第 24 卷 第 5 期 控 制 与 决 策 2009 年 5 月
Vol. 24 No. 5 Control and Decision May 2009

文章编号: 1001-0920(2009)05-0759-05

具有自适应内模的一类非线性系统输出调节问题

陈作贤, 季海波
(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230027)

摘 要: 研究一类包含未知非线性项的非线性系统的鲁棒输出调节问题. 此类非线性系统由一包含未知参数的线性中性稳定的外系统驱动. 首先运用调节器方程组解和标准内模将输出调节问题转化为镇定问题;然后给出控制律镇定闭环系统,同时利用镇定输入项和外系统信息设计出自适应内模方程. 控制律使得闭环系统的信号全局最终有界,且误差被调节至预先设定的任意小的精度值. 仿真结果验证了所提出设计方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 不确定; 输出调节; 内模
中图分类号: TP271 **文献标识码**: A

Output regulation for a class of nonlinear systems with adaptive internal model

CHEN Zuo-xian, JI Hai-bo
(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China. Correspondent: CHEN Zuo-xian, E-mail: zxchen@mail.ustc.edu.cn)

Abstract: This paper studies robust output regulation problem for a class of nonlinear systems with uncertain nonlinearities. The nonlinear system is driven by a linear, neutrally stable exosystem containing unknown parameters. Firstly, solutions to regulator equation and a canonical internal model are proposed to convert the output regulation problem to stabilization problem. Then, a robust control algorithm is designed to stabilize the close-loop system and the adaptive internal model part is presented with stabilization input items and exosystem information. The control scheme regulates the error signal to arbitrarily prescribed small neighborhood of the origin while maintaining overall signals uniform ultimate boundedness. A simulation example demonstrates the effectiveness of the designed method.

Key words: Nonlinear systems; Uncertainty; Output regulation; Internal model

1 引 言

如何设计控制律使得闭环系统信号达到渐近扰动抑制和/或渐近跟踪是控制理论中的基础问题之一. 当参考输入和扰动是由同一个称作外系统的自治微分方程生成时,这个问题被称作输出调节问题或伺服系统问题. 与常规的轨道跟踪或扰动抑制问题相比,输出调节问题的描述特点是参考输入和扰动并非完全可知,且被称作外信号统一处理. 近年来,输出调节问题一直是众多学者研究的热点,对于系统中不确定性的处理使得该问题更具吸引力和挑战性.

自线性系统输出调节问题于 20 世纪 70 年代提出以来,在学者们的共同努力下,现已得到较好的解决[1-3]. 线性系统输出调节问题的可解性条件是以系统传输零点的位置条件或一组称作 Sylvester 方程组的矩阵方程组的可解性条件给出的. 学者们在研究中提出一个称作内模原理的控制思想,它描述了所设计的需要满足控制目标的反馈控制律与外系统结构之间的潜在关系. 确切地说,动态反馈控制律在反馈路径中包含一个模型,可以产生前馈控制项,在被控对象存在参数不确定性条件下达到渐近跟踪一类参数输入的目的. 这个模型是对调节器需要处理的外信号的动态结构的一个合适的复制. 对于非线性系统输出调节问题,文献[4,5]在线性化系统是可镇定且存在一个确定的控制不变流形假设条件下,首次给出了一个包括系统状态和外信号量测值的局

收稿日期: 2008-04-04; **修回日期**: 2008-09-12.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60674029); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20050358044).
作者简介: 陈作贤(1981—),男,安徽蚌埠人,博士生,从事非线性控制等研究; 季海波(1964—),男,安徽巢湖人,教授,博士生导师,从事非线性控制、导航与制导、随机与混合系统等研究.

部全状态解存在的充要条件. [6]针对一类反馈可线性化系统,给出了半全局全状态解. 同时,[6-8]还考虑了一类具有参数不确定的非线性系统的结构稳定调节(在小的参数变动情况下调节性质可以被保持)和鲁棒输出调节(对于一个所给紧致集中的任意允许参数可维持调节性质). 当外系统动力学方程中存在不确定性时,[9]通过构造自适应内模,解决了一类具有一串积分器的非线性系统半全局鲁棒输出调节问题. [10,11]研究了严格反馈系统和一类扩展的严格反馈系统的输出调节问题的全局解. [12,13]针对一类不可线性化的非线性输出反馈系统,解决了全局鲁棒自适应输出调节问题. [14]考虑了具有未知非线性项的一类输出反馈系统的鲁棒输出调节问题.

本文研究一类耦合了不确定外系统的具有未知非线性项的下三角系统鲁棒输出调节问题. 与文献[9](一串积分器系统)和文献[12,13](输出反馈系统)中设计方法不同的是,由于外系统包含了未知参数,并考虑到系统中不确定函数项的影响,本文运用镇定输入项结合外系统结构信息来构造自适应内模方程,给出了一种满足控制目标的全状态反馈控制律. 仿真实例验证了所提出控制算法的有效性.

2 问题描述

考虑由下列方程描述的不确定非线性系统:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 + D_1(w) + f_1(x_1),\\
&\cdots\\
\dot{x}_i &= x_{i+1} + D_i(w) + f_i(x_1, x_2, \cdots, x_i),\\
&\cdots\\
\dot{x}_n &= u + D_n(w) + f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n),\\
y &= x_1,\\
e &= y - R(w).
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中:$(x_1, \cdots, x_n) \in R^n$ 为被控系统状态向量; $u \in R, y \in R$ 分别代表控制输入和系统输出; $D_i(w)$ 和 $R(w)$ 为平滑的非线性函数,分别代表非期望扰动和参考输入, $i = 1, \cdots, n$; f_i 为未知的连续函数, $i = 1, \cdots, n$; e 为被调节的误差信号; $w \in R^m$ 为外系统信号,由以下被称作外系统的线性自治微分方程生成:

$$
\dot{w} = S(\sigma) w, \tag{2}
$$

$\sigma \in R^v$ 为未知的参数向量.

对于被控对象(1) 和外系统(2),给出以下假设:

假设 1 函数 f_i 为其自变量 $(x_1, \cdots, x_i)$ 的多项式形式, $i = 1, \cdots, n$.

假设 2 外系统是中性稳定的,例如外系统的所有特征值具有零实部且都为单根.

注 1 如果外系统的平衡点 $w = 0$ 为 Lyapunov 稳定,且存在 $w = 0$ 的一个开邻域,其中每一点都是 Poisson 稳定的,则外系统是中性稳定的[4].

注 2 可以看出,此外系统信号包含了频率、振幅和相位都未知的正弦波信号. 其中初始条件 $w(0)$ 决定了正弦波的未知振幅和相位,未知参数向量 σ 决定了未知频率.

本文要解决的输出调节问题定义如下: 对于系统(1) 和(2),寻找一状态反馈自适应控制律,使得对于任意的 $x(0) \in R^n, w(0) \in \Omega \subset R^m, \sigma \in \Sigma$,闭环系统全局信号一致有界,且误差 $e(t)$ 被调节至预先设定的任意精度值. 其中 Ω 和 Σ 为各自包含原点的任意的确定已知的紧致子集.

3 状态变换和标准化内模设计

对应于线性系统输出调节问题中一矩阵方程组可解性条件,非线性输出调节问题可解性的一个必要条件是称作调节器方程的一个偏微分方程组可解[4]. 对于系统(1),容易看出对于给定 σ,相应的非线性调节器方程组存在一个全局定义解,形式如下:

$$
\begin{aligned}
\pi_1(w) &= R(w);\\
\pi_i(w) &= \frac{\partial \pi_{i-1}(w)}{\partial w} S(\sigma) w - D_{i-1}(w) - \\
&\quad f_{i-1}(\pi_1(w), \cdots, \pi_{i-1}(w)),\\
&\quad i = 2, \cdots, n;\\
\alpha(w) &= \frac{\partial \pi_n(w)}{\partial w} S(\sigma) w - D_n(w) - \\
&\quad f_n(\pi_1(w), \cdots, \pi_n(w)).
\end{aligned} \tag{3}
$$

本文用该不变流形定义状态变换 $\theta = x - \pi(w)$. 由式(1) 和(3),容易得到

$$
\begin{aligned}
\dot{\theta}_1 &= \theta_2 + \hat{f}_1(\theta_1),\\
&\cdots\\
\dot{\theta}_i &= \theta_{i+1} + \hat{f}_i(\theta_1, \cdots, \theta_i),\\
&\cdots\\
\dot{\theta}_n &= u - \alpha(w) + \hat{f}_n(\theta_1, \cdots, \theta_n),\\
e &= \theta_1,
\end{aligned} \tag{4}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
&\hat{f}_i(\theta_1, \cdots, \theta_i) = \\
&f_i(\theta_1 + \pi_1(w), \cdots, \theta_i + \pi_i(w)) - \\
&f_i(\pi_1(w), \cdots, \pi_i(w)).
\end{aligned}
$$

下面给出 2 个引理:

引理 1 在假设 1 条件下,存在函数 $\phi_i(\theta_1, \cdots, \theta_i)$, $i = 1, \cdots, n$,使得 $|\hat{f}_i(\theta_1, \cdots, \theta_i)| \le \phi_i(\theta_1, \cdots, \theta_i)$,且 ϕ_i 为其参数$(\theta_1, \cdots, \theta_i)$ 的多项式函数.

证明 因为外系统为中性稳定系统,且 Ω 为已知的紧致子集,则对于任意的 $w(0) \in \Omega$,存在已知的紧致子集 W 使得 $w(t) \in W$, $\forall t \ge 0$,于是 $\pi(w)$ 有界. 注意到 $f_i(i = 1, \cdots, n)$ 为其参数的多项式,故

存在一足够大的依赖于 $w(0)$ 的常数 $d > 0$ 和一已知整数 $p > 1$,使得

$$\begin{aligned}&|f_i(\theta_1+\pi_1(w),\cdots,\theta_i+\pi_i(w))-\\&f_i(\pi_1(w),\cdots,\pi_i(w))|\le\\&d\sum_{j=1}^{i}(1+\theta_j^p)\end{aligned}$$

成立. 令 ϕ_i 为上述不等式右边项,则引理 1 得证. □

引理 2　对于任意 $\varepsilon > 0$,存在平滑函数 g 使得不等式 $|x| \le xg(x) + \varepsilon$, $\forall x \in R$ 成立,且 $g(0) = 0$.

选取 $g(x) = (1/4\varepsilon)x$,则显然满足条件. 文献[15]给出了另一个满足条件的选取, 即 $g(x) = \tanh(\delta x/\varepsilon)$,其中 $\delta > 0$ 定义为 $\delta = \exp(-\delta - 1)$,可知 $\delta < 1/2$.

可以看出,系统(1) 的输出调节问题可转化为系统(4) 的镇定问题. 系统(4) 镇定问题的难点在于,除要处理系统中的未知非线性项外,用于抑制扰动的前馈控制项 $\alpha(w)$ 是不可量测的,而且包含不确定参数. 这就需要重构此前馈项,并对未知参数进行自适应辨识. 通常需要如下假设[9]:

假设 3　存在正整数 s 和实数组 $a_0(\sigma),\cdots,a_{s-1}(\sigma)$,使得对于任意的 $\sigma \in \Sigma$,如下等式成立:

$$\begin{aligned}&L_{S(\sigma)w}^{s}\alpha(w) = \\&a_0(\sigma)\alpha(w) + a_1(\sigma)L_{S(\sigma)w}\alpha(w) + \\&\cdots + a_{s-1}L_{S(\sigma)w}^{s-1}\alpha(w),\end{aligned}\tag{5}$$

其中 L 为李导数算子.

注 3　由式(5) 可以看出,若 $D_i(w)$ 和 $R(w)$ 为 w 的线性表达式,则假设 3 自动满足. 在假设 3 条件下容易得出,对于任意固定的 $\sigma \in \Sigma$,具有输出 $\alpha(w)$ 的外系统可浸入到如下可观测线性系统:

$$\begin{aligned}\dot\tau(w) &= \frac{\partial\tau(w)}{\partial w}S(\sigma)w = \Phi(\sigma)\tau(w),\\ \alpha(w) &= \Gamma\tau(w).\end{aligned}\tag{6}$$

其中

$$\tau(w) = [\alpha(w), L_{S(\sigma)w}\alpha(w),\cdots,L_{S(\sigma)w}^{s-1}\alpha(w)]^{\mathrm T},$$

$$\Phi(\sigma) = \begin{bmatrix}0 & 1 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\\ a_0(\sigma) & a_1(\sigma) & \cdots & a_{s-1}(\sigma)\end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix}1\\0\\\cdots\\0\end{bmatrix}^{\mathrm T}.$$

基于线性观测器理论,可选取一个可控矩阵对 (G, H),其中 $G \in R^{s\times s}$ 为 Hurwitz 矩阵, $H \in R^{s\times 1}$. 因为(Φ,Γ) 可观测,且 G,$\Phi(\sigma)$ 具有不相交的频谱,于是 Sylvester 方程

$$T_\sigma\Phi(\sigma) - GT_\sigma = H\Gamma\tag{7}$$

具有一个唯一的非奇异解 T_σ. 令 $\psi = \Gamma T_\sigma^{-1}$,则外系统被浸入到系统

$$\begin{aligned}\dot\eta &= (G + H\psi)\eta,\\ \alpha &= \psi\eta.\end{aligned}\tag{8}$$

式(8) 被称作内模的标准参数化形式[9].

解决输出调节问题的标准控制器是内模部分与镇定部分的合成. 在设计内模部分时,除要使其能产生用于抑制扰动的前馈项,还应考虑到信号收敛性以及最后镇定闭环系统的策略,这便使得内模设计在思想上达到统一,但在形式上可以多样化. 基于式(8),根据确定性等价原则,本文用 $\hat\psi$ 估计 ψ,同时考虑到镇定控制步骤,选取

$$\dot\xi = (G + H\hat\psi)\xi + i(\cdot)\tag{9}$$

作为调节器的内模部分,其中 $i(\cdot)$ 为待设计函数.

4　控制设计

对于系统(4), (8) 和(9), 本文运用 Backstepping 技巧[16] 进行控制律设计. 定义如下变量替换:

$$\begin{aligned}\hat\theta_1 &= \theta_1,\\ \hat\theta_2 &= \theta_2 - \alpha_1(\theta_1),\\ &\cdots\\ \hat\theta_n &= \theta_n - \alpha_{n-1}(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-1}).\end{aligned}\tag{10}$$

其中 α_i 为待设计的镇定函数项, $i = 1,\cdots,n-1$.

Step1　首先考虑系统(4) 的子系统

$$\dot\theta_1 = \theta_2 + \hat f_1(\theta_1).$$

取 Lyapunov 函数 $V_1 = (1/2)\hat\theta_1^2$,运用引理 1 和引理 2,选取

$$\begin{aligned}&\alpha_1(\theta_1) = \\&-k_1\hat\theta_1 - \hat\phi_1(\theta_1)\tanh[\hat\theta_1\hat\phi_1(\theta_1)/\varepsilon_1].\end{aligned}\tag{11}$$

其中: k_1 和 ε_1 为正的设计常数, $\hat\phi_1(\theta_1) = \phi_1(\theta_1)$. 将式(11) 代入 V_1 对时间求导表达式,可得

$$\dot V_1 \le -k_1\hat\theta_1^2 + \hat\theta_1\hat\theta_2 + (1/2)\varepsilon_1.\tag{12}$$

在上式推导过程中运用到引理 2 隐含的结论: 对于任意 $\varepsilon > 0$, $u \in R$, $0 \le |u| - u\tanh(u/\varepsilon) \le (1/2)\varepsilon$ 成立.

Step $i(2 \le i \le n-1)$　考虑 Backstepping. 令 $V_i = V_{i-1} + (1/2)\hat\theta_i^2$. 注意到

$$\Big(\frac{1}{2}\hat\theta_i^2\Big)' = \hat\theta_i\Big[\hat\theta_{i+1} + \alpha_i + \hat f_i - \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\theta_k}(\theta_{k+1} + \hat f_k)\Big].$$

由引理 1 可知,存在已知的多项式函数 $\hat\phi_i(\theta_1,\cdots,\theta_i)$ 满足

$$\Big|\hat f_i - \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\theta_k}\hat f_k\Big| \le \hat\phi_i(\theta_1,\cdots,\theta_i).$$

运用相似的分析过程,设计镇定函数项如下:

$$\alpha_i(\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i) = -k_i\hat\theta_i - \hat\theta_{i-1} - \phi_i\tanh[\hat\theta_i\phi_i/\varepsilon_i] + \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat\theta_k}\hat\theta_{k+1}. \tag{13}$$

经计算得

$$\dot V_i \le -\sum_{j=1}^{i}k_j\hat\theta_j^2 + \hat\theta_i\hat\theta_{i+1} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{i}\varepsilon_j.$$

Step n 注意到 $\dot{\hat\theta}_n = u - \psi\eta + \hat f_n - \dot\alpha_{i-1}$,定义坐标变换 $\bar\xi = \xi - \eta - H\hat\theta_n$,由式(4),(8)和(9)可得

$$\dot{\bar\xi} = G\bar\xi + GH\hat\theta_n - H(u - \hat\psi\bar\xi + \hat f_n - \dot\alpha_{n-1}) + i(\cdot). \tag{14}$$

同时可知,存在多项式函数 $\phi_n(\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_n)$ 满足

$$\left|\hat f_n - \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\hat\theta_k}\hat f_k\right| \le \phi_n(\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_n).$$

取全局 Lyapunov 函数

$$V = V_{n-1} + (1/2)\hat\theta_n^2 + (1/2)\bar\xi^{T}Q\bar\xi + (1/\gamma)\tilde\psi\tilde\psi^{T}.$$

其中:Q 为一正定对称矩阵,满足 $G^{T}Q + QG = -2kI$;$k>0$,$\gamma>0$ 为设计常数;$\tilde\psi \triangleq \psi - \hat\psi$. V 沿着式(4)和(14)的解对时间的导数为

$$\begin{aligned}\dot V \le{}& -\sum_{j=1}^{n-1}k_j\hat\theta_j^2 + \hat\theta_{n-1}\hat\theta_n + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1}\varepsilon_j + \\ & \hat\theta_n[u - \psi\eta + \hat f_n - \dot\alpha_{n-1}] + \frac{1}{\gamma}\tilde\psi\dot{\hat\psi}^{T} - \\ & k\bar\xi^{T}\bar\xi + \bar\xi^{T}Q[GH\hat\theta_n - \\ & H(u - \hat\psi\bar\xi + \hat f_n - \dot\alpha_{n-1}) + i(\cdot)].\end{aligned} \tag{15}$$

注意到镇定函数项出现在 $\bar\xi$ 动力学方程中,设计过程与式(13)有所变化. 选取控制律、自适应内模如下:

$$\begin{aligned}u ={}& -k_n\hat\theta_n - \hat\theta_{n-1} + \hat\psi\hat\xi + \\ & \sum_{j=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{n-1}}{\partial\hat\theta_j}\hat\theta_{j+1} - \phi_n\tanh\left(\frac{\phi_n}{\varepsilon_n}\right),\\ \hat\xi ={}& (G + H\hat\psi)\hat\xi - (GH + Hk_n)\hat\theta_n - H\hat\theta_{n-1},\\ \dot{\hat\psi} ={}& -\gamma\hat\theta_n\hat\xi^{T}.\end{aligned} \tag{16}$$

将式(16)带入 $\dot V$ 表达式,得

$$\begin{aligned}\dot V \le{}& -\sum_{j=1}^{n}k_j\hat\theta_j^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1}\varepsilon_j + \frac{1}{2}|\hat\theta_n\varepsilon_n| - \\ & k\bar\xi^{T}\bar\xi + \frac{1}{2}|\bar\xi^{T}QH\varepsilon_n| + \hat\theta_n\psi\bar\xi + \psi H\hat\theta_n^2.\end{aligned} \tag{17}$$

注意到

$$\begin{aligned}&|\hat\theta_n\psi\bar\xi| \le \tau_1\hat\theta_n^2 + (\|\psi\|^2/4\tau_1)\bar\xi^{T}\bar\xi,\\ &(1/2)|\hat\theta_n\varepsilon_n| \le \tau_2\hat\theta_n^2 + (1/16\tau_2)\varepsilon_n^2,\\ &(1/2)|\bar\xi^{T}QH\varepsilon_n| \le \\ &\tau_3\bar\xi^{T}\bar\xi + (\|QH\|^2/16\tau_3)\varepsilon_n^2.\end{aligned} \tag{18}$$

其中 τ_1,τ_2 和 τ_3 为正的设计常数,满足

$$\begin{aligned}&k_n - \tau_1 - \tau_2 - |\psi H| > 0,\\ &k - \tau_3 - (\|\psi\|^2/4\tau_1) > 0.\end{aligned} \tag{19}$$

从 V 的表达式及式(17)～(19)可以得出 $\dot V \le cV + \delta$. 其中:$c \ge 0$,$\delta \ge 0$,定义如下:

$$\begin{aligned}c \triangleq{}& \min\{2(k_n - \tau_1 - \tau_2 - |\psi H|), 2k_i,\\ & 2(k - \tau_3 - (\|\psi\|^2/4\tau_1))/\lambda_{\min}(Q),\\ & i = 2,\cdots,n-1\},\\ \delta \triangleq{}& \sum_{j=1}^{n-1}\varepsilon_j + \frac{1}{16\tau_2}\varepsilon_n^2 + \frac{\|QH\|^2}{16\tau_3}\varepsilon_n^2.\end{aligned} \tag{20}$$

注意到自适应内模方程包含外系统信息和镇定输入项. 令 $\rho \triangleq \delta/c$,则 $0 \le V \le \rho + [V(t_0) - \rho]e^{-ct}$,因此闭环系统全局变量一致最终有界,且对于任意给定 $d > \rho$,存在 T 使得对于所有的 $t > T$ 有 $\|\hat\theta(t)\| + \|\bar\xi\| \le \sqrt{2d}$ 成立,其中 $\hat\theta(t) = (\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_n)$. 可以看出,恰当选择设计常数可以使得紧致集 $L = \{\hat\theta(t) \in R^n : \|\hat\theta(t)\| \le \sqrt{2d}\}$ 范围为任意期望地小. 注意到 $e = \hat\theta_1(t)$,因此所设计的调节器能够使得在维持全局状态有界情况下,调节误差至任意预先设定的精度,而且所设计的内模状态任意逼近标准化内模状态.

从 $\hat\psi$ 自适应律及全局信号有界性可以看出,当外系统初值选择 $w(0)$ 使其轨道 $w(t)$ 包含 $m/2$ 个不同频率值,即初始信号激励外系统全部未知频率时,$\hat\psi$ 可以收敛到 ψ 的一个任意小的邻域内.

以上分析可归结为:

定理 1 对于被控系统(1)和外系统(2),如果满足假设 1～假设 3,则对于任意设定的常数 $d > 0$,存在形如式(10),(13)和(16)的控制器及时间常数 T,使得闭环系统全局信号最终有解,且对于任意 $t > T$ 误差信号满足 $|e(t)| \le d$.

注 4 对外系统初值 $w(0)$ 的条件限制,是为了避免外系统轨道退化为只包含部分未知频率的情况,从而无法估计出全部的未知频率,事实上并不影响 $\hat\psi$ 的收敛性. 当这种情况发生时,可选择一个低维的空间,使得信号 $w(t)$ 满足持续激励条件.

注 5 当系统(1)耦合一零动态 $\dot z = f_0(z, x_1, w)$ 为级联系统时,定理 1 也可成立(证明略),但须满足如下假设条件:

假设 4 对于任意给定 $\sigma \in \Sigma$,存在一平滑函数 $\pi_0(w)$,$\pi_0(0) = 0$,满足

$$\frac{\partial\pi_0(w)}{\partial w}S(\sigma)w = f_0(\pi_0(w), R(w), w). \tag{21}$$

假设 5 存在一个 C^1 的正定且正则的 Lyapunov 函数 $V_0(e_0)$ 满足

$$\frac{\partial V_0(e_0)}{\partial e_0}[f_0(z,x_1,w) - f_0(\pi_0(w),R(w),w)] \le -K\|e_0\|^2 + Mx_1^2. \tag{22}$$

其中: $e_0 = z - \pi_0(w)$; $K > 0$, $M > 0$ 为已知常数.

5　仿真实例

下面给出一个例子来说明本节所设计鲁棒调节器的控制性能. 考虑下列非线性系统:

$$\dot{x}_1 = x_2 + x_1^2 + w_1 - w_1^2,\ \dot{x}_2 = u + w_2,$$
$$\dot{w}_1 = \sigma w_2,\ \dot{w}_2 = -\sigma w_1,\ e = x_1 - w_1. \tag{23}$$

其中: σ 表示外系统信号的未知频率, σ 在闭区间 $[1\quad 4]$ 中取值. 可验证系统(23)满足假设 1～假设 3, 且调节器方程组有解

$$\pi(w) = (w_1, -w_1 + \sigma w_2),$$
$$\alpha(w) = -\sigma^2 w_1 - (1+\sigma) w_2.$$

于是, 外系统被浸入到一线性可观测系统 $\dot{\tau}(w) = \Phi(\sigma)\tau(w)$, $\alpha(w) = \Gamma\tau(w)$, 其中

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sigma^2 & 0 \end{bmatrix},\ \Gamma = [1\quad 0],$$

$$\tau(w) = (-\sigma^2 w_1 - (1+\sigma) w_2, (\sigma+\sigma^2) w_1 - \sigma^2 w_2).$$

定义状态变换 $\theta = x - \pi(w)$. 令 $k = 2$, 选取矩阵对 (G, H), 并计算 Q 如下:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix},\ H = [0\quad 1]^{\mathrm{T}},\ Q = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

设计参数 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$, $k_1 = 4$, $k_2 = 10$, $\gamma = 1$. 选取初始状态 $\theta(0) = (1.2, 1.5)$, $\psi(0) = (0.6, 1)$, $w(0) = (1, 0.5)$. 当设置未知频率 $\sigma = 1$ 时, 向量 ψ 理想值为 $(1,3)$. 由式(16)计算, 仿真结果如图 1 和图 2 所示.

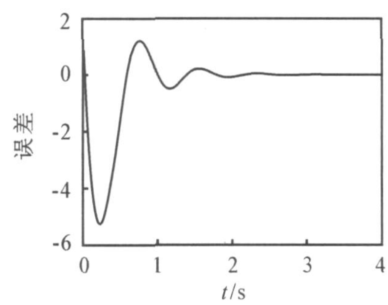

图 1　误差信号

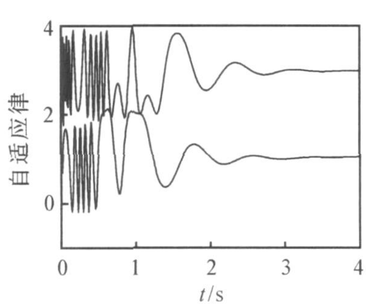

图 2　估计值 ψ

由仿真结果可以看出, 自适应内模参数 ψ 逼近 ψ 的理论值, 误差趋近于零. 从理论分析得知, 在一般情况下, 由于 $\delta \ne 0$, 在合适的参数选取下只能使误差被调节到预先设定的与原点距离的精度值.

6　结　　论

本文研究了一类由不确定外系统驱动的具有不确定函数的非线性下三角系统的全状态反馈鲁棒输出调节问题. 所设计的调节器能够在维持全局信号最终有解的情况下, 调节误差变量至预先设定的距离原点任意的精度. 在构造自适应内模方程时, 本文给出了一种新的设计方法, 运用镇定控制项和外系统信息估计外系统未知频率. 运用输出反馈设计此类不确定系统的鲁棒调节器尚有待进一步研究.

参考文献(References)

[1] Francis B A, Wonham W M. The internal model principle of control theory[J]. Automatica, 1976, 12(5): 457-465.

[2] Davison E J. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable system[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1976, 21(1): 25-34.

[3] Francis B A. The linear multivariable regulator problem[J]. SIAM Control Optimization, 1977, 14(3): 486-505.

[4] Isidori A, Byrnes C I. Output regulation of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(2): 131-140.

[5] Huang J, Rugh W J. On a nonlinear multivariable servomechanism problem[J]. Automatica, 1990, 26(6): 963-972.

[6] Khalil H K. Robust servomechanism output feedback controllers for a class of feedback linearizable systems[J]. Automatica, 1994, 30(10): 1587-1599.

[7] Huang J, Lin C F. On a robust nonlinear servomechanism problem[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(7): 1510-1513.

[8] Byrnes C I, Priscoli F, Isidori A. Structurally stable output regulation of nonlinear systems[J]. Automatica, 1997, 33(3): 368-385.

[9] Serrani A, Isidori A, Marconi L. Semiglobal nonlinear output regulation with adaptive internal model[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(8): 1178-1194.

[10] Marino R, Tomei P, Kanellakopoulos I, et al. Adaptive tracking for a class of feedback linearizable systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(6): 1314-1319.

(下转第 768 页)

计静态抗饱和补偿器,给出了同时保证闭环系统鲁棒稳定和鲁棒性能的充分条件,并给出了此类系统代数环良定的充要条件,从而将抗饱和补偿器设计问题转化为便于求解的 LMI 约束下的凸优化问题.所设计的控制器简单,易于工程实现,具有很高的实际应用价值.

参考文献(References)

[1] 张显库,杨盐生.不对称信息理论与非线性鲁棒控制算法[J].控制与决策,2005,20(11):1241-1244.
(Zhang X K, Yang Y S. Asymmetric information theory and nonlinear robust control algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(11): 1241-1244.)

[2] 俞立,陈国定,潘海天.不确定离散时间系统的 H_2/H_∞ 最优保性能控制[J].控制与决策,2001,16(2):151-154.
(Yu L, Chen G D, Pan H T. H_2/H_∞ optimal guaranteed cost control of uncertain discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2001, 16(2): 151-154.)

[3] 俞立.鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002.
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequality method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[4] Cao Y Y, Lin Z L. Stability analysis of discrete-time systems with actuator saturation by a saturation-dependent Lyapunov function[J]. Automatica, 2003, 39(7): 1235-1241.

[5] Wang Y, Cao Y Y, Sun Y. Stability analysis and anti-windup design for discrete-time systems by a saturation-dependent Lyapunov function approach[C]. Proc of 16th IFAC World Congress. Prague, 2005: 593-598.

[6] Hu T S, Lin Z L, Chen B M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance[J]. Automatica, 2002, 38(2): 351-359.

[7] Hu T S, Lin Z L. Composite quadratic Lyapunov functionos for constrained control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(3): 440-450.

[8] Hu T S, Teel A R, Zaccarian L. Stability and performance for saturated systems via quadratic and non-quadratic Lyapunov functions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(11): 1770-1786.

[9] Hu T S, Teel A R, Zaccarian L. Nolinear L_2 gain and regional analysis for linear systems with anti-windup compensation[C]. American Control Conf. Porland: IEEE, 2005: 3391-3396.

[10] Galeani S, Onori S, Teel A R, et al. Static linear anti-windup design for strictly proper continuous time control systems with magnitude and rate saturation[J]. Systems & Control Letters, 2008, 56(11): 5-9.

[11] Galeani S, Onori S, Teel A R, et al. Further results on static linear anti-windup design for control systems subject to magnitude and rate saturation[C]. Proc of the 45th IEEE Conf on Decision & Control. San Diego: IEEE, 2006: 6373-6378.

[12] Hindi H, Boyd S. Analysis of linear systems with saturating using convex optimization[C]. Proc of the 37th IEEE Conf on Decision and Control. Florida: IEEE, 1998: 903-908.

(上接第 763 页)

[11] Freeman R A, Kokotovic P V. Tracking controllers for systems linear in unmeasured states[J]. Automatica, 1996, 32(5): 735-746.

[12] Ding Z T. Global output regulation of uncertain nonlinear systems with exogenous signals [J], Automatica, 2001, 37(1): 113-119.

[13] Xi Z R, Ding Z T. Global adaptive output regulation of a class of nonlinear systems with nonlinear exosystem [J]. Automatica, 2007, 43(1): 143-149.

[14] 陈作贤,季海波,何德峰.一类输出反馈非线性系统的鲁棒输出调节[J].中国科学技术大学学报,2008,38(12):1422-1426.
(Chen Z X, Ji H B, He D F. Robust output regulation for a class of output feedback nonlinear systems[J]. J of University of Science and Technology of China, 2008, 38(12): 1422-1426.)

[15] Polycarpou M M, Ioannou P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. Automatica, 1995, 32(3): 423-427.

[16] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995.