

文章编号: 100120920(2009)052064805

一种带参考批次的线性时变系统迭代学习控制算法

耿辉¹, 熊智华¹, 徐用懋¹, ZHANG Jie²

(1. 清华大学自动化系, 北京 100084; 2. School of Chemical Engineering and Advanced Materials, Newcastle University, Newcastle upon Tyne NE1 7RU, UK)

摘要: 针对线性时变系统的轨迹跟踪控制问题, 提出一种带参考批次的迭代学习控制算法, 并给出了算法的收敛性分析. 该迭代学习控制算法不需要事先了解线性时变对象的太多知识, 而是将当前批次输入轨迹的较小变化所引起的输出轨迹作为参考批次, 并以当前批次与参考批次的输入变化与对应的输出变化之比作为学习律, 从而实现目标轨迹的跟踪. 以一个典型的线性时变系统为例进行仿真分析, 验证了所提出算法的有效性.

关键词: 迭代学习控制; 参考批次; 线性时变系统

中图分类号: TP271

文献标识码: A

Iterative learning control with reference batch for linear time variant system

GENG Hui¹, XIONG Zhihua¹, XU Yongmao¹, ZHANG Jie²

(1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. School of Chemical Engineering and Advanced Materials, Newcastle University, Newcastle upon Tyne NE1 7RU, UK. Correspondent: GENG Hui, E-mail: genghui01@mails.tsinghua.edu.cn)

Abstract: For the trajectory tracking control of linear time variant system, an iterative learning control method is presented and the convergence proof is given. This method does not need detailed knowledge of the system. However, a reference batch is designed, in which some small change of input trajectory in the current batch is applied to the system. Then its output trajectory is obtained. The ratio of the input change and corresponding output change in the current and reference batch is used as the gain in the learning law for calculating the input of next batch. Thus the method can track the desired trajectory successfully while the batch is running on. The simulation results show the effectiveness of the method.

Key words: Iterative learning control; Reference batch; Linear time variant system

1 引言

由 Arimoto 等^[1]提出的迭代学习控制(ILC), 主要研究有限时间区间上的具有重复运动性质的被控系统跟踪问题. 经过 20 多年的发展, 迭代学习控制在算法、性质分析、工程应用等方面都取得了巨大进展^[2].

迄今为止, 迭代学习控制的研究主要在线性系统展开, 假定过程对象可用某种线性模型描述(例如线性定常模型^[3]). Bristow 等^[4]对基于线性模型的迭代学习控制研究的主要成果进行了综述. 近年来, 基于非线性模型的迭代学习控制的研究也在逐渐发

展^[5]. Chien 等研究了传统的比例型迭代学习控制算法在非线形时变系统上的应用^[6]; 许建新和侯忠生^[7]对基于 Lyapunov 方法的非线性系统迭代学习控制研究进行了总结. 最优迭代学习控制是一类简单实用的迭代学习算法, 其学习律可通过优化二次型目标函数得到^[8]. Lee 等^[9,10]通过对间歇过程温度控制的研究, 提出一种基于线性时变模型的最优迭代学习算法. 然而, 上述迭代学习控制算法或多或少都需要知道一定的对象的具体知识. 在对象具体知识所知甚少的情况下, 如何设计合适的迭代学习控制算法, 在很大程度上仍是一个未解决的问题.

收稿日期: 2008205209; 修回日期: 2008207217.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874049); 国家 863 计划项目(2007AA04Z193); UK Department for Innovation, Universities and Skills under the UK/China Fellowship for Excellence Programme.

作者简介: 耿辉(1982), 男, 山西运城人, 博士生, 从事过程建模与控制、迭代学习控制等研究; 徐用懋(1935), 女, 河南开封人, 教授, 博士生导师, 从事复杂过程建模、控制与优化的研究.

本文针对线性时变系统的轨迹跟踪控制问题, 提出一种带参考批次的迭代学习控制算法. 该迭代学习控制算法不需要事先了解线性时变对象的太多知识, 而是将当前批次输入轨迹的较小变化所引起的输出轨迹作为参考批次, 并以当前批次与参考批次的输入变化与对应的输出变化之比作为学习律, 从而实现目标轨迹的跟踪.

2 迭代学习控制算法设计

考虑如下的迭代学习控制问题: 控制对象是在时间区间 $[0, N]$ 上的单输入单输出(SISO) 线性离散时变系统

$$Y = PU. \quad (1)$$

其中: $U = [u(0), u(1), \dots, u(N-1)]^T \in \mathbb{R}^n$ 为输入向量; $Y = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T \in \mathbb{R}^n$ 为输出向量; P 为线性时变系统(1) 的脉冲响应矩阵, 其具体元素未知.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & & 0 \\ p_{21} & p_{22} & & 0 \\ s & s & w & s \\ p_{N1} & p_{N2} & & p_{NN} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

假定 1 每个迭代批次的系统初始条件不变;

假定 2 每个迭代批次的时间区间长度 N 不变;

假定 3 系统脉冲响应矩阵 P 满足

$$\sum_{j=k}^i p_{ij} \leq X, 0 \leq i \leq N, 1 \leq k \leq i. \quad (3)$$

对于系统(1), 迭代学习控制的目标是随着批次数 k 的增加, 输出向量 Y_k 渐近收敛于设定的目标轨迹向量 $Y_d = [y_d(1), y_d(2), \dots, y_d(N)]^T$.

为了实现这一目标, 迭代学习控制算法采用迭代法来更新输入向量, 其一般形式如下:

$$U_{k+1} = U_k + L_k E_k. \quad (4)$$

其中: $E_k = Y_d - Y_k = [\alpha_k(1), \alpha_k(2), \dots, \alpha_k(N)]^T$ 为第 k 批次的输出误差向量, L_k 为第 k 批次的学习律矩阵.

随批次数 k 而变化的学习律矩阵 L_k 的设计方法有多种^[4]. 对于非线性系统, 可取 L_k 为对角阵的正割型学习算法^[11], 即

$$L_k(t+1, t+1) = \frac{u_k(t) - u_{k-1}(t)}{g(x_k, u_k, t) - g(x_k, u_{k-1}, t)}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1. \quad (5)$$

其中 $y = g(x, u, t)$ 为非线性系统的输出函数.

在计算正割型学习算法的学习律矩阵 L_k 时, 需要知道非线性系统的输出函数 g 与系统状态 x_k , 即需要知道一定的系统知识. 若学习律矩阵 L_k 仅由对

象输入输出数据计算得到, 则将更便于实际应用. 基于这一思路, 类似于正割型学习算法, 本文设计一种带参考批次的迭代学习控制算法(R2ILC) 如下:

Step1: 在第 k 批次, 生成参考输入 U_{rk} . 首先, 根据收敛指标 E (E 为较小的正实数) 判断当前批次在 t 时刻是否达到收敛, 从而得到参考输入 U_{rk} 与当前批次输入 U_k 的起始差别时刻 t_{rs} , 即

$$\begin{cases} t_{rs} = \min(t), |e_k(t+1)| > E \\ t_{rs} = N, |e_k(t+1)| < E \text{ for all } 0 \leq t < N. \end{cases} \quad (6)$$

其次, 根据起始差别时刻 t_{rs} 与当前批次输入 U_k , 生成参考输入 U_{rk} . 设定时刻 t_{rs} 之前保持 U_k 不变, 时刻 t_{rs} 之后取 U_k 的微小偏移 D , 便得到参考输入 U_{rk} , 即

$$\begin{cases} u_{rk}(t) = u_k(t), 0 \leq t < t_{rs}; \\ u_{rk}(t) = u_k(t) + D, t_{rs} \leq t < N. \end{cases} \quad (7)$$

若 $t_{rs} = N$, 则表明当前批次的所有时刻均已实现跟踪收敛, 算法迭代结束; 否则, 转 **Step2**.

Step2: 保持初始条件不变, 将参考输入 U_{rk} 作用于系统(1), 得到系统输出 Y_{rk} . 为区别起见, 这一运行批次被称为参考批次(reference batch); 对应地, 用以生成参考输入的批次被称为基本批次(basic batch).

Step3: 以基本批次和参考批次在对应时刻的输入之差与输出之差的比值作为学习律, 计算新基本批次上的输入 U_{k+1} , 即

$$\begin{cases} u_{k+1}(t) = u_k(t), 0 \leq t < t_{rs}; \\ u_{k+1}(t) = u_k(t) + \frac{u_k(t) - u_{rk}(t)}{y_k(t+1) - y_{rk}(t+1)} e_k(t+1), \\ t_{rs} \leq t < N. \end{cases} \quad (8)$$

注 1 因为系统(1) 满足式(3) 的条件, 所以上式中的分母满足非零条件, 具体说明见后.

Step4: 在第 $k+1$ 个基本批次保持初始条件不变, 以 U_{k+1} 为输入运行系统(1). 当批次运行结束后, 若基本批次数 $k+1$ 已达到设定的最大值 k_{max} , 则算法迭代结束; 否则, 返回 **Step1**, 继续迭代.

Step1 和 **Step2** 中参考批次的生成以及 **Step3** 中学习律的更新, 也可与时刻 t_{rs} 相关联. 若 t_{rs} 不变, 则不生成新的参考批次, 相应地也不更新学习律.

由上述 R2ILC 算法的设计可以看出, 该算法的学习律仅取决于线性时变对象的输入输出数据和所设定的收敛指标, 不需要事先了解线性时变对象的太多知识, 因而非常便于实际应用. 随着迭代批次的增加, R2ILC 算法中的参考批次输入与基本批次输入的起始差别时刻 t_{rs} 也逐渐向后推进, 直到 $t_{rs} = N$

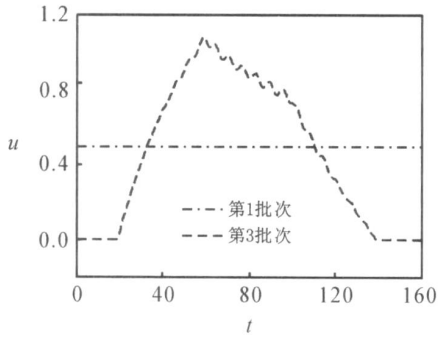


图2 R2ILC算法对坡形折线目标轨迹的跟踪(输入)

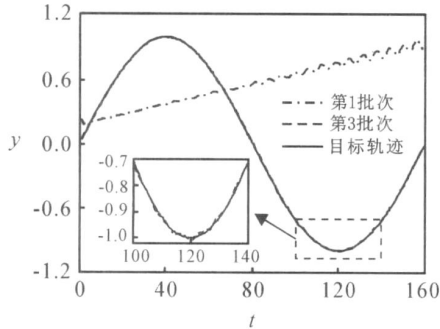


图3 R2ILC算法对正弦曲线目标轨迹的跟踪(输出)

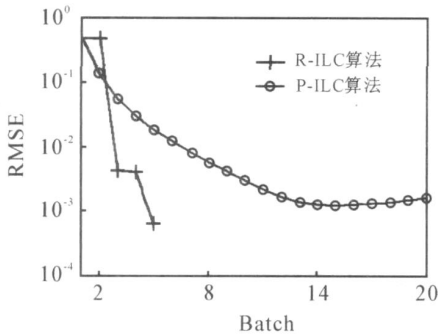


图4 R2ILC算法与P2ILC算法对坡形折线目标轨迹的RMSE变化对比

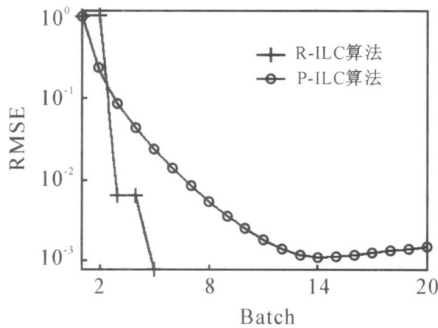


图5 R2ILC算法与P2ILC算法对正弦曲线目标轨迹的RMSE变化对比

正弦曲线轨迹, R2ILC 算法均在第 5 个批次(第 3 个基本批次)上达到了设定的收敛指标 $E=10^{-3}$, 整体的跟踪收敛速度明显优于 P2ILC 算法。

5 结 论

本文针对线性时变系统的轨迹跟踪控制问题,

提出了一种带参考批次的迭代学习控制算法. 该迭代学习控制算法将当前批次输入轨迹的较小变化所引起的输出轨迹作为参考批次, 并以当前批次与参考批次的输入变化与对应的输出变化之比作为学习律, 便可实现目标轨迹的跟踪. 仿真实例表明, 与传统的比例型迭代学习控制算法(P2ILC)相比, 本文的迭代学习控制算法具有更好的跟踪效果.

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning[J]. J Robotic Systems, 1984, 1(2): 1232140.
- [2] Lee J H, Lee K S. Iterative learning control applied to batch processes: An overview[J]. Control Engineering Practice, 2007, 15(10): 13021318.
- [3] Saab S A. Discrete time learning control algorithm for a class of linear time invariant systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(6): 11321142.
- [4] Bristow D A, Tharayil M, Alleyne A G. A survey of iterative learning control [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2006, 26(3): 92114.
- [5] Wang D. Convergence and robustness of discrete time nonlinear systems with iterative learning control [J]. Automatica, 1998, 34(11): 14421448.
- [6] Chien C J, Liu J S. P2type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time varying systems[J]. Int J Control, 1996, 64(2): 312334.
- [7] 许建新, 侯忠生. 学习控制的现状与展望[J]. 自动化学报, 2005, 31(6): 942954.
(Xu J X, Hou Z S. On learning control: The state of the art and perspective [J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(6): 9432955.)
- [8] Xiong Z H, Zhang J. Product quality trajectory tracking in batch processes using iterative learning control based on time varying perturbation models [J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 2003, 42(26): 680226814.
- [9] Lee K S, Lee J H. Convergence of constrained model based predictive control for batch processes [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 19221932.
- [10] Lee J H, Lee K S, Kim W C. Model based iterative learning control with a quadratic criterion for time varying linear systems [J]. Automatica, 2000, 36(5): 642657.
- [11] Xu J X, Tan Y. Linear and nonlinear iterative learning control [M]. Berlin: Springer Verlag, 2003.