

文章编号: 1001-0920(2009)05-0773-04

一类具有数据包丢失的网络控制系统的最优控制

李海涛, 唐功友, 马 慧

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘 要: 针对控制器和执行器均采用时钟驱动且最大丢包率和最大连续丢包长度被限定的短时延网络控制系统, 提出一种数据包丢失的估值补偿方法. 该方法可以根据历史状态向量和控制向量信息估算出当前的控制量. 利用该方法和动态规划算法, 导出了离散二次型性能指标下的网络控制系统的最优控制序列, 进而给出最优控制律的实现算法. 数值仿真算例验证了所得结果的有效性和正确性.

关键词: 网络控制系统; 最优控制; 数据包丢失; 估值补偿; 动态规划

中图分类号: TP13; TP273 **文献标识码:** A

Optimal control for a class of networked control systems with data packet dropout

LI Hai-tao, TANG Gong-you, MA Hui

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China.

Correspondent: LI Hai-tao, E-mail: lihaitao@ouc.edu.cn)

Abstract: For the short delay networked control systems with clock-driven controller and actuator, under the situation that the maximum probability and successive length of data packet dropout are restricted, a data packet dropout value-estimated compensating method is presented. This method can evaluate the current control vector according to historical state vector and control vector information. The optimal control sequence based on discrete quadratic criteria is derived by using the method and dynamic programming algorithm. Furthermore, an implementation algorithm of the optimal control law is given. A numeric example illustrates the effectiveness and the correctness of the results.

Key words: Networked control systems; Optimal control; Data packet dropout; Value-estimated compensating; Dynamic programming

1 引 言

近年来,随着控制科学、计算机网络和通信技术的快速发展和交叉渗透,网络控制系统^[1](NCS)日益成为控制领域备受关注的热点问题之一. NCS 打破了传统控制系统在空间物理位置上的限制,降低了系统连接的复杂性,降低了运行成本和维护费用,便于实现管控一体化,提高了信息集成度. NCS 广泛应用于远程工业控制、遥医学、航空航天、远程教育、兵器系统等领域.

由于网络的介入,不可避免地带来了网络诱导时延、数据包丢失等多方面的问题,使得 NCS 的分析和设计变得更加复杂. 目前, NCS 的研究主要集中在系统的建模与控制以及稳定性分析^[2-5]方面,而

在最优控制^[6-9]方面,特别是有数据包丢失时的最优控制,其研究资料还比较少. 对于有数据包丢失的系统稳定性研究,已经取得了一些成果^[10-13]. 当数据包的丢失率较低时,系统均可以实现一些满足指数稳定的条件,系统具有较强的鲁棒性. 特别是在网络诱导时延不大于一个采样周期时,较低的数据包丢失率和较短的连续丢包长度对系统的稳定性不会产生太大的影响.

本文针对控制器节点和执行器节点均采用时钟驱动工作方式的短时延 NCS 离散模型,根据数据包丢失发生的不同情况,通过动态规划和估值补偿方法,给出了满足有限时域二次型性能指标的最优控制律.

收稿日期: 2008-04-30; 修回日期: 2008-07-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574023, 40776051); 山东省自然科学基金重点项目(Z2005G01).

作者简介: 李海涛(1973—),男,山东威海人,讲师,博士生,从事网络控制系统、最优控制的研究; 唐功友(1953—),男,山东烟台人,教授,博士生导师,从事时滞系统、非线性系统等研究.

2 问题提出

考虑图1所示的NCS^[1].图中: x 为传感器的输出, τ_k^{sc} 表示传感器节点到控制器节点的网络诱导时延, z 和 u 分别为控制器的输入和输出, τ_k^{ca} 表示控制器节点到执行器节点的网络诱导时延, v 为执行器的输出.

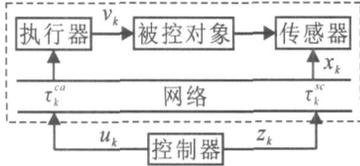


图1 NCS结构图

设被控对象是线性定常的,状态方程描述如下:

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 和 $u \in R^p$ 分别为状态向量和控制向量, A 和 B 为适当维数的常系数矩阵.

为能用恰当的数学模型描述图1所示的NCS,首先建立如下假设条件:

假设1 传感器节点、控制器节点和执行器节点均采用时钟驱动工作方式,且时钟完全同步;

假设2 假设系统的网络诱导时延在一个采样周期内,即 $\tau_k^{sc} < T$, $\tau_k^{ca} < T$;

假设3 数据包传输采用单包传输工作方式;

假设4 数据包的丢失是随机的,最大丢包率为 p ,最大连续丢包长度为 h ;

假设5 执行器具备存储和计算功能.

注1 为能对控制器节点发送的丢失数据包进行估值补偿,要求执行器必须具备存储和计算功能.在工程实现上,要求控制器除发送控制信息外,还要发送已接收到的状态向量信息.

为了便于问题的分析,按数据包丢失产生位置的不同,分以下3种情形展开讨论:

1) 传感器节点发送的数据存在数据包丢失,而控制器发送的数据包不存在数据包丢失;

2) 控制器节点发送的数据包存在数据包丢失,而传感器节点发送的数据包不存在数据包丢失;

3) 传感器节点和控制器节点发送的数据包都存在丢失.

对于情形1),有 $v(k) = u(k-1)$,从而可以得到包含网络的广义被控对象离散化时间模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Gx(k) + Hu(k-1), \\ k = 0, 1, \dots; \\ x(0) = x_0, u(-1) = u(0) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$z(k) = \begin{cases} x(k-1), \text{ 无数据包丢失;} \\ 0, \text{ 数据包丢失;} \\ k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (3)$$

其中: $G = e^{AT}$, $H = \int_0^T e^{At} dt B$, $z(k)$ 为广义被控对象的输出, $u(k)$ 为广义被控对象的输入.

对于情形2),则包含网络的广义被控对象离散化时间模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Gx(k) + Hv(k), \\ k = 0, 1, \dots; \\ x(0) = x_0, v(0) = v(1) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

$$z(k) = x(k-1), k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$v(k) = \begin{cases} u(k-1), \text{ 无数据包丢失;} \\ 0, \text{ 数据包丢失;} \\ k = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

其中: $v(k)$ 为执行器的输出, 0 为待定的向量函数.

对于情形3),则包含网络的广义被控对象离散化时间模型,可由式(4),(3)和(6)确定.

选取如下形式有限时域离散二次型性能指标:

$$J = x^T(N)Px(N) + \sum_{i=0}^{N-1} [x^T(i)Qx(i) + u^T(i)Ru(i)]. \quad (7)$$

其中: R 为正定对称矩阵, P 和 Q 为半正定对称矩阵.问题是寻找最优控制 $u^*(k)$,使 J 取最小值.

3 最优控制律设计

定理1 考虑由式(2)和(3)描述的NCS关于性能指标(7)的最优控制问题.在情形1)下的最优控制律存在且可表示为

$$u^*(k) = -S(k+1) \left[G^{(r+2)} x(k-r-1) + \sum_{i=1}^{r+2} G^{(i-1)} Hu(k-i) \right]. \quad (8)$$

其中: r 表示第 k 个时钟周期之前连续丢失的数据包个数, $r \leq h$; $S(k) = [H^T M(k+1)H + R]^{-1} H^T M(k+1)G$, $M(k)$ 为下列矩阵Riccati差分方程的唯一半正定解:

$$\begin{cases} M(k) = \\ Q + S^T(k)RS(k) + \\ [G - HS(k)]^T M(k+1)[G - HS(k)], \\ M(N) = P. \end{cases} \quad (9)$$

证明 首先考虑 $r=0$ 的情况.利用动态规划方法,从初始端开始,最优性能指标可表示为

$$J_N^* [x(0), 0] = \min_{u(0), \dots, u(N-1)} \left\{ x^T(N)Px(N) + \sum_{i=0}^{N-1} [x^T(i)Qx(i) + u^T(i)Ru(i)] \right\} = \min_{u(0), \dots, u(N-1)} \left\{ x^T(N)Px(N) + x^T(0)Qx(0) + \right.$$

$$x^T(1) Qx(1) + u^T(0) Ru(0) + u^T(N-1) Ru(N-1) + \sum_{i=2}^{N-1} [x^T(i) Qx(i) + u^T(i-1) Ru(i-1)]$$

由式(2)和(3)可知,显然有 $x(0) = x_0, x(1) = Gx_0, u(0) = 0$,而 $x(N)$ 与 $u(N-1)$ 无关.因此,求解上述最优控制序列 $\{u^*(0), u^*(1), \dots, u^*(N-1)\}$ 与求解下面的式(10)等价.

从初始决策开始, $N-2$ 步决策问题可表示为

$$\bar{J}_{N-2}^*[x(2), 2] = \min_{u(1), \dots, u(N-2)} \{x^T(N) Px(N) + \sum_{i=2}^{N-1} [x^T(i) Qx(i) + u^T(i-1) Ru(i-1)]\}. \quad (10)$$

若从第 k 级开始,则这一段最优性能指标可表示为

$$\bar{J}_{N-k}^*[x(k), k] = \min_{u(k-1), \dots, u(N-2)} \{x^T(N) Px(N) + \sum_{i=k}^{N-1} [x^T(i) Qx(i) + u^T(i-1) Ru(i-1)]\}.$$

根据最优性原理,可建立如下递推函数方程:

$$\bar{J}_{N-k}^*[x(k), k] = \min_{u(k-1)} \{x^T(k) Qx(k) + u^T(k-1) Ru(k-1) + \bar{J}_{N-k-1}^*[x(k+1), k+1]\}. \quad (11)$$

设二次型的最优性能指标为状态的二次型函数,即

$$\bar{J}_{N-k}^*[x(k), k] = x^T(k) M(k) x(k). \quad (12)$$

将式(12)代入(11)并利用(2),可得

$$\bar{J}_{N-k}^*[x(k), k] = \min_{u(k-1)} \{x^T(k) Qx(k) + u^T(k-1) Ru(k-1) + [x^T(k) G^T + u^T(k-1) H^T] M(k+1) [Gx(k) + Hu(k-1)]\}. \quad (13)$$

根据极大值原理,有

$$\frac{\partial \bar{J}_{N-k}^*[x(k), k]}{\partial u(k-1)} = 2[H^T M(k+1) H + R]u(k-1) + 2H^T M(k+1) Gx(k) = 0.$$

从而可得

$$u^*(k-1) = -[H^T M(k+1) H + R]^{-1} H^T M(k+1) Gx(k) - S(k) x(k), \quad k = 2, \dots, N-1. \quad (14)$$

将式(14)代入(11)并利用(12),可得到矩阵 Riccati 差分方程(9).显然,控制律(14)是物理不可实现的.将式(2)经过 2 次迭代,代入式(14),可得到

$$u^*(k) = -S(k+1) [G^2 x(k-1) + Hu(k-1) + GHu(k-2)]. \quad (15)$$

最后考虑 $0 < r < h$ 的情况.考察式(15),显然数据包丢失时无法准确地获取 $x(k-1)$ 状态信息.

为此,可采用与上述迭代处理方式类似的估值补偿处理方法:利用系统模型,用 $x(k-2)$ 和 $u(k-3)$ 来估算 $x(k-1)$ 状态向量;若 $x(k-2)$ 也丢失,则继续利用系统模型进行迭代,直至迭代到最近的一个未丢失的状态向量为止.最终可由历史状态向量和控制向量计算出如式(8)所示形式的最优控制律.

注 2 最优控制律(8)的本质是当有数据包丢失时,通过“历史”数据和系统模型计算当前的控制量.因此减少甚至避免了系统状态变量偏离“最优轨线”的程度,从而可以使系统在满足指数稳定的前提下进一步提高系统的鲁棒性.

推论 1 考虑由式(4)~(6)描述的 NCS 关于性能指标(7)的最优控制问题.在情形 2) 下的最优控制律存在且可由式(15)唯一确定.若控制器节点发送的数据包丢失,采用估值补偿方法,则 (k) 的值可由执行器计算得到,即

$$(k) = -S(k) [G^{(r+2)} x(k-r-2) + \sum_{i=2}^{r+3} G^{(i-2)} Hu(k-i)]. \quad (16)$$

推论 1 可由定理 1 的证明过程推得.需要说明的是:计算出 (k) 后,需将 (k) 作为 $u(k-1)$ 控制向量存储在执行器中,以便后面的计算需要.

推论 2 考虑由式(4), (3)和(6)描述的有数据包丢失的 NCS 关于性能指标(7)的最优控制问题.在情形 3) 下的最优控制律存在且可由式(8)唯一确定.若控制器节点发送的数据包丢失,则 (k) 的值可由式(16)唯一确定.

4 仿真实例

考虑一个由式(1)描述的二阶系统,其中

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

离散二次型性能指标为

$$J = [x_1^2(N) + x_2^2(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} [x_1^2(i) + x_2^2(i) + u^2(i)].$$

其中: $N = 80$, 采样周期 $T = 0.1$. 假设在情形 1) 下,最大丢包率 $p = 0.1$,最大连续丢包长度 $h = 3$,系统的初始值为 $x_0 = [0.2 \quad 0.5]^T$.

在数据包丢失时,分别对估值补偿和无估值补偿的控制进行仿真.仿真环境下,丢包时刻由随机数发生器获得.本例中,通过随机数发生器,实测得丢包时刻为 5, 22, 23, 24, 45, 46, 63. 仿真结果见图 2.

由图 2 可以看出,在有估值补偿控制下,系统的状态轨线和控制轨线是平滑的,而在无估值补偿控制下,明显有发散的痕迹.所得到的性能指标分别为 $J = 7.9695, J = 8.4287$.

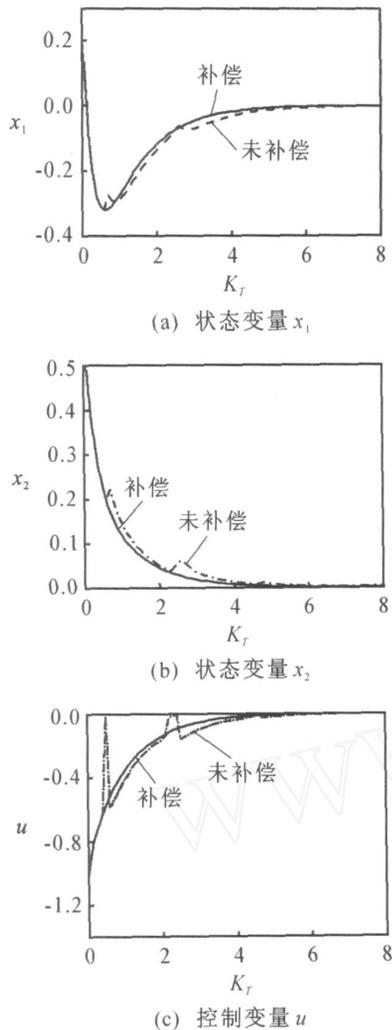


图2 数据样例仿真结果

从仿真结果看,估值补偿方法能够有效地解决具有数据包丢失的NCS的最优控制问题。

5 结 论

本文针对控制器节点和执行器节点均采用时钟驱动工作方式的短时延NCS,提出了一种数据包丢失的估值补偿方法.对于大多数控制系统而言,执行器往往采用事件驱动工作方式.另外,网络的诱导时延往往大于一个采样周期.如何解决这些情况下的具有数据包丢失的NCS的最优控制问题,有待于进一步分析和研究。

参考文献(References)

[1] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 85-99.

[2] Montestruque L A, Antsaklis P. Stability of model-based networked control systems with time-varying transmission times [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1562-1572.

[3] Tahoun A H, HuarJing F. Adaptive stabilization of networked control systems with network-induced delay [J]. Mediterranean J of Measurement and Control, 2007, 3(4): 183-190.

[4] Tabbara M, Nesic D, Teel A R. Stability of wireless and wireline networked control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(9): 1615-1630.

[5] Liu G P, Mu J X, Rees D, et al. Design and stability analysis of networked control systems with random communication time delay using the modified MPC[J]. Int J of Control, 2006, 79(4): 288-297.

[6] Lian F-L, Moyne J, Tilbury D. Modelling and optimal controller design of networked control systems with multiple delays[J]. Int J of Control, 2003, 76(6): 591-606.

[7] Ji K, Kim W-J. Stochastic optimal control and network co-design for networked control systems[J]. Int J of Control, Automation and Systems, 2007, 5(5): 515-525.

[8] Savkin A V. Analysis and synthesis of networked control systems: Topological entropy, observability, robustness and optimal control[J]. Automatica, 2006, 42(1): 51-62.

[9] Hu S, Zhu Q. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay [J]. Automatica, 2003, 39(11): 1877-1884.

[10] Huang J, Guan Z-H, Wang Z-D. Robust stabilization of uncertain networked control systems with data packet dropouts[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(3): 440-445.

[11] 孙海燕, 侯朝桢. 具有数据包丢失及多包传输的网络控制系统稳定性[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 511-515.
(Sun H Y, Hou C Z. Stability of networked control systems with data packet dropout and multiple-packet transmission[J]. Control and Decision, 2005, 20(5): 511-515.)

[12] Yu M, Wang L, Chu T, et al. Stabilization of networked control systems with data packet dropout and transmission delays: Continuous-time case [J]. European J of Control, 2005, 11(1): 40-49.

[13] 樊卫华, 蔡骅, 吴晓蓓, 等. 具有延时和数据包丢失的网络控制系统的稳定性[J]. 南京理工大学学报, 2004, 28(5): 465-468, 486.
(Fan W H, Cai H, Wu X B, et al. Stability of networked control systems with time-delay and data packet dropout[J]. J of Nanjing University of Science and Technology, 2004, 28(5): 465-468, 486.)