: $|a_i(k)| \leq k_{\max}, |b_j(k)| \leq k_{\max}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$.

根据引理 1 可知, 非线性被控对象也可用如下时变线性模型描述:

$$A(k, z^{-1})y(k) = B(k, z^{-1})u(k-1). \quad (19)$$

其中

$$A(k, z^{-1}) = 1 - a_1(k)z^{-1} - \dots - a_n(k)z^{-n}, \\ B(k, z^{-1}) = b_1(k) + b_2(k)z^{-1} + \dots + b_m(k)z^{-m+1}, \\ = 1 - z^{-1} \text{ 表示差分算子. 性能指标取为}^{[1]}$$

$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^N (y(k+j) - y_r(k+j))^2 + \sum_{j=1}^{N_u} (u(k+j-1))^2 \right\}. \quad (20)$$

其中: $y_r(k+j)$ 是参考序列, $u(k+j) = 0 (j = N_u, N)$ 是最大预测时域, N_u 是控制时域, 是加权因子.

根据文献[15]引入 Diophantine 方程, 可得最优预测输出的向量形式为

$$Y = GU + Fy(k) + H u(k-1). \quad (21)$$

针对系统 (19) 设计广义预测控制律增量为

$$u(k) = P_1^T [Y_r - Fy(k) - H u(k-1)] = P(z^{-1})y_r(k+N) - (z^{-1})y(k) - (z^{-1})u(k-1) = u^T(k)Z_u(k), \quad (22)$$

$$u(k) = u(k-1) + u(k). \quad (23)$$

其中

$$(z^{-1}) = - \sum_{j=1}^N p_j F_j (z^{-1}) = 0 + 1z^{-1} + \dots + n z^{-n},$$

$$(z^{-1}) = - \sum_{j=1}^N p_j H_j (z^{-1}) =$$

$$0 + 1z^{-1} + \dots + m-1 z^{-m+1},$$

$$Y = [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+N)]^T,$$

$$U = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+N_u-1)]^T,$$

$$F = [F_1, F_2, \dots, F_N]^T, H = [H_1, H_2, \dots, H_N]^T,$$

$$Y_r = [y_r(k+1), y_r(k+2), \dots, y_r(k+N)]^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & & & & \\ g_1 & g_0 & & & \\ \dots & \dots & \ddots & & \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & \dots & g_0 & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-N_u} & \end{bmatrix},$$

$$u(k) = [0(k), \dots, n(k), p_1(k), \dots, p_N(k), 0(k), \dots, m-1(k)]^T,$$

$$Z_u(k) = [y(k), \dots, y(k-n), y_r(k+1), \dots,$$

$$y_r(k+N), u(k-1), \dots, u(k-m)]^T.$$

P_1^T 是 $(G^T G + I)^{-1} G^T$ 的第一行, 控制律 (23) 即为原系统 (17) 的控制律.

引理 2^[7] 定义广义误差

$$e_g(k+N) = P_1^T(k)(Y - Y_r) + Q_1^T(k)U, \quad (24)$$

其中 Q_1^T 是 $(G^T G + I)^{-1}$ 的第一行. 当且仅当 $u(k)$ 由式 (22) 定义时, $e_g(k+N) = 0$.

4 自适应控制器设计及稳定性分析

本文直接用与参数成线性关系的最小二乘支持向量机系统 $\hat{y} = \mathcal{F}(Z_u | u) = \sum_u^T K_u(Z_u(k))$ 来逼近控制器式 (22), 得到如下的基于 OLS-SVMR 的广义预测控制器:

$$u(k) = \mathcal{F}(Z_u | u) = \sum_u^T K_u(Z_u(k)), \quad (25)$$

$$u(k) = u(k-1) + u(k). \quad (26)$$

由文献[15]可知, 利用 k 时刻已知的输出误差来修正期望输出能取得更好的控制效果. 因此本文设计控制器时, 利用 k 时刻已知的输出误差来修正期望输出, 然后代替 $Z_u(k)$ 中的期望输出 $y_r(k+i)$, 即

$$\tilde{y}_r(k+i) = y_r(k+i) - W_i(y(k) - y_r(k)), \quad (27)$$

其中 W_i 为修正系数.

由引理 2 可知, 使 $e_g(k+N) = 0$ 成立的控制律就是控制律 (22). 因此, 基于 $e_g(k)$ 对式 (25) 的参数 $u(k)$ 进行自适应调节, 若能够保证序列 $\{e_g(k)\}$ 的收敛性, 即可证明 OLS-SVMR 预测控制器收敛到预测控制器式 (22), 从而达到控制目的. 而对于参数未知系统, $e_g(k)$ 无法直接算出. 所以, 首先应获得 $e_g(k)$ 的估值 $\hat{e}_g(k)$, 然后再通过 $\hat{e}_g(k)$ 辨识出 $u(k)$,

从而得到控制律 $u(k)$. 根据式(24) 定义 $e_g(k)$ 为

$$e_g(k) = P_1^T(k-N) \begin{bmatrix} y(k-N+1) - y_r(k-N+1) \\ \dots \\ y(k) - y_r(k) \end{bmatrix} + Q_1^T(k-N) \begin{bmatrix} u(k-N) \\ \dots \\ u(k-N+N_u-1) \end{bmatrix} = e^T(k-N) Z_e(k-N). \quad (28)$$

其中: P_1 和 Q_1 分别是 P_1 和 Q_1 的估值,

$$\begin{aligned} e^T(k) &= [P_1^T(k) \quad Q_1^T(k)], \\ e(k) &= y(k) - y_r(k), \\ Z_e(k-N) &= [e(k-N+1), \dots, e(k), \quad u(k-N), \dots, u(k-N+N_u+1)]^T. \end{aligned}$$

由于样本插值基函数与其他多项式基函数相比,具有更好的光滑逼近性,并且计算简单,本文采用三次样条基函数来逼近 $e(k)$ 中的时变系统. 3 次样条插值多项式基函数为

$$\begin{cases} F_{0,3}(t) = \frac{1}{6}(-t^3 + 3t^2 - 3t + 1), \\ F_{1,3}(t) = \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4), \\ F_{2,3}(t) = \frac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1), \\ F_{3,3}(t) = \frac{1}{6}t^3, \quad 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

则 $e(k)$ 中的时变参数可表示为

$$\begin{aligned} \hat{p}_i(k) &= \sum_{j=0}^3 a_{ij} F_{j,3}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ \hat{q}_i(k) &= \sum_{j=0}^3 b_{ij} F_{j,3}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N_u - 1. \end{aligned}$$

广义误差的估值可以写成

$$e_g(k) = e^T(k-N) Z_e(k-N). \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} e^T(k-N) &= [a_{1,0} \dots a_{1,3} \dots a_{N,0} \dots a_{N,3} \dots b_{0,0} \dots b_{0,3} \dots b_{N_u-1,0} \dots b_{N_u-1,3}], \\ Z_e(k-N) &= \begin{bmatrix} F(t) & & & \\ & \ddots & & \\ & & F(t) & \\ & & & F(t) \end{bmatrix} Z_e(k-N), \\ F(t) &= [F_{0,3}(t) \quad F_{1,3}(t) \quad F_{2,3}(t) \quad F_{3,3}(t)]^T. \end{aligned}$$

这样可以采用如下的自适应控制律来调节参数向量

$$e(k)^{[71]}: \quad e = \begin{cases} (k), & |(k)| \leq M_e; \\ P\{(k)\}, & |(k)| > M_e. \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$(k) = e(k-N) - \frac{\mu_2 Z_e(k-N) e_g(k)}{1 + Z_e^T(k-N) Z_e(k-N)},$$

μ_2 是自适应学习率, M_e 由设计者给定. 投影算子 $P\{*\}$ 定义为^[16]

$$P\{(k)\} = M_e \frac{(k)}{|(k)|}.$$

采用如下的自适应律来调节 OLS-SVMR 权值 $u(k)^{[71]}$:

$$u = \begin{cases} (k), & |(k)| \leq M_u; \\ P\{(k)\}, & |(k)| > M_u. \end{cases} \quad (31)$$

其中

$$(k) = u(k-N) - \frac{\mu_1 K(Z_u(k-N)) e_g(k)}{1 + K^T(Z_u(k-N)) K(Z_u(k-N))},$$

μ_1 是自适应学习率, M_u 由设计者给定. 投影算子 $P\{*\}$ 定义为^[16]

$$P\{(k)\} = M_u \frac{(k)}{|(k)|}.$$

自适应直接广义预测控制器设计步骤如下:

- Step1: 选择设计参数 $N, N_u, \mu_1, \mu_2, M_u, M_e, u(k-N), e(k-N)$ 和 OLS-SVMR 的参数;
- Step2: 根据 $u(k-1)$ 计算系统输出 $y(k)$, 更新 $Z_u(k-N)$ 和 $Z_e(k-N)$;
- Step3: 根据式(29) 计算 $e_g(k)$;
- Step4: 根据式(30) 和 (31) 分别计算 $e(k)$ 和 $u(k)$;
- Step5: 根据式(25) 和 (26) 分别计算控制增量 $u(k)$ 和控制律 $u(k)$;
- Step6: $k = k + 1$, 返回 Step2.

定理 1 被控对象(17) 的控制律增量 $u(k)$ 为式(25), 参数向量 $e(k)$ 和 $u(k)$ 的自适应调节律为式(30) 和 (31). 当 $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0$, 且 $\mu_1 + \mu_2 < 1$ 时, $e_g(k)$ 收敛到原点的一个小邻域内.

证明 记

$$U = \begin{bmatrix} f(Z_u(k) | u) \\ f(Z_u(k) | u) \\ \dots \\ f(Z_u(k) | u_{N_u-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^T(Z_u(k)) \\ K^T(Z_u(k)) \\ \dots \\ K_{N_u-1}^T(Z_u(k)) \end{bmatrix}. \quad (32)$$

将式(32) 代入(21), 再将(21) 代入(24) 可得

$$e_g(k+N) = P^T(GU + Fy(k) + H u(k-1) - Y_r) + Q_1^T U. \quad (33)$$

根据引理 2 可知

$$P_1^T G U + Q_1^T U = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] [(G^T G + I)^{-1} G^T G +$$

$$(G^T G + I)^{-1} J U = u(k). \quad (34)$$

将式(25)代入(34),再将(34)代入(33)可得

$$e_g(k+N) = u^T(k) K(Z_u(k)) - P_1^T(Y_r - Fy(k) - H u(k-1)). \quad (35)$$

定义

$$u^* = \arg \min_u \left\{ \sup_{Z_u(k)} \left[u^T(k) K(Z_u(k)) - P_1^T(Y_r - Fy(k) - H u(k-1)) \right] \right\},$$

其中 $u = \{ u(k) \mid u(k) \in M_u \}$. 记 $u = u - u^*$, 则最佳逼近误差为

$$(k) = u^{*T} K(Z_u(k)) - P_1^T(Y_r - Fy(k) - H u(k-1)).$$

由式(35)得

$$e_g(k+N) = u^T(k) K(Z_u(k)) + (k),$$

则 k 时刻广义误差也可以写成如下形式:

$$e_g(k) = u^T(k-N) K(Z_u(k-N)) + (k-N). \quad (36)$$

根据式(28),令

$$\begin{aligned} e_e(k) &= e^{*T} Z_e(k-N), \\ e(k) &= e(k) - e^*, \end{aligned} \quad (37)$$

由式(28),(36)和(37)可得

$$\begin{aligned} \varrho_g(k) &= u^T(k-N) Z_u(k-N) + \\ & e^T(k-N) Z_e(k-N) + \\ & (k-N). \end{aligned} \quad (38)$$

令

$$\begin{aligned} Z^T(k-N) &= [u^T(k-N) \quad e^T(k-N)], \\ Z^T(k-N) &= [K^T(Z_u(k-N)) \quad Z_e^T(k-N)]. \end{aligned}$$

取函数

$$V(k) = \frac{1}{\bar{\mu}_1} u^T(k) u(k) + \frac{1}{\bar{\mu}_2} e^T(k) e(k). \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_1 &= \frac{\mu_1}{I + K^T(Z_u(k-1)) K(Z_u(k-1))}, \\ \bar{\mu}_2 &= \frac{\mu_2}{I + Z_e^T(k-N) Z_e^T(k-N)}. \end{aligned}$$

以下分情况来讨论:

1) 如果式(30)和(31)第1行成立,则有

$$e(k) = e(k-N) - \bar{\mu}_2 Z_e^T(k-N) \varrho_g(k), \quad (40)$$

$$u(k) = u(k-N) - \bar{\mu}_1 K(Z_u(k-N)) \varrho_g(k). \quad (41)$$

令

$$\begin{aligned} z(k-N) &= \\ & \bar{\mu}_1 K^T(Z_u(k-N)) K(Z_u(k-N)) + \\ & \bar{\mu}_2 Z_e^T(k-N) Z_e(k-N), \end{aligned}$$

则由式(40)和(41)可得

$$V(k) - V(k-N) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\bar{\mu}_1} [-2\bar{\mu}_1 u^T(k-N) K(Z_u(k-N)) \varrho_g(k) + \\ & \bar{\mu}_1 K^T(Z_u(k-N)) K(Z_u(k-N)) \varrho_g^2(k)] + \\ & \frac{1}{\bar{\mu}_2} [-2\bar{\mu}_2 e^T(k-N) Z_e(k-N) \varrho_g(k) + \\ & \bar{\mu}_2 Z_e^T(k-N) Z_e(k-N) \varrho_g^2(k)] = \\ & -2^T(k-N) Z(k-N) \varrho_g(k) + \\ & z(k-N) \varrho_g^2(k). \end{aligned} \quad (42)$$

由式(38)可知

$$^T(k-N) Z(k-N) = \varrho_g(k) - (k-N). \quad (43)$$

将式(43)代入(42)得

$$\begin{aligned} V(k) - V(k-N) &= \\ & (-1 + z(k-N)) [\varrho_g(k) + \\ & \frac{(k-N)}{-1 + z(k-N)}]^2 - \varrho_g^2(k) + \frac{^2(k-N)}{1 - z(k-N)}. \end{aligned} \quad (44)$$

由于

$$\begin{aligned} \frac{|K(Z_u(k-N))|^2}{1 + |K(Z_u(k-N))|^2} &< 1, \\ \frac{|Z_e(k-N)|^2}{1 + |Z_e(k-N)|^2} &< 1, \\ z(k-N) &< \mu_1 + \mu_2 < 1, \end{aligned}$$

有 $(-1 + z(k-N)) < 0$, 由式(44)可得

$$V(k) - V(k-N) < -\varrho_g^2(k) + \frac{^2(k-N)}{1 - z(k-N)}. \quad (45)$$

2) 如果式(30)第1行和(31)第2行成立,由于 $|u^*| \in M_u$, 则根据式(31)中的投影算法得

$$|u(k) - u^*|^2 < |u(k-N) - \bar{\mu}_1 K(Z_u(k-N)) \varrho_g(k) - u^*|^2,$$

因此,有

$$\begin{aligned} u^T(k) u(k) &< \\ & u^T(k-N) u(k-N) - \\ & 2\bar{\mu}_1 u^T(k-N) K(Z_u(k-N)) \varrho_g(k) + \\ & \bar{\mu}_1^2 |K(Z_u(k-N))|^2 \varrho_g^2(k). \end{aligned} \quad (46)$$

又因为式(41)成立,所以有

$$\begin{aligned} V(k) - V(k-N) &< \\ & 2^T(k-N) Z(k-N) \varrho_g(k) + \\ & z(k-N) \varrho_g^2(k). \end{aligned} \quad (47)$$

按照1)的方法可知,式(45)成立.同理,当式(30)第2行和(31)第1行成立且(30)第2行和(31)第2行成立时,(47)也成立.

综上所述,对自适应控制律(30)和(31)都有式(45)成立.记 $\sup |z(k-N)| = \gamma$, 由于 $0 < z(k-$

$N) < 1, W = 1/(1 - z(k - N))$ 有解量, 则式(45) 为

$$V(k) - V(k - N) < - \varrho_g^2(k) + {}^2W. \quad (48)$$

利用文献[7] 可得

$$\lim_k [\varrho_g^2(k) - {}^2W] = 0.$$

因此, 当 k 时, $|\varrho_g(k)| \sqrt{W}$. 根据 LS-SVM 可以任意逼近非线性函数的能力, 当生成的支持向量数目足够多时, $(k - N)$ 就会充分小, 也很小. 所以, $\varrho_g(k)$ 收敛到原点的小邻域内.

5 仿真实例

取被控对象为

$$y(k) = \frac{0.5y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + 2y(k-2)^2} + y(k-3) + u(k-1) + 1.5u(k-2). \quad (49)$$

假设使系统 (49) 跟踪参考序列 $y_r(k) = \cos(kT/2.5)$, 被控对象的初始位置为 $[y(-2), y(-1)] = [0, 0], N = 2, N_u = 1, \mu_1 = 0.5, \mu_2 = 0.45$, 参数向量初值 $u(-1)$ 和 $u(0)$ 的每个分量均在区间 $[-0.5, 0.5]$ 内随机选取, $e(-1)$ 和 $e(0)$ 均取 $[1.8, 0, 0.2, 1.6, 0.3, 0.9, 0.8, 0.5, -0.4, 2.08, 0, 2]^T, M_u = 0.36, M_e = 0.18$, 修正系数 $W_1 = 3.8, W_2 = -1$, OLS-SVMR 的 RBF 核函数取为

$$K(x, x_i) = \exp\left(-\frac{x - x_i}{2}\right)^2, \quad \sigma = 0.25, \\ = 100000, \quad m = 2.$$

仿真结果如图 1 所示, 该方法能够取得较好的控制效果. 图2为模糊自适应 GPC 仿真结果. 由仿

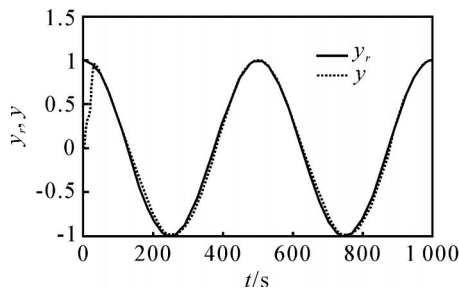


图 1 本文方法仿真结果

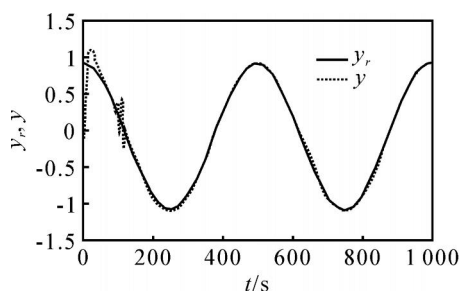


图 2 模糊自适应 GPC 的仿真结果

真结果可看出, 本文提出的方法优于模糊自适应 GPC 的控制效果.

6 结 论

本文针对一类参数未知的非线性离散系统, 提出了一种基于 OLS-SVMR 的直接广义预测控制方法. 该方法避免了 Diophantine 方程的求解和矩阵求逆, 减少了在线计算量, 且提出的方法稳定收敛.

参考文献(References)

[1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control[J]. Automatica, 1987, 23(2): 137-160.

[2] Clarke D W, Mosca E, Scattolini R. Robustness of an adaptive predictive controller [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(5): 1052-1056.

[3] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998. (Wang W. Generalized predictive control theory and application[M]. Beijing: Science Press, 1998.)

[4] Jie Zhang, Julian morris. Nonlinear model predictive control based on multiple local linear model[C]. Proc of the American Control Conf. Arlington, 2001: 3503-3508.

[5] Fischer M, Nelles O, Isermann R. Predictive control based on local linear fuzzy models[J]. Int J of Systems Science, 1998, 29(7): 679-697.

[6] Liu G P, Kadirkamanathan V, Billings S. Predictive control for nonlinear systems using neural networks[J]. Int J of Control, 1998, 71(6): 1119-1132.

[7] 师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 664-670. (Shi W X, Huo W, Wu H X. Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems[J]. ACTA Automatica Sinica, 2004, 30(5): 664-670.)

[8] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.

[9] 刘斌, 苏宏业, 褚健. 一种基于最小二乘支持向量机的预测控制算法[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 1399-1402. (Liu B, Su H Y, Chu J. Predictive control algorithm based on least squares support vector machines [J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 1399-1402.)

[10] Iplikci S. Support vector machines-based generalized predictive control [J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2006: 843-862.

(下转第 531 页)

$$B_c = \begin{bmatrix} -1.7328 \\ 0.8957 \end{bmatrix},$$

$$C_c = [0.0748 \quad -0.3327]^T.$$

状态反馈 H 指标约束的鲁棒容错器律为 $K = [-4.7202 \quad -0.4918]$.

分别采用上述控制器得到闭环系统在不同故障模式及不确定性情况下的极点分布和 H 指标如表 1 所示. 从表 1 中可以看出,对于不同的执行器故障和系统的不确定性,闭环系统的极点均位于复平面的左半平面,即闭环系统是渐近稳定的;同时闭环系统还满足预先给定的衰减指标.

5 结 论

本文研究了不确定系统鲁棒容错 H 输出反馈和状态反馈控制器设计问题. 基于有界实引理给出了两种控制器 H 指标约束鲁棒容错镇定的充分必要条件. 引入变量代换,将求解输出反馈指标约束的鲁棒容错控制器的可解条件化为标准的 LMI. 文中所设计的控制器不仅能使系统对不确定具有鲁棒性,而且当系统出现故障时,系统仍保持渐近稳定并满足给定的 H 干扰衰减指标. 仿真结果表明所求控制器是有效的.

参考文献(References)

- [1] Sun J S, Wang Z Q, Hu S S. Decentralized robust fault-tolerant control for a class uncertain large-scale interconnected systems[C]. Proc of the 5th Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou, 2004: 1510-1513.
- [2] Afef Fekih, Fahmida N Chowdhury. A robust fault tolerant control strategy for a class of nonlinear uncertain systems [C]. Proc of the 2006 American Control Conf Minneapolis. Minnesota, 2006: 5474-5480.
- [3] 孙金生,王执铨. 鲁棒容错 H 控制设计[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(1): 47-49.
(Sun J S, Wang Z Q. Design of robust fault-tolerant H control systems [J]. Control Theory and Applications. 2001, 18(1): 47-49.)
- [4] 蒋朝辉,桂卫华,谢永芳,等. 不确定关联大系统分散鲁棒输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 743-749.
(Jiang C H, Gui W H, Xie Y F, et al. Decentralized robust output feedback control for uncertain interconnected large-scale systems[J]. Control Theory and Applications, 2007, 24(5): 743-749.)
- [5] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable design for linear system[J]. Automatica, 2001, 37(5): 717-725.
- [6] Yao B, Wang F Z. LMI Approach to reliable control of linear systems [J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(2): 381-386.
- [7] 王忠福,姚波,张嗣瀛. 线性系统区域稳定的可靠控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(5): 835-839.
(Wang Z F, Yao B, Zhang S Y. Reliable control of regional stability for linear systems[J]. Control Theory and Applications. 2004, 21(5): 835-839.)
- [8] Iwasadi T, Skelton R E. All controllers for the general control problem: LMI existence condition and state space formulas[J]. Automatica, 1994, 30(8): 1307-1317.
- [9] Li Xi, Carlos E De Souza. Delay-dependent stability and stabilization of uncertain linear delay systems: A linear matrix inequalities approach[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1997, 42(8): 1144-1148.
- [10] Mita T. H Control[M]. Tokyo: Shokodo Co, 1995.
- [11] Li L J, S H, Chu J. Generalized predictive control with online least squares support vector machines[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(11): 1182-1188.
- [12] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [13] Vijayakumar S, Wu S. Sequential support vector classifiers and regression [C]. Proc Int Conf on Soft Computing. Genca, 1999: 610-619.
- [14] 郭健,陈庆伟,朱瑞军,等. 一类非线性系统的自适应预测控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 68-72.
(Guo J, Chen Q W, Zhu R J, et al. Adaptive predictive control of a class of nonlinear system [J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(1): 68-72.)
- [15] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
(Shu D Q. Predictive control system and application [M]. Beijing: China Machine Press, 1996.)
- [16] Goodwin G C, Sin K S. Adaptive filtering, predictive and control[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1984: 88-93.

(上接第 525 页)