

文章编号: 1001-0920(2009)05-0754-05

具有跳跃时滞的跳跃线性离散系统的控制器设计

张宏礼^{1,2}, 井元伟¹, 姜 囡¹, 张嗣瀛¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2. 黑龙江八一农垦大学 数学系, 黑龙江 大庆 163319)

摘 要: 研究一类具有 Markov 随机时滞的 Markov 跳跃线性离散系统的控制器设计问题. 给出了系统随机稳定的充分必要条件, 在公共控制器不存在时, 所给出的依赖于模态和时滞的控制器可以保证系统随机稳定, 并可以利用锥补线性化等方法求出控制器. 仿真结果验证了所提出的控制器设计方法的有效性.

关键词: 跳跃线性离散系统; Markov 链; 矩阵不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Controller design for linear jump system in discrete time domains with jump time-delays

ZHANG Hong-li^{1,2}, JING Yuan-wei¹, JIANG Nan¹, ZHANG Si-ying¹

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Mathematic Department, Heilongjiang August First Land Reclamation University, Daqing 163319, China.

Correspondent: ZHANG Hong-li, E-mail: zhanghongli911@yahoo.com.cn)

Abstract: A class of Markov jump linear systems in discrete time domains with Markov random time delays is discussed. The necessary and sufficient conditions for the stochastic stability of systems are presented. When the common controller ensuring the asymptotic stability of systems doesn't exist, the proposed controller depending on modes and time delays can ensure the stochastic stability of systems, and can be obtained by using the cone complementarity linearization method. The simulation results illustrate the effectiveness of the proposed controller design methods.

Key words: Jump linear discrete system; Markov chain; Matrix inequality

1 引 言

Markov 跳跃线性系统是由 Krasovskii 和 Lidskii 于 1961 年提出的, 是一类具有时间和事件两种动态, 在有限个状态的 Markov 链之间随机切换的混杂随机系统. 因其在具有偶发因素的网络控制系统、通信系统以及机械制造系统等领域, 适于建模、分析和综合而受到研究者的广泛关注, 成为目前控制界的研究热点之一^[1,2]. 近年来, 在 Markov 跳跃系统的稳定、镇定和滤波等方面都取得了显著的研究成果^[3-6]. 随着计算机技术的广泛普及, 相应的 Markov 跳跃线性离散系统的研究也越来越受到重视^[7,8].

另外, 在许多现实系统中时滞普遍存在. 时滞的存在使得被控量不能及时地响应控制信号的作用,

控制不能对干扰产生抑制作用, 从而可能导致系统性能变差, 甚至影响系统的稳定性, 所以对时滞系统的研究具有重要意义^[9,10]. 随着网络技术的快速发展, 网络控制系统已得到广泛的应用. 由于网络时滞的不确定性, 将时滞视为 Markov 链是处理网络控制系统问题的方法之一^[11], 值得深入研究.

本文首先提出一类具有 Markov 跳跃时滞的 Markov 跳跃线性离散系统的数学模型; 然后给出系统随机稳定的充分必要条件; 进而应用锥补线性化等方法设计出依赖于模态和时滞的保持系统随机稳定的控制器.

2 问题描述

假设 $\{k, k \in Z\}$ 和 $\{d_k, k \in Z\}$ 分别是在已知有限集 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 和 $D = \{0, 1, \dots, d\}$ 内取值

收稿日期: 2008-09-01; 修回日期: 2008-12-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274099); 教育部博士点基金项目(20020145007).

作者简介: 张宏礼(1970—), 男, 黑龙江鸡西人, 副教授, 博士生, 从事网络控制系统的研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模与网络控制等研究.

的两个独立的 Markov 链,其中 Z 是整数集. 状态转移矩阵分别为 $P = [p_{ij}](i, j \in Z)$ 和 $Q = [q_{rs}](r, s \in Z)$, 即转移概率如下:

$$\Pr\{k_{k+1} = j | k_k = i\} = p_{ij}, \forall i, j \in Z; \\ \Pr\{d_{k+1} = s | d_k = r\} = q_{rs}, \forall r, s \in Z. \quad (1)$$

其中: $\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1, \forall i \in Z; \sum_{s=1}^d q_{rs} = 1, \forall s \in Z$.

考虑一个具有 m 个模态的跳跃线性离散系统, 假定系统按 Markov 链 $\{k, k \in Z\}$ 在各模态之间随机切换, 系统的状态空间表达式如下:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \\ y(k+1) = C(k)x(k) + D(k)u(k). \quad (2)$$

其中: $x(k), u(k)$ 和 $y(k)$ 分别是具有适当维数的状态向量、控制输入向量和量测输出向量. 对于 $\{k\}$ 的每一个具体取值而言, $A(k), B(k), C(k)$ 和 $D(k)$ 分别是具有适当维数的常数矩阵.

假定系统存在有界时滞 d_k . 时滞通常与最近一次时滞有关, 所以可视 d_k 为一个 Markov 链, 其取值在 $Z = \{0, 1, \dots, d\}$ 上, d 为最大时滞. 在许多情况下, 系统模态的跳跃是内部系统自身的因素所引起的, 比如遥控小车质量随机地增减, 远程飞机在不断地耗油的同时又进行空中加油等; 而随机变化的时滞大多是由系统外部随机因素引起的, 比如网络诱导时滞等, 所以为研究方便, 可以认为时滞与模态跳跃相互独立是符合许多现实问题的. 因此, 本文假定反映时滞和模态的两个 Markov 链相互独立.

如果能有一个公共的控制器, 使系统 (2) 对于所有模态和时滞都保持渐近稳定, 则系统一定是渐近稳定的. 但是, 这样的公共控制器可能不存在, 即使存在, 其保守性可能会较大. 下面考虑设计依赖于模态和时滞的控制器.

当第 k 次系统的状态信息和时滞信息到达控制器时, 并不知道 k 和 d_k , 但 k_{k-1} 和 d_{k-1} 可以得到, 所以考虑设计依赖于 k_{k-1} 和 d_{k-1} 的状态反馈控制增益

$$u(tk) = F(k_{k-1}, d_{k-1})x(k - d_k), \\ x(t) = \Phi(t), t = -d, -d+1, \dots, 0. \quad (3)$$

将式 (3) 代入 (2), 闭环系统可表为

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)F(k_{k-1}, d_{k-1})x(k - d_k). \quad (4)$$

定义 1 系统 (4) 是随机稳定的, 如果对于任意有限的 $x_0 = x(0)$, 初始的 -1 和 d_{-1} , 存在一个有限的矩阵 $S > 0$, 使下式成立:

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} x(tk)^2 \mid x_0, -1, d_{-1}\right\} < \infty, x_0^T S x_0.$$

在时刻 k , 放大状态变量成如下形式:

$$X(k) = [x(k)^T \ x(k-1)^T \ \dots \ x(k-d)^T]^T.$$

式 (4) 可写成

$$X(k+1) = (\bar{A}(k) + \tilde{B}(k)F(k_{k-1}, d_{k-1})\tilde{E}(d_k))X(k), \quad (5) \\ X(0) = [\Phi(0)^T \ \Phi(-1)^T \ \dots \ \Phi(-d)^T]^T.$$

其中

$$\bar{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k) \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{E}(d_k) = [0 \ \dots \ 0 \ I \ \dots \ 0].$$

$\tilde{E}(d_k)$ 除第 $1 + d_k$ 个矩阵块为单位矩阵外, 其他均为零矩阵, I 是适当维数的单位矩阵.

容易证明, 闭环系统 (4) 和 (5) 的随机稳定性是等价的. 下面由闭环系统 (5) 的随机稳定性设计出闭环系统 (4) 的控制器 $F(k_{k-1}, d_{k-1})$.

3 控制器设计

根据定义 1, 闭环系统 (5) 随机稳定的充分必要条件如下:

定理 1 闭环系统 (5) 是随机稳定的, 当且仅当存在 $(i, r) > 0$ 和矩阵 $F(i, r)$, 使得矩阵不等式

$$(i, r) = \sum_{s=0}^d \sum_{j=1}^m (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j)F(i, r)\tilde{E}(s))^T q_{rs} p_{ij} (j, s) (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j)F(i, r)\tilde{E}(s)) - (i, r) < 0,$$

对于所有的 i, r 成立.

证明 1) 充分性. 首先假定

$$k_{k-1} = i, \ k_k = j, \ d_{k-1} = r, \ d_k = s.$$

对于闭环系统 (5), 构造 Lyapunov 函数

$$V(X(k), k) = X(k)^T (k_{k-1}, d_{k-1}) X(k).$$

由已知有

$$E\{V[(X(k), k), (X(k+1), k+1)]\} = E\{V((X(k+1), k+1) \mid X(k), k_{k-1} = i, d_{k-1} = r) - V(X(k), k)\} = \sum_{s=0}^d \sum_{j=1}^m (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j)F(i, r)\tilde{E}(s))^T q_{rs} p_{ij} (j, s) (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j)F(i, r)\tilde{E}(s)) - (i, r) X(k) = X(k)^T (i, r) X(k).$$

因此,如果 $(i, r) < 0$, 则

$$E\{V[(X(k), k), (X(k+1), k+1)] - \min(- (i, r)) X(k)^T X(k) - x(k)^2\}$$

其中: $\alpha = \inf\{\min(- (i, r)), i, r\} > 0$. 由此, 对于任意 $n \geq 1$, 有

$$E\left\{\sum_{k=0}^n X(k)^2\right\} < (1/\alpha) E\{V(X(0), 0)\} = (1/\alpha) E\{V(X_0, 0)\}.$$

取极限, 并令

$$S = (1/\alpha) \max\{\alpha - (i, r) \mid \forall i, r\} \cdot I,$$

得

$$E\left\{\sum_{k=0}^n X(k)^2\right\} (1/\alpha) E\{V(x(0), 0)\} = X_0^T S X_0.$$

根据定义 1, 闭环系统 (5) 随机稳定.

2) 必要性. 若闭环系统 (5) 随机稳定, 则有

$$E\left\{\sum_{k=0}^n X(k)^2 \mid X(0) = X_0, n-1, d_{n-1}\right\} X_0^T S X_0. \quad (6)$$

对于任意给定的 $X(n), n-1 = i, d_{n-1} = r$, 任意取定一组范数有界的正定矩阵 $Q(n-1, d_{n-1}) > 0$, 考虑函数

$$X(n)^T \bar{Q}(N, n; n-1, d_{n-1}) X(n) \triangleq E\left\{\sum_{k=n}^N X(k)^T Q(n-1, d_{n-1}) X(k) \mid X(n), n-1 = i, d_{n-1} = r\right\}.$$

假设 $X(k) \neq 0$, 则由 $Q(n-1, d_{n-1}) > 0$ 和式 (6) 知, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, $X(n)^T \bar{Q}(N, n; n-1, d_{n-1}) X(n)$ 极限存在, 记

$$X(n)^T \bar{Q}(n-1, d_{n-1}) X(n) \triangleq \lim_N X(n)^T \bar{Q}(N, n; n-1, d_{n-1}) X(n) = \lim_N E\left\{\sum_{k=n}^N X(k)^T Q(n-1, d_{n-1}) X(k) \mid X(n), n-1 = i, d_{n-1} = r\right\}. \quad (7)$$

由于上式对任意 $X(n)$ 成立, 有

$$\bar{Q}(n-1, d_{n-1}) \triangleq \lim_N \bar{Q}(N, n; n-1, d_{n-1}), \quad (8)$$

又由 $Q(n-1, d_{n-1}) > 0$ 以及式 (5) 知, $\bar{Q}(n-1, d_{n-1}) > 0$. 再由

$$E\{X(n+1)^T \bar{Q}(N, n+1; n, d_n) X(n+1) \mid X(n), n-1 = i, d_{n-1} = r\} = X(n)^T \left[\sum_{s=0}^d \sum_{j=1}^m (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s))^T q_s p_{ij} \bar{Q}(j, s) (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s)) \right] X(n), \quad (9)$$

可将

$$E\{X(n)^T \bar{Q}(N, n; n-1, d_{n-1}) X(n) - X(n+1)^T \bar{Q}(N, n+1; n, d_n) X(n+1) \mid X(n), n-1 = i, d_{n-1} = r\} = X(n)^T Q(n-1, d_{n-1}) X(n)$$

化成

$$X(n)^T \left[\sum_{s=0}^d \sum_{j=1}^m (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s))^T q_s p_{ij} \bar{Q}(j, s) (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s)) \right] X(n) = X(n)^T Q(n-1, d_{n-1}) X(n).$$

注意到 $Q(n-1, d_{n-1}) = Q(i, r) > 0$ 及式 (8), 对上式取极限 $N \rightarrow \infty$, 并由 $X(n)$ 任意性, 可得

$$\sum_{s=0}^d \sum_{j=1}^m (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s))^T q_s p_{ij} \bar{Q}(j, s) (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s)) - (i, r) < 0.$$

定理 1 给出了依赖于模态和时滞的状态反馈控制器存在的充分必要条件, 但是所给矩阵不等式不利于求解. 为此, 进一步引入矩阵

$$U_{(i, n)}(j, s) = \sqrt{q_s p_{ij}} (\bar{A}(j) + \tilde{B}(j) F(i, r) \tilde{E}(s)), \quad (i, r) = [U_{(i, n)}(1, 0), U_{(i, n)}(1, 1), \dots, U_{(i, n)}(1, d), U_{(i, n)}(2, 0), U_{(i, n)}(2, 1), \dots, U_{(i, n)}(2, d), \dots, U_{(i, n)}(m, 0), U_{(i, n)}(m, 1), \dots, U_{(i, n)}(m, d)], = \text{diag}[(1, 0), (1, 1), \dots, (1, d), (2, 0), (2, 1), \dots, (2, d), \dots, (m, 0), (m, 1), \dots, (m, d)].$$

根据矩阵不等式的 Schur 性质, 将定理 1 中的矩阵不等式变形后, 有如下定理:

定理 2 闭环系统 (5) 是随机稳定的, 当且仅当存在对称矩阵 $(i, r) > 0$ 和矩阵 $F(i, r)$, 使得矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} - (i, r) & (i, r) \\ (i, r)^T & - \cdot \cdot \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

对于所有的 i, r 成立.

值得注意的是, 将定理 2 中的矩阵不等式左右同时乘以分块对角矩阵 $\text{diag}[I, \cdot]$ 后, 所得到的并不是一组线性矩阵不等式, 不能应用线性矩阵不等

式工具直接求解. 但是目前有一些方法可以求解, 比如锥补线性化方法^[12]等, 通过迭代计算可求得状态反馈增益矩阵 $F(i, r) < 0$.

如果能有一个公共的控制器, 使闭环系统对于所有模态和时滞都保持渐近稳定, 则系统一定是渐近稳定的. 但是, 当这样的控制器不存在时, 由定理 2 设计的控制器可以保证闭环系统随机稳定, 从而降低了控制器设计的保守性. 文中定理 1 的证明与文献[11]中定理的证明类似, 但是所研究的问题不同.

4 仿真实例

假设 $\{k\}$ 是在有限集 $= \{1, 2, 3\}$ 内取值的 Markov 链, 状态转移矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.81 & 0.16 & 0.03 \\ 0.09 & 0.88 & 0.03 \\ 0.17 & 0.19 & 0.64 \end{bmatrix}.$$

$\{d_k\}$ 是在有限集 $= \{0, 1\}$ 内取值的 Markov 链, 状态转移矩阵为

$$Q = \begin{bmatrix} 0.79 & 0.21 \\ 0.18 & 0.82 \end{bmatrix}.$$

考虑一个具有 3 个模态的跳跃线性离散系统, 假定系统按 Markov 链 $\{k\}$ 在各模态之间切换, 系统时滞按 Markov 链 $\{d_k\}$ 在各模态之间切换, 系统的状态方程如式 (1), 具体矩阵为

$$A(1) = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.10 & 0.02 & 0.01 \\ 0 & 1.00 & 0.33 & 0.02 \\ 0 & 0 & 1.04 & 0.10 \\ 0.01 & 0 & 0.96 & 1.04 \end{bmatrix},$$

$$B(1) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.23 \\ 0.14 & 0.35 \\ 0.05 & 0.29 \\ 0.12 & 0.33 \end{bmatrix},$$

$$A(2) = \begin{bmatrix} 1.01 & 0.12 & 0.03 & 0.01 \\ 0 & 1.08 & 0.40 & 0.03 \\ 0 & 0 & 1.07 & 0.12 \\ 0.03 & 0 & 1.20 & 1.07 \end{bmatrix},$$

$$B(2) = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.26 \\ 0.17 & 0.40 \\ 0.08 & 0.37 \\ 0.14 & 0.35 \end{bmatrix},$$

$$A(3) = \begin{bmatrix} 1.20 & 0.15 & 0.04 & 0.02 \\ 0 & 1.00 & 0.52 & 0.04 \\ 0.02 & 0 & 1.11 & 0.16 \\ 0.05 & 0.02 & 1.52 & 1.19 \end{bmatrix},$$

$$B(3) = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.32 \\ 0.24 & 0.45 \\ 0.10 & 0.42 \\ 0.17 & 0.39 \end{bmatrix},$$

则 3 种模态的子系统都不稳定. 根据定理 2 设计控制器

$$F(1, 0) = \begin{bmatrix} 1.0834 & -5.4684 & 4.9754 & 1.6545 \\ -0.1558 & 1.1189 & -4.2147 & -2.0833 \end{bmatrix},$$

$$F(2, 0) = \begin{bmatrix} -3.1430 & -14.6443 & 12.1630 & 3.8246 \\ 0.8604 & 3.9245 & -6.2682 & -2.6540 \end{bmatrix},$$

$$F(3, 0) = \begin{bmatrix} 1.1372 & -8.1161 & 6.9725 & 0.8282 \\ -0.4356 & 2.1507 & -5.1521 & -1.6730 \end{bmatrix},$$

$$F(1, 1) = \begin{bmatrix} 0.7289 & -1.4060 & 0.4525 & 1.3480 \\ -0.0099 & 0.4270 & -1.7920 & -0.9976 \end{bmatrix},$$

$$F(2, 1) = \begin{bmatrix} -0.5724 & -4.0747 & 2.1454 & 2.1584 \\ 0.2374 & 1.1385 & -2.0875 & -1.1469 \end{bmatrix},$$

$$F(3, 1) = \begin{bmatrix} -1.4338 & -1.2677 & 1.0737 & 1.6689 \\ 0.4658 & 0.3606 & -1.9277 & -1.0449 \end{bmatrix}.$$

给定初值 $x(0) = x(-1) = [0, 0, 0.5, 0]^T$ 和 $d_0 = 1, d_1 = 0$, 仿真结果如图 1 所示, 其结果说明了所设计控制器的有效性.

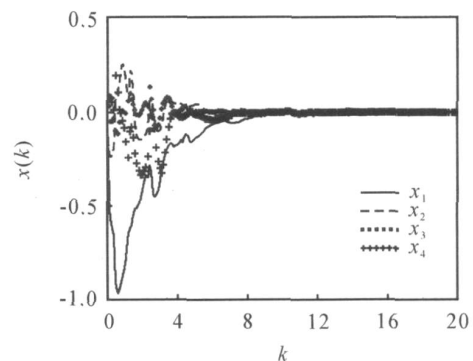


图 1 状态响应曲线

5 结 论

本文研究了一类具有 Markovs 随机时滞的 Markov 跳跃线性离散系统, 给出了系统随机稳定的充分必要条件. 尽管所得充分必要条件并不是线性矩阵不等式形式, 但在确保系统渐近稳定的公共控制器不存在时, 所给出的依赖于模态和时滞的控制器可以保证系统随机稳定, 从而降低了控制器设计的保守性, 而且可利用已有的一些计算方法(如锥

补线性化等方法)设计出保持系统随机稳定的控制器. 仿真结果验证了所提出的控制器设计方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Ait Rami M, Folcher J, El Ghaoui L, et al. Control of jump linear systems: Application to the steam generator water level[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. Phoenix: IEEE, 1999: 4923-4928.
- [2] Seiler P, Sengupta R. An H approach to networked control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3): 356-364.
- [3] Mara Tanelli, Paolo Bolzern, Patrizio Colaneri. On almost sure stabilization of continuous-time Markov jump linear systems [C]. Proc of Int Symposium on Intelligent Control. Limassol Cyprus, 2005: 237-242.
- [4] Boukas E K. Robust stability and H control of discrete-time jump linear systems with time-delay —An LMI approach[C]. Proc of the 39th Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 1527-1532.
- [5] Li Li, Valery A Ugrinovskii. On necessary and sufficient conditions for output feedback control of Markov jump linear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(7): 1287-1292.
- [6] Guan Haiwa, Gao Lixin. Delay-dependent robust stability and H control for jump linear system with interval time-varying delay[C]. Proc of the 26th Chinese Control Conf. Zhangjiajie, 2007: 609-614.
- [7] Carlos de Souza. Robust stability and control of uncertain discrete-time Markov jump linear systems[C]. Proc of the IEEE Conf on Control Applications. Toronto, 2005: 434-439.
- [8] Zhang Xiaomei, Zheng Yufan, Lu Guoping. Delay-dependent robust H control of uncertain Markovian jump systems over communication networks[C]. Proc of IEEE Int Conf on Control and Automation. Guangzhou, 2007: 853-857.
- [9] Branicky M S, Phillips S M, Zhang W. Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay [C]. Proc of the American Control Conf. Chicago, 2000: 2352-2357.
- [10] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.
- [11] Zhang L Q, Shi Y, Chen T W, et al. A new method for stabilization of networked control systems with random delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(8): 1177-1181.
- [12] Ghaoui L E, Oustry F, AitRami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1171-1176.

(上接第 753 页)

参考文献(References)

- [1] Fan X, Zhang N, Teng S. Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 14(2): 297-312.
- [2] Wang H, Tian Y, Sui Z, et al. Tracking control of ball and plate system with a double feedback loop structure [C]. Proc of 2007 IEEE Int Conf on Mechatronics and Automation. Piscataway: IEEE, 2007: 1114-1119.
- [3] Park J, Lee Y. Robust visual servoing for motion control of the ball on a plate[J]. Mechatronics, 2003, 13(7): 723-738.
- [4] Tian Y, Bai M. A non-linear switching controller for ball and plate system [J]. Int J of Modeling, Identification and Control, 2006, 1(3): 177-182.
- [5] Miroslav K, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [6] 张兴华. 永磁同步电机的模型参考自适应反步控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(3): 341-345.
(Zhang X H. Model reference adaptive backstepping control of permanent magnet synchronous motor [J]. Control and Decision, 2008, 23(3): 341-345.)
- [7] Wang H, Tian Y, Ce D, et al. Output regulation of the ball and plate system with a nonlinear velocity observer [C]. Proc of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2008: 2164-2169.
- [8] Khalil H. Nonlinear Systems[M]. 3rd ed. New York: Prentice Hall, 1996.
- [9] Goldberg D. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning, reading [M]. MA: Addison-Wesley, 1989.