文章编号: 1001-0920(2009)05-0701-05

灰色随机多准则决策的优劣势排序法

王坚强, 任世昶, 陈晓红
(中南大学 商学院, 长沙 410083)

摘 要: 针对准则值具有灰色性和随机性两种信息不确定的多准则决策问题,提出一种灰色随机多准则决策方法. 通过对灰数与白数比较的定义,将随机支配规则推广到对灰色随机变量型准则值的处理中,得出方案之间的随机支配关系;利用一般性准则对该随机支配关系进行转换,构建出优势矩阵和劣势矩阵,得出每一方案的优势流和劣势流,进而确定出方案的排序. 最后通过算例说明了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 灰色随机变量; 随机支配; 优劣势排序法
中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Superiority and inferiority ranking method for grey stochastic multi-criteria decision-making

WANG Jian-qiang, REN Shi-chang, CHEN Xiao-hong
(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

Abstract: For the multi-criteria decision-making problems in which the criteria value of alternatives is in the form of grey as well as stochastic, a grey stochastic multi-criteria decision-making approach is proposed by combining the stochastic dominance method and the superiority and inferiority ranking method together. In this method, as the comparison rule for grey number and white number is defined, the stochastic dominance method can be extended to handle the criteria value which is in the form of grey random variable, and the stochastic dominance relation between every pair of alternatives is gained. After taking generalized criterion into account, superiority matrix and inferiority matrix for the alternatives are constructed. The superiority flow and the inferiority flow of each alternative are obtained. Finally, the feasibility and effectiveness of this approach are illustrated by an example.

Key words: Grey random variable; Stochastic dominance; Superiority and inferiority ranking

1 引 言

目前,多准则决策理论与方法已经成为决策科学、系统工程、管理与运筹等领域十分活跃的一个研究方向. 随着社会、经济的快速发展,决策问题的复杂性、不确定性以及人们对快速变化的决策环境认识的模糊性正在不断增强,在实际决策问题中,通常表现为决策信息具有模糊性、随机性或灰色性[1]. 目前,对这 3 种形式的不确定信息的多准则问题已有很多研究,对于同时具有多种不确定性的多准则问题也有了一定研究,如文献[2-4]对准则值信息具有随机性和模糊性的多准则问题进行了研究;[5-7]对准则值信息具有灰色性和模糊性的多准则问题进行了讨论. 而对于准则值信息同时具有灰色性和随机性的多准则问题的研究则尚处于起步阶段. [8]对灰色理论和随机理论方法的互补问题进行了研究,指出许多随机性方法实际上含有灰色思想和灰色观念,而灰色问题同样可以从随机性角度去认识、研究和处理. [9]对准则值为随机变量且取值确定的情况进行了研究,通过建立方案的距优距劣综合加权距离为最小的目标函数,从而得到一类求解这一问题的数学模型,但仅对随机变量取值确定的情况进行了讨论. [10]对灰色随机变量的定义进行了阐述,并提出了该类变量的熵和信息量度量方法. [11]针对权重信息不完全的灰色风险型决策问题提出了双基

收稿日期: 2008-04-25; **修回日期**: 2008-07-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70771115); 国家自然科学基金重点项目(70631004); 湖南省科学计划项目(2008FJ3128); 湖南省哲学社会科学评审委员会项目(0608064A).
作者简介: 王坚强(1963 —),男,湖南湘潭人,教授,博士,从事决策理论与应用、风险管理与控制等研究; 任世昶(1984 —),男,江西吉安人,硕士,从事决策理论与应用、信息管理等研究.

点法,将正负理想解的思想应用到了灰色随机领域.[12]定义了灰色随机变量的期望值,并提出了基于期望值的灰色随机多准则决策方法.以上研究或是指出了灰色随机问题的存在,或是对该问题进行了初步的讨论,但都没有对灰色随机问题进行较深入研究.目前对灰色随机多准则决策问题的研究较少,而且该类问题能够客观地描述众多决策问题,为此本文提出一种方法,以满足实际决策的需要.

2　灰色随机变量及随机支配关系

2.1　灰色随机变量

仅知道大概范围而不知其确切值的数被称为灰数[13].在应用中,灰数实际上是指在某一个区间或某个数集内取值的不确定数,通常用记号"$\otimes$"表示.既有下界 a^L 又有上界 a^U 的灰数称为区间灰数,记为 $\otimes_1 \in [a^L, a^U]$.当 $a^L = a^U$ 时,称 $\otimes$ 为白数[13].

定义 1　当随机变量可能取到的值(自然状态)为有限个数,且各个值是以不同的区间灰数 $\otimes$ 形式出现,而所对应的概率能够被确知,则称这样的随机变量为离散型灰色随机变量,以下简称为灰色随机变量,用 $\zeta(\otimes)$ [10] 表示.$\zeta(\otimes)$ 的各可能取值用 $\otimes_i$ 表示,其概率分布如表 1 所示.表 1 中:$\zeta(\otimes)$ 为灰色随机变量,$\otimes_i$ 为灰色随机变量可能取的第 i 个值,P_i 为灰色随机变量取第 i 个值时的概率,n 为灰色随机变量可能取的所有值的个数.

表 1　灰色随机变量 $\zeta(\otimes)$ 的概率分布

$\zeta(\otimes)$	$\otimes_1$	$\otimes_2$	$\cdots$	$\otimes_i$	$\cdots$	$\otimes_n$
P	P_1	P_2	$\cdots$	P_i	$\cdots$	P_n

定义 2　设 $\otimes_1$ 为灰数,且 $\otimes_1 \in [a^L, a^U]$, $a^L < a^U$; $\otimes_2$ 为白数,且 $\otimes_2 \in [b^L, b^U]$, $b^L = b^U$; 记 $L(\otimes_1) = a^U - a^L$.若 $\otimes_1$ 与 $\otimes_2$ 满足

$$\frac{\max\{0, L(\otimes_1) - \max(b^U - a^L, 0)\}}{L(\otimes_1)} = 1,$$

且 $b^U < a^L$,则称 $\otimes_1 > \otimes_2$;若

$$\frac{\max\{0, L(\otimes_1) - \max(b^U - a^L, 0)\}}{L(\otimes_1)} \in (0, 1),$$

或 $b^U = a^L$,或 $b^U = a^U$ 时,则称 $\otimes_1 = \otimes_2$;若

$$\frac{\max\{0, L(\otimes_1) - \max(b^U - a^L, 0)\}}{L(\otimes_1)} = 0,$$

则称 $\otimes_1 < \otimes_2$.

定义 3　设 $\xi(\otimes)$ 为灰色随机变量,对于任意实数 x,称函数 $F(x) = P\{\xi(\otimes) \leq x\} = \sum_{\otimes_i \leq x, i=1}^{n} P_i (x \in R)$ 为 $\xi(\otimes)$ 的分布函数,其中 x 在整个实数域中取值.

在定义 3 中,x 将被视为白数进行处理.根据定义 2 和定义 3,易得出 $F(x)$ 的性质:

1) 对于任意实数,有 $0 \leq F(x) \leq 1$,且 $F(-\infty) = \lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $F(+\infty) = \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$;

2) $F(x)$ 是单调不减函数,即对于任意 $x_1 \leq x_2$,有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.

2.2　随机支配关系

记效用函数 u 定义域 I 为 $[a, b]$,将 (a, b) 记为 I_0, $f_i(x)$ 和 $f_j(x)$ 分别为方案 a_i 和 a_j 的概率密度函数, $F_i(x)$ 与 $F_j(x)$ 分别为它们的概率分布函数.

定义 4[14]　$U_1 = \{u \mid u$ 和 u' 在 I 上连续有界,在 I_0 上 $u' \geq 0\}$; $U_2 = \{u \mid u \in U_1, \forall x \in I_0, u'' \leq 0$,且 $\exists x_0 \in I_0$ 使 $u'' < 0\}$; $U_3 = \{u \mid u \in U_2, u'''$ 在 I 上连续,且 $u''' \geq 0\}$.各种效用函数之间的关系为 $U_3 \subset U_2 \subset U_1$.

定义 5[14]　$a_i \,\mathrm{FSD}\, a_j$,当且仅当 $\forall x \in I$,有

$$H_1(x) = F_j(x) - F_i(x) = \int_a^x (f_j(t) - f_i(t))\,\mathrm{d}t \geq 0,$$

且 $\exists x_0 \in I$,使 $H_1(x) > 0$.

定义 6[14]　$a_i \,\mathrm{SSD}\, a_j$,当且仅当 $\forall x \in I$,有

$$H_2(x) = \int_a^x H_1(t)\,\mathrm{d}t \geq 0,$$

且 $\exists x_0 \in I$,使 $H_2(x) > 0$.

定义 7[12]　$a_i \,\mathrm{TSD}\, a_j$,当且仅当 $\forall x \in I$,有

$$H_3(x) = \int_a^x H_2(z)\,\mathrm{d}z \geq 0 = \int_a^x \int_a^z (F_j(t) - F_i(t))\,\mathrm{d}t\mathrm{d}z \geq 0,$$

且 $\exists x_0 \in I$,使 $H_1(x) > 0$,且 $E_{a_i}(x) \geq E_{a_j}(x)$ 或 $H_2(b) \geq 0$ 至少有一个严格不等式成立.

随机支配具有如下性质[14]:

1) 非对称性,即如果 $a_i \,\mathrm{FSD}\, a_j$,则不会有 $a_j \,\mathrm{FSD}\, a_i$,其他支配关系也如此;

2) 传递性,即如果 $a_i \,\mathrm{FSD}\, a_j$,且 $a_j \,\mathrm{FSD}\, a_k$,则 $a_i \,\mathrm{FSD}\, a_k$;

3) $\mathrm{FSD} \Rightarrow \mathrm{SSD} \Rightarrow \mathrm{TSD}$.

3　灰色随机多准则决策的优劣势方法

灰色随机多准则决策问题可表述为:已知方案集为 $A = \{a_1, \cdots, a_i, \cdots, a_m\}$,准则集为 $C = \{c_1, \cdots, c_k, \cdots, c_n\}$,准则的权重向量记为 $W = \{w_1, \cdots, w_k, \cdots, w_n\}$, $\sum_{k=1}^{n} w_k = 1$, $w_k \geq 0$, $k = 1, 2, \cdots, n$.对于方案 $a_i \in A$,按第 k 个准则 c_k 进行测度,得到 a_i 关于 c_k 的准则值为 x_{ik},且 x_{ik} 为灰色随机变量.在各准则权重信息确定的情况下,对方案集中的方案进行排序.

准则类型有效益型、成本型和固定型.效益型准则是指准则值越大越好的准则;成本型准则正好相反,既准则值越小越好;而固定型准则是指准则值越

接近某个固定值越好的准则. 对于成本型准则和固定型准则可作适当变换，使其可转换为效益型准则. 因此，不妨假设所有准则均为效益型准则.

上述灰色随机多准则决策的优劣势方法的具体步骤如下：

Step1　确定方案关于各准则的取值

为讨论方便，可假设在同一准则下，各方案的准则值所能取的自然状态值是一致的，而每一方案在此准则下取各自然状态值的概率不完全一样. 即方案 a_i 和 a_j 关于准则 c_k 的准则值分别为 x_{ik} 和 x_{jk}，x_{ik} 和 x_{jk} 均为灰色随机变量，在准则 c_k 下有 t 种（$t>1$）自然状态，x_{ik} 和 x_{jk} 取的各自然状态值的概率不一，如表 2 所示.

表 2　方案集在准则 c_k 下取值分布表

方案	状态				
	$\otimes_k^1$	…	$\otimes_k^l$	…	$\otimes_k^t$
a_1	P_{1k}^1	…	P_{1k}^l	…	P_{1k}^t
…	…	⋱	…	⋱	…
a_i	P_{ik}^1	…	P_{ik}^l	…	P_{ik}^t
…	…	⋱	…	⋱	…
a_m	P_{mk}^1	…	P_{mk}^l	…	P_{mk}^t

Step2　确定各准则每对方案的随机支配关系

根据定义 2 和定义 3，可以得出方案 a_i 在准则 c_k 下概率分布函数 F_{ik}，而大部份的决策者都可以被认定为是风险厌恶型的决策人员[14]，故根据 2.2 节中的随机支配规则以及各方案的概率分布函数，可确定出各准则上各对决策方案之间的随机支配关系.

Step3　确定各方案的优势度和劣势度

方案 a_i 与 a_j 在准则 c_k 下的优先强度 $P_k(a_i, a_j)$ 可通过两方案在该准则下的值间差别函数表示，即

$$P_k(a_i, a_j) = \phi_k(x_{ik} - x_{jk}),$$

其中 ϕ_k 为非减函数，且当 $x<0$ 时，值为 0. 上述这样的函数称为一般性准则. 在应用中推荐使用的一般性准则有 6 类[15]，决策者可根据其偏好选择，也可以自己定义偏好函数.

对于每一方案 a_i，在准则 c_k 下的优势度 $S_k(a_i)$ 和劣势度 $I_k(a_i)$ 定义如下[16]：

$$S_k(a_i) = \sum_{j=1}^{m} P_k(a_i, a_j) = \sum_{j=1}^{m} \phi_k(x_{ik} - x_{jk}),$$

$$I_k(a_i) = \sum_{j=1}^{m} P_k(a_j, a_i) = \sum_{j=1}^{m} \phi_k(x_{jk} - x_{ik}).$$

由优势度和劣势度，可构成优势矩阵 S 和劣势矩阵 I 如下[16]：

$$S = (S_k(a_i)) = \begin{bmatrix} S_1(a_1) & \cdots & S_k(a_1) & \cdots & S_n(a_1) \\ \cdots & \ddots & \cdots & \ddots & \cdots \\ S_1(a_i) & \cdots & S_k(a_i) & \cdots & S_n(a_i) \\ \cdots & \ddots & \cdots & \ddots & \cdots \\ S_1(a_m) & \cdots & S_k(a_m) & \cdots & S_n(a_m) \end{bmatrix},$$

$$I = (I_k(a_i)) = \begin{bmatrix} I_1(a_1) & \cdots & I_k(a_1) & \cdots & I_n(a_1) \\ \cdots & \ddots & \cdots & \ddots & \cdots \\ I_1(a_i) & \cdots & I_k(a_i) & \cdots & I_n(a_i) \\ \cdots & \ddots & \cdots & \ddots & \cdots \\ I_1(a_m) & \cdots & I_k(a_m) & \cdots & I_n(a_m) \end{bmatrix}.$$

在此，结合 Step2 中所得出各方案的随机支配关系，本方法所采用的一般性准则函数 $P_k(a_i, a_j)$ 可以定义为

$$P_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 1, \text{若 } F_{ik}\,\mathrm{FSD}\,F_{jk} \text{ 或 } F_{ik}\,\mathrm{SSD}\,F_{jk} \text{ 或 } F_{ik}\,\mathrm{TSD}\,F_{jk}; \\ 0, \text{其他}. \end{cases}$$

从而各方案的优势度和劣势度均可求出，进而可得出优势矩阵 S 和劣势矩阵 I.

Step4　确定方案排序

利用上述所得优势矩阵和劣势矩阵，在各准则权重信息确定的情况下，依据文献[16]给出的加权方法，可以得出各方案的优势流和劣势流，并最终得出方案集的排序.

4　算例分析

某企业拟计划在旧厂区进行投资，扩大生产能力. 有 3 个方案可供选择，市场预测产品的销售会依据所设计的方案不同而呈现不同的可能状态. 考虑 3 个准则，分别为直接收益 c_1，间接收益 c_2 和污染损失 c_3. 方案集在各准则上的取值分布情况如表 3～表 5 所示，求最优方案.

表 3　方案集在准则 c_1 下取值分布

方案	状态值		
	[25,28]	[29,31]	[33,35]
a_1	0.2	0.4	0.4
a_2	0.1	0.5	0.4
a_3	0.3	0.3	0.4

表 4　方案集在准则 c_2 下取值分布

方案	状态值			
	[90,100]	[112,118]	[120,125]	[125,130]
a_1	0.3	0.4	0.2	0.1
a_2	0.1	0.2	0.4	0.3
a_3	0.4	0.3	0.2	0.1

表 5 方案集在准则 c_3 下取值分布

方案	状态值		
	[10,20]	[20,30]	[30,40]
a_1	0.3	0.4	0.3
a_2	0.3	0.5	0.2
a_3	0.4	0.4	0.2

1) 各准则取值的确定. 方案集在各准则上的取值分布情况如表 3 ～ 表 5 所示. 由于准则 c_3 为成本型准则,故对其进行转化,变为效益型准则. 转化后的各方案取值分布情况见表 6.

表 6 准则 c_3 转化为效益型后方案取值分布

方案	状态值		
	[- 20, - 10]	[- 30, - 20]	[- 40, - 30]
a_1	0.3	0.4	0.3
a_2	0.3	0.5	0.2
a_3	0.4	0.4	0.2

2) 各准则上每对决策方案之间随机支配关系的确定. 依据定义 2 和定义 3 以及随机支配规则,可以得出方案之间的随机支配关系,如表 7 ～ 表 9 所示. 表 7 中 a_2 FSD a_1 FSD a_3 ,表 8 中 a_2 FSD a_1 FSD a_3 ,表 9 中 a_3 FSD a_2 FSD a_1 .

表 7 方案集在准则 c_1 下的支配关系

方案	方案		
	a_1	a_2	a_3
a_1			FSD
a_2	FSD		FSD
a_3			

表 8 方案集在准则 c_2 下的支配关系

方案	方案		
	a_1	a_2	a_3
a_1			FSD
a_2	FSD		FSD
a_3			

表 9 方案集在准则 c_3 下的支配关系

方案	方案		
	a_1	a_2	a_3
a_1			
a_2	FSD		
a_3	FSD	FSD	

3) 各方案优势度和劣势度的确定. 根据 Step3 中对方案优势度和劣势度的定义,结合表 7 ～ 表 9 的数据,可以得出各方案的优势度和劣势度,并构成优势矩阵 S 和劣势矩阵 I 如下:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

4) 方案排序的确定. 假设各准则的权重已由层次分析法得出,分别为 $W_1 = 0.29$, $W_2 = 0.43$, $W_3 = 0.28$. 通过加权集成方法[16],可得出各方案的优势流和劣势流.

$$\phi^{\succ}(a_1) = 0.72,\ \phi^{\prec}(a_1) = 1.28,$$
$$\phi^{\succ}(a_2) = 1.72,\ \phi^{\prec}(a_2) = 0.28,$$
$$\phi^{\succ}(a_3) = 0.56,\ \phi^{\prec}(a_3) = 1.44.$$

因此,各方案的排序为 $a_2\, \mathrm{P}_{\succ}\, a_1\, \mathrm{P}_{\succ}\, a_3$, $a_2\, \mathrm{P}_{\prec}\, a_1\, \mathrm{P}_{\prec}\, a_3$,其中 P 表示“优于”. 从而可知 $a_2\, \mathrm{P}\, a_1\, \mathrm{P}\, a_3$,即方案 2 优于方案 1 ,方案 1 优于方案 3 ,故方案 2 最优,方案 1 次之,而方案 3 最差.

5 结 论

本文对一类准则值信息同时具有灰色不确定性和随机不确定性的灰色随机多准则决策问题进行了研究. 通过给出灰数与白数大小比较的定义,将随机支配规则推广到灰色随机变量的处理中,并综合优劣势排序法,得出了针对以上决策问题的解决方法. 将该方法应用于决策领域,可为解决灰色随机多准则决策问题提供一种有效的解决方法.

参考文献(References)

[1] 刘思峰. 灰色系统理论的产生、发展及前沿动态[J]. 浙江万里学院学报, 2003,16(10): 14-17.
(Liu S F. Emergence and development of grey system theory and its forward trends[J]. J of Zhejiang Wanli University, 2003, 16(10): 14-17.)

[2] Katagiri H. A fuzzy random multiobjective 0-1 programming based on the expectation optimization model using possibility and necessity measures [J]. Mathematical and Computer Modeling, 2004, 40(3/4): 411-421.

[3] Katagiri H. Interactive multiobjective fuzzy random linear programming: Maximization of possibility and probability[J]. European J of Operational Research, 2008, 188(2): 530-539.

[4] Ammar E E. On solutions of fuzzy random multiobjective quadratic programming with application in portfolio problem[J]. Information Sciences, 2008, 178(2): 468-484.

[5] 卜广志, 张宇文. 基于三参数区间数的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(9): 43-46.
(Bu G Z, Zhang Y W. Grey fuzzy comprehensive evaluation method based on interval numbers of three parameters[J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(9): 43-46.)

[6] 卜广志, 张宇文. 基于灰色模糊关系的灰色模糊综合评

判[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(4): 141-144.
(Bu G Z, Zhang Y W. Grey fuzzy comprehensive evaluation based on the theory of grey fuzzy relation[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002, 22(4): 141-144.)
[7] 朱绍强, 孟科, 张恒喜. 区间数灰色模糊综合评判及其应用[J]. 电光与控制, 2006, 13(5): 36-38.
(Zhu S Q, Meng K, Zhang H X. Interval numbers grey fuzzy comprehensive evaluation and its application[J]. Electronics Optics & Control, 2006, 13(5): 36-38.)
[8] 寇进忠. 随机性方法与灰色性方法的互补问题[J]. 系统辩证学报, 1998, 6(4): 81-83.
(Kou J Z. On the mutual complementarity between random methods and grey methods[J]. J of Systemic Dialectics, 1998, 6(4): 81-83.)
[9] 于义彬, 王本德, 柳澎, 等. 具有不确定信息的风险型多目标决策理论及应用[J]. 中国管理科学, 2003, 11(12): 9-13.
(Yu Y B, Wang B D, Liu P, et al. Risky multiobjective decision-making theory and its application[J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(12): 9-13.)
[10] 张席敬, 喻建华, 周其华. 灰色随机变量的熵和信息量[J]. 南昌大学学报, 2005, 29(8): 337-341.
(Zhang X J, Yu J H, Zhou Q H. The entropy and the quantity of information of the grey random variable[J]. J of Nanchang University, 2005, 29(8): 337-341.)
[11] 罗党, 刘思峰. 灰色多指标风险型决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(8): 1057-1060.
(Luo D, Liu S F. Research on grey multi-criteria risk decision-making method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(8): 1057-1060.)
[12] 王坚强, 任世昶. 基于期望值的灰色随机多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 39-43.
(Wang J Q, Ren S C. Grey random multi-criteria decision-making approach based on expected value[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 39-43.)
[13] 刘思锋, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(Liu S F, Guo T B, Dang Y G, et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1999.)
[14] 岳超源. 决策理论和方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
(Yue C Y. Decision-making theory and method[M]. Beijing: Science Press, 2003.)
[15] Goumas M, Lygerou V. An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of alternative energy exploitation[J]. European J of Operational Research, 2000, 123(3): 606-613.
[16] 王坚强. 信息不完全的多准则决策的 SIR 方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(9): 1205-1208.
(Wang J Q. Superiority and inferiority ranking methods for multiple criteria decision making with incomplete information on weights [J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(9): 1205-1208.)

(上接第 700 页)

参考文献(References)

[1] Berkhin P. A survey of clustering data mining techniques[R]. Berlin: Springer Heidelberg, 2006.
[2] Johannes Grabmeier, Andreas Rudolph. Techniques of cluster algorithms in data mining[J]. Data Mining and Knowledge Discovery J, 2002, 6(4): 303-360.
[3] Ralambondrainy H. A conceptual version of the k-means algorithm[J]. Pattern Recognition Letters, 1995, 16(11): 1147-1157.
[4] Hui Wang, Werner Dubitzky. A flexible and robust similarity measure based on contextual probability[C]. Int Joint Conf on Artificial Intelligence, 2005: 27-34.
[5] Ma Shuai, Wang T J, Tang S W, et al. A fast clustering algorithm based on reference and density[J]. J of Software, 2003, 14(6): 1089-1095.
[6] Jiang Shengyi, Song Xiaoyu, Wang Hui, et al. A clustering-based method for unsupervised intrusion detections[J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(7): 802-810.
[7] Steinbach M, Karypis G, Kumar V. A comparison of document clustering techniques[C]. Proc of the 6th ACM SIGKDD Int Conf on Knowledge Discovery and Data Mining. Boston, 2000: 1023-1030.
[8] 胡长流, 宋振明. 格论基础[M]. 郑州: 河南大学出版社, 1990: 64-65.
(Hu C L, Song Z M. Foundation of lattice theory[M]. Zhengzhou: He'nan University Press, 1996: 64-65.)
[9] 胡瑞飞, 殷国富, 谭颖. 一种混合聚类算法及其应用[J]. 四川大学学报, 2006, 38(5): 156-161.
(Hu R F, Yin G F, Tan Y. A hybrid clustering algorithm and its application [J]. J of Sichuan University, 2006, 38(5): 156-161.)