

文章编号: 1001-0920(2009)05-0734-04

内模控制系统鲁棒跟踪控制器的参数化及优化

赵 耀

(四川大学 电气信息学院, 成都 610065)

摘 要: 针对最常用的 2 自由度内模控制系统, 利用基于传递函数互质分解的频域理论, 推导了存在模型失配且参考输入和扰动为任意已知函数时, 所有能实现稳态无差跟踪的前馈控制器和反馈滤波器的参数化表达式. 所得结论同时适用于连续和离散时间系统, 并可在参数化基础上实现频域的优化控制.

关键词: 内模控制; 鲁棒跟踪; 参数化

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Parameterization and optimization of robust tracking controllers for internal model control systems

ZHAO Yao

(School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China. E-mail: zhaoy.scu@163.com)

Abstract: By using the transfer-function-based factorization approach in the frequency domain, the parameterized representations of all feedforward controllers and feedback filters are derived for most frequently-used two-degree-of-freedom internal model control (IMC) systems, which can eliminate steady-state tracking error under the model mismatches and for any given reference input and disturbance. The obtained results can be applied to both continuous-time and discrete-time systems. The optimal control in the frequency domain can be realized based on this parameterization.

Key words: Internal model control; Robust tracking; Parameterization

1 引 言

内模控制 (IMC) 是一种实用性很强的控制方法, 其结构简单、设计简便、调整参数少、调整方针明确, 因而其工程应用越来越广泛, 相关的理论研究也越来越深入^[1-6].

图 1 所示的 2 自由度内模控制系统是目前最常用的结构. 图中: r , u , y , d 分别为参考输入、控制量、输出量和扰动量; P , P_m , Q , F 分别为受控对象、对象模型、前馈控制器和反馈滤波器. 前馈控制器 Q 一般针对不考虑模型失配和外部扰动时的标称性能进行设计, 等价于开环控制问题, 可采用零极点相消法、预测控制法、有限拍控制法、 H_2/H_∞ 优化法等多种方法^[1]; 反馈滤波器 F 则专门用于改善存在模型失配及扰动时的鲁棒性能, 而且已经证明只需一个简单的—阶滤波环节就可以获得很好的鲁棒稳定性 (只要被控对象的增益不变号, 则无论多大的模型失配, 增大 F 的惯性总能使系统闭环稳定^[7]) 和

H_2/H_∞ 意义下的最优鲁棒性能^[8]. 然而, 所有这些鲁棒性结论和前馈控制器的大部分设计方法都是针对阶跃型输入和扰动的, 不能用于任意的给定输入和扰动.

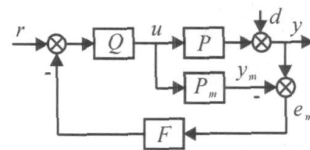


图 1 2 自由度内模控制系统

鲁棒跟踪指的是, 即使存在模型失配和外部扰动也能使跟踪稳态误差为零, 这种特性又称为鲁棒无差跟踪. 作者在文献 [9] 和 [10] 中针对任意的给定输入和扰动, 讨论了实现鲁棒跟踪的条件. 但满足鲁棒跟踪条件的控制器是一个集合, 如何从中寻求最优的控制器是一个尚待解决的问题. 而要利用频域优化方法来实现控制器的优化, 首先需要解决满足鲁棒跟踪条件的控制器参数化问题, 即将鲁棒

收稿日期: 2008-05-06; 修回日期: 2008-08-05.

作者简介: 赵耀 (1956—), 男, 成都人, 教授, 博士, 从事鲁棒控制、内模控制、预测控制和智能控制等研究.

跟踪条件约束的优化问题转化为不受约束的优化问题. 本文首先对现有的鲁棒跟踪条件进行分析, 得到其等价表达式; 然后利用基于有理分式互质分解的现代频域控制理论^[11,12], 推导出实现鲁棒跟踪的所有前馈控制器 Q 和反馈滤波器 F . Q 和 F 都表达为一个自由参数的函数, 从而为进一步的优化奠定基础. 所有推导过程无论系统连续或离散都同样成立. 最后通过一个设计例子对 Q 和 F 的参数化过程以及如何实现 H_2/H_∞ 优化控制进行说明, 并给出了相关的仿真结果.

2 IMC 系统的鲁棒跟踪条件

设图 1 所示的 IMC 系统为 SISO 线性定常系统, 在没有模型失配情况下系统应稳定, 因此最基本的要求是 P, P_m, Q, F 均稳定. 系统的跟踪误差定义为

$$e = r - y, \tag{1}$$

则由图 1 容易推得

$$e = \frac{1 - FQP_m + QP(F - 1)}{r} r - \frac{1 - FQP_m}{d} d, \tag{2}$$

式中 $r = 1 + FQ(P - P_m)$. 实现鲁棒跟踪要求对于不确定的实际对象 P , 任意参考输入 r 和扰动 d , 跟踪误差 e 必须为稳定的函数, 因此可得到鲁棒跟踪条件如下^[9]:

- 1) r^{-1} 稳定 (闭环系统鲁棒稳定);
- 2) $1 - FQP_m$ 和 $F - 1$ 的零点包含 r 的不稳定极点 (跟踪性能);
- 3) $1 - FQP_m$ 的零点包含 d 的不稳定极点 (抗扰性能).

上述条件实际上就是 IMC 结构下的内模原理. 它包含了两个方面, 即不考虑扰动时的无差跟踪条件和不考虑参考输入时的无差抗扰条件. 前者需满足条件 1) 和 2), 后者需满足条件 1) 和 3).

为便于求出所有满足鲁棒跟踪条件的 Q 和 F , 需进一步推导上述条件的等价表达形式. 以下用 H 代表所有稳定的可实现函数 (即 s 或 z 的真有理分式), 则 r 和 d 可表达为

$$r = \frac{n_r}{r_r}, \quad n_r, r_r \in H; \tag{3}$$

$$d = \frac{d_n}{d_d}, \quad d_n, d_d \in H. \tag{4}$$

其中: r_r 的零点为 r 的所有不稳定极点, d_d 的零点为 d 的所有不稳定极点, n_r 与 r_r 互质, d_n 与 d_d 互质 (指 H 空间的互质). 显然, 鲁棒跟踪条件 2) 和 3) 可等价表达为

$$\frac{1 - FQP_m}{r} \in H, \tag{5}$$

$$\frac{F - 1}{r} \in H, \tag{6}$$

$$\frac{1 - FQP_m}{d} \in H. \tag{7}$$

先讨论无差跟踪条件 (5) 和 (6). 由式 (6) 知, 对于 r 的任意零点 i , 有 $F(i) = 1$, 所以式 (5) 等价于

$$\frac{1 - QP_m}{r} \in H. \tag{8}$$

该式实际上就是没有模型失配和扰动, 即标称情况下的无差跟踪条件. 综合式 (5), (6) 和 (8) 可知, 存在模型失配时, 满足无差跟踪条件 (5) 和 (6) 可等价于满足式 (5) 和 (8).

下面综合考虑无差跟踪和无差抗扰条件. 设 c 为 r 和 d 的最小公倍式, 则式 (5) 和 (7) 等价于

$$\frac{1 - FQP_m}{c} \in H. \tag{9}$$

综上所述, 可得等价的鲁棒跟踪条件如下:

$$r^{-1} \in H \text{ (闭环系统鲁棒稳定);}$$

$$\frac{1 - QP_m}{r} \in H \text{ (标称跟踪条件);}$$

$$\frac{1 - FQP_m}{c} \in H \text{ (鲁棒及抗扰条件).}$$

3 IMC 系统鲁棒跟踪器的参数化

对于 2 自由度 IMC 系统, 前馈控制器 Q 针对标称性能, 反馈滤波器 F 则针对鲁棒性能及抗扰性, 因此设计的顺序应先确定 Q , 然后确定 F .

要实现鲁棒跟踪性能, Q 只需满足标称跟踪条件, 即条件 2). 运用文献 [11] 或 [12] 的方法, 可推导出 Q 的参数化表达式.

定理 1 设 Q 和 P_m 稳定, P_m 与 r 互质, 则存在 H 空间的 x_p 和 y_p , 使以下 Bezout 等式成立:

$$P_m x_p + r y_p = 1. \tag{10}$$

所有满足鲁棒跟踪条件 2) 的 Q 可表达为

$$Q = x_p + r q, \quad q \in H. \tag{11}$$

证明 先证明式 (11) 所表达的所有 Q 都满足鲁棒跟踪条件 2). 将式 (11) 的 Q 代入条件 2), 并利用 Bezout 等式 (10) 可得

$$\frac{1 - QP_m}{r} = \frac{1 - P_m x_p - r P_m q}{r} = \frac{y_p - P_m q}{r} \in H.$$

下面证明任何满足条件 2) 的 Q 一定可以表达为式 (11) 的形式. 设

$$\frac{1 - QP_m}{r} = g \in H,$$

则有 $P_m Q + r g = 1$. 将该式与式 (10) 相减, 可得

$$P_m(Q - x_p) = r(y_p - g).$$

所以有

$$\frac{P_m(Q - x_p)}{r} = y_p - g \quad H.$$

考虑到 P_m 与 r 互质, 所以必有 $\frac{Q - x_p}{r} = H$. 令

$\frac{Q - x_p}{r} = q \quad H$, 便得到式(11)的表达形式.

注1 作为定理1的特例, 当 r 只有一个不稳定零点(如参考输入为阶跃信号)时, 设该零点为 λ , 则表达式(11)可以更简洁地等价表达为

$$Q = P_m^{-1}(\lambda) + r q, \quad q \in H, \quad (12)$$

而不用求解 Bezout 等式. 该结论既可以采用上面类似的思路进行证明, 也可以直接证明式(12)与(11)表达的是同一个集合.

定理1的作用是将受条件 r 约束的 Q 转化为不受约束、自由参数 q 的函数, 从而为进一步的性能优化奠定了基础. 性能优化可以直接利用现有的频域优化方法, 如 H_2/H_∞ 优化等对标称性能进行优化, 例如使跟踪误差最小化、控制能量最小化等.

下面进一步讨论 F 的参数化问题. F 必须满足鲁棒跟踪条件, 在 Q 确定的情况下, F 的参数化与 Q 的参数化类似, 推导过程只需将条件 r 中的 QP_m 看作条件 r 中的 P_m 即可, 因此容易得到如下结论.

定理2 设 Q, P_m 和 F 稳定, QP_m 与 c 互质, 则存在 H 空间的 x_f 和 y_f , 使以下 Bezout 等式成立:

$$QP_m x_f + c y_f = 1. \quad (13)$$

所有满足鲁棒跟踪条件 r 的 F 可表达为

$$F = x_f + c f, \quad f \in H. \quad (14)$$

与注1类似, 当 c 只有一个不稳定零点时, 设该零点为 λ , 则表达式(14)可以更简洁地等价表达为

$$F = Q^{-1}(\lambda) P_m^{-1}(\lambda) + c f, \quad f \in H. \quad (15)$$

F 的作用是针对模型失配和扰动进行调节, 而模型失配和扰动在图1的结构中是通过误差 e_m 体现的, 其对输出的影响按文献[1]有如下关系:

$$y = P_m Q r + (1 - F P_m Q) e_m. \quad (16)$$

等式右端的第1项代表没有模型失配和扰动情况下的标称响应, 第2项则代表模型失配和扰动对输出的影响. 定义

$$S = 1 - F P_m Q, \quad (17)$$

S 实际上就是系统的敏感性函数, 减小 S 便能改善鲁棒性和抗扰性, 可采用 H_2/H_∞ 优化、回路整形等方法实现.

4 设计与仿真例子

为使设计过程简单明了, 选取控制对象模型为

$$P_m = \frac{1}{s+1}.$$

设参考输入为正弦信号, $r = \frac{1}{s^2+1}$, 扰动为阶跃信号, 则有

$$r = \frac{s^2+1}{(s+1)^2}, \quad d = \frac{s}{s+1},$$

$$c = \frac{s(s^2+1)}{(s+1)^3}.$$

上述3个表达式的分子、分母阶次相同是为了保证互质性. 而极点实际上可以任意选取, 只要保证函数稳定即可, 与最终的参数化结果无关.

首先针对 Q 进行参数化和标称性能优化. 由于 P_m 与 r 互质, 求解 Bezout 等式(10)可得一组解为 $x_p = \frac{2s}{s+1}, y_p = 1$. 因此, 所有满足鲁棒跟踪条件的前馈控制器可表达为

$$Q = x_p + r q = \frac{2s}{s+1} + \frac{s^2+1}{(s+1)^2} q, \quad q \in H.$$

任意选取自由参数 q 都不会产生稳态误差, 标称性能优化选择使跟踪误差 e 最小化. 将参数化的 Q 代入误差表达式中, 并利用 Bezout 等式可得

$$e = (1 - P_m Q) r = \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{(s+1)^3} q.$$

显然, 跟踪误差不可能完全为零, 否则 q 不可实现, 但存在使误差趋于零的多个准最优解. 选取如下最简形式的准最优解:

$$q = \frac{s+1}{Ts+1}, \quad T > 0,$$

则 $T \rightarrow 0$ 时, 有 $e \rightarrow 0$.

仿真结果如图2所示, 响应曲线 y_1 和 y_2 分别对应 $T = 0.2$ 和 0.5 . 显然, T 越小, 输出越接近参考输入, 且最终都没有稳态误差, 但 T 不能取得太小, 否则 Q 的微分作用会变得过强, 不利于抑制高频噪声和防止控制幅值过大.

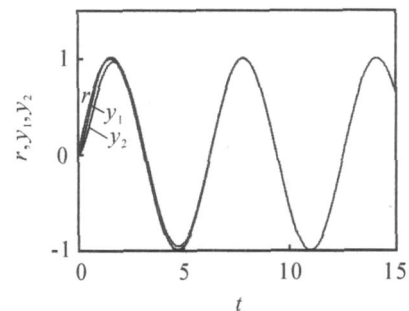


图2 Q 优化后所对应的响应

下面针对 F 进行参数化和鲁棒以及抗扰性能的优化. 由于 QP_m 与 c 互质, 求解 Bezout 等式(13)可得一组解为

$$x_f = 1, \quad y_f = \frac{T(s+1)}{Ts+1}.$$

因此,所有满足鲁棒跟踪条件 的 F 可表达为

$$F = x_f + c_f = 1 + \frac{s(s^2 + 1)}{(s + 1)^3} f, f \in H^-.$$

对于鲁棒及抗扰性能的优化,可针对式(17) 中的敏感性函数 S ,通过自由参数 f 使 S 的 H_2 或 H^∞ 范数达到最小.将 F 代入 S 的表达式,并进行 H_2 或 H^∞ 优化可得

$$f = \frac{T(s + 1)^3}{(s + 1) [(1 + 2T)s^2 + 2s + 1]}, T > 0.$$

式中 $T = 0$ 时,有 $S = 0$,即输出趋向于完全没有模型失配和扰动情况下的标称响应.仿真取 Q 的调节参数为 $T = 0.5$,有模型失配的实际对象为

$$P = \frac{2(s + 1)}{s^2 + s + 10}.$$

仿真结果如图 3 所示,响应曲线 y_1 和 y_2 分别对应 $\delta = 0.1$ 和 $\delta = 1$.系统响应不仅没有稳态误差,而且可调参数 δ 越小,响应性能越好,但与设计 Q 类似,实际系统不可能取太小的 δ .

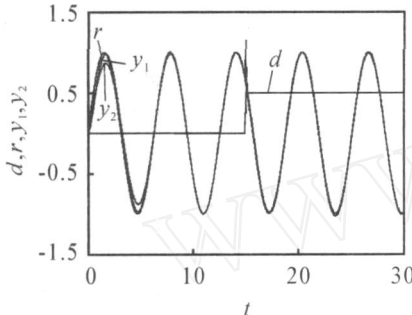


图 3 F 优化后所对应的响应(有模型失配和扰动)

5 结 论

本文针对常用的 2 自由度内模控制系统,深入分析了系统的鲁棒跟踪条件,给出了等价的表达形式.并利用频域的互质分解方法推导出了所有保证鲁棒跟踪的前馈控制器和反馈滤波器的参数化表达式.二者的计算都只涉及求解一个 Bezout 等式,而对于输入和扰动都只有一个相同的不稳定极点的情况(如常见的阶跃输入和阶跃扰动), Q 和 F 的参数化 Bezout 等式也无需求解.在参数化表达式的基础上,系统的性能优化可采用任何一种频域优化方法.所得结论同时适用于连续和离散时间系统,并可以很容易地扩展应用于其他结构的 IMC 系统.

参考文献(References)

[1] 赵耀. 内模控制发展综述[J]. 信息与控制, 2000, 29(6): 526-531.
 (Zhao Y. A survey of development of internal model control[J]. Information and Control, 2000, 29(6): 526-531.)

[2] 周涌, 陈庆伟, 胡维礼. 内模控制研究的新发展[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 475-482.
 (Zhou Y, Chen Q W, Hu W L. New developments of research on internal model control[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(3): 475-482.)

[3] Xie W F, Rad A B. Fuzzy adaptive internal model control [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2000, 47(1): 193-202.

[4] Silva G J, Datta A. Adaptive internal model control: The discrete-time case[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2001, 15(1): 15-36.

[5] Dehghani A, Lanzon A, Anderson B D O. H^∞ design to generalize internal model control [J]. Automatica, 2006, 42(11): 1959-1968.

[6] 赵耀. 论两种改进内模控制系统的等价性[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1170-1176.
 (Zhao Y. On equivalence of two modified IMC systems [J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1170-1176.)

[7] Garcia C E, Morari M. Internal model control 2: Design procedure for multivariable systems [J]. Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, 1985, 24(2): 472-484.

[8] 赵耀. 动态矩阵控制的稳定性和鲁棒性分析[C]. 1994 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 1994: 157-162.
 (Zhao Y. Stability and robustness analysis of dynamic matrix control [C]. Proc of 1994 Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeastern University Press, 1994: 157-162.)

[9] 赵耀. 内模控制的鲁棒无差跟踪条件[C]. 1999 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 1999: 252-254.
 (Zhao Y. Robust tracking conditions for IMC system [C]. Proc of 1999 Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeastern University Press, 1999: 252-254.)

[10] 赵耀. 改进型内模控制系统的稳定性与鲁棒跟踪条件 [J]. 控制与决策, 2007, 22(4): 477-480.
 (Zhao Y. Stability and robust tracking conditions for a modified IMC system[J]. Control and Decision, 2007, 22(4): 477-480.)

[11] Vidyasagar M. Control system synthesis: A factorization approach [M]. Cambridge: MIT Press, 1985.

[12] Doyle J C, Francis B A, Tannenbaum A R. Feedback control theory[M]. New York: Macmillan Publishing Company, 1991.