文章编号: 1001-0920(2009)05-0658-05

连续时间 T-S 模糊系统的一种二次镇定方法

解相朋[1], 宋 阳[2], 张化光[1]
(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2. 鲁东大学 地理与规划学院, 山东 烟台 264025)

摘 要: 模糊隶属函数是模糊系统的重要组成部分,在系统镇定中考虑其结构和参数信息可以减少结果的保守性. 为此,针对连续时间 T-S 模糊系统的二次镇定问题,提出一种新的放松二次镇定条件. 运用一种有效的附加变量引入方式将隶属函数乘积界这一信息更好地纳入系统的镇定条件中,得到了比以往文献保守性更小的结果. 所有结果均以线性矩阵不等式形式给出. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 模糊系统; 放松二次镇定条件; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Approach to quadratic stabilization for continuous-time T-S fuzzy systems

XIE Xiang-peng[1], *SONG Yang*[2], *ZHANG Hua-guang*[1]
(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. School of Geography and Planning, Ludong University, Yantai 264025, China. Correspondent: XIE Xiang-peng, E-mail: xiexiangpeng1953@163.com)

Abstract: The fuzzy membership function is an important part of the T-S fuzzy systems, the conservatism of quadratic stabilization conditions can be released by considering its structure and parameters information. Therefore, a new relaxed quadratic stabilization condition for continuous-time Takagi-Sugeno (T-S) systems is proposed. While the information of the membership functions' cross bound is well introduced into the stabilization condition by applying an effective form of introducing additional variables and a less conservative reslut is attained. All the results proposed in this paper are in terms of linear matrix inequality. Finally, the simulation results show the effectiveness of the proposed results.

Key words: Fuzzy systems; Relaxed quadratic stabilization condition; Linear matrix inequality

1 引 言

在过去的几十年里,人们基于 T-S 模糊模型[1] 对非线性系统的稳定性分析和控制设计问题进行了广泛研究. 文献[2]证明了 T-S 模糊模型能以任意精度逼近定义在紧集上的连续函数,该性质使得 T-S 模糊模型成为研究非线性系统的有力工具. 在基于 T-S 模型的镇定方法中,并联分布补偿(PDC)[3] 技术的应用最为广泛. 文献[4-9]在如何减少基于 PDC 技术的二次镇定条件的保守性方面做了大量有效的工作. 其中:[4]将各个子系统之间的相互关系集中到一个矩阵中,以减少结果的保守性;[9]应用 Polya's 定理得到了该问题的渐近充要条件. 但正如[9]中所指出,该方法本身固有的两个缺点限制了它的应用范围. 比较而言,[8]的结果具有很小的保守性,同时其应用范围没有太多的限制(但要以计算量的增加为代价). 另一方面,模糊隶属函数是 T-S 模糊系统的重要组成部分,在系统的稳定性分析和镇定中,如何将隶属函数的信息考虑进去是一种减少结果保守性的有效途径. [10]考虑了隶属函数乘积界这一有用信息,通过引入附加变量的方式将该信息融合到放松二次镇定条件的推导中. 需要指出的是:当所考虑的隶属函数乘积界不是足够小时,[10]中得到的结果不能保证比[8]具有更小的保守性.

收稿日期: 2008-05-07; **修回日期**: 2008-07-18.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60572070, 60521003, 60774048, 60728307); 教育部长江学者及创新团队计划项目(IRT0421).
作者简介: 解相朋(1982—), 男, 山东潍坊人, 博士生, 从事模糊控制、随机控制的研究; 张化光(1959—), 男, 吉林省吉林市人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、神经网络稳定性等研究.

本文提出一种新的基于 PDC 技术的二次镇定方法. 该方法的主要思想是寻找一种新的附加变量引入方式,使得在系统分析时能更有效地考虑隶属函数的有用信息,减少结果的保守性.

2　预备知识

2.1　T-S 模糊控制系统

考虑由如下模糊规则描述的 T-S 模糊系统:

$$\text{If } \xi_1(t) \text{ is } M_{1i}, \text{ and}, \cdots, \xi_p(t) \text{ is } M_{pi},$$
$$\text{Then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t),$$
$$i = 1, \cdots, r. \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统状态变量; $u(t) \in R^m$ 为控制输入; $A_i \in R^{n\times n}$, $B_i \in R^{n\times m}$; $\xi_1(t), \cdots, \xi_p(t)$ 为模糊系统前件变量; r 为模糊规则数; M_{ij} 为模糊集, $i = 1, 2, \cdots, p$, $j = 1, 2, \cdots, r$.

模糊控制系统的总体模型可表示成

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)). \tag{2}$$

基于 PDC 技术[3], 设计模糊控制器如下:

$$\text{If } \xi_1(t) \text{ is } M_{1i}, \text{ and}, \cdots, \xi_p(t) \text{ is } M_{pi},$$
$$\text{Then } u(t) = K_i x(t), \ i = 1, \cdots, r.$$

由此, 模糊 PDC 控制器的总体模型可表示为

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t)) K_i x(t). \tag{3}$$

由式(2) 和(3) 可得 T-S 模糊控制系统的闭环表示形式如下:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(\xi(t)) h_j(\xi(t))(A_i + B_i K_j) x(t). \tag{4}$$

2.2　放松二次镇定条件

文献[8] 给出了基于 PDC 技术的一个放松二次镇定条件, 该条件具有比以往文献更小的保守性.

定理 1[8]　如果存在矩阵: $Q > 0$, $N_i (i = 1, \cdots, r)$, $Y_{iii} (i = 1, \cdots, r)$, $Y_{jii} = Y_{iij}^{\mathrm T}$ 和 $Y_{iji} (i = 1, \cdots, r, j \neq i, j = 1, \cdots, r)$, $Y_{ijl} = Y_{lji}^{\mathrm T}$, $Y_{ilj} = Y_{jli}^{\mathrm T}$, $Y_{jil} = Y_{lij}^{\mathrm T}$ $(i = 1, \cdots, r-2, j = i+1, \cdots, r-1, l = j+1, \cdots, r)$. 满足如下形式的线性矩阵不等式:

$$QA_i^{\mathrm T} + A_i Q + N_i^{\mathrm T} B_i^{\mathrm T} + B_i N_i \le Y_{iii}, \ i = 1, \cdots, r;$$
$$2QA_i^{\mathrm T} + QA_j^{\mathrm T} + 2A_i Q + A_j Q + (N_i + N_j)^{\mathrm T} B_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T} B_j^{\mathrm T} + B_i(N_i + N_j) + B_j N_i \le Y_{iij} + Y_{iji} + Y_{iij}^{\mathrm T}, \ i = 1, \cdots, r, j \neq i, j = 1, \cdots, r;$$
$$2Q(A_i + A_j + A_l)^{\mathrm T} + 2(A_i + A_j + A_l)Q + (N_j + N_l)^{\mathrm T} B_i^{\mathrm T} + (N_i + N_l)^{\mathrm T} B_j^{\mathrm T} + (N_i + N_j)^{\mathrm T} B_l^{\mathrm T} + B_i(N_j + N_l) + B_j(N_i + N_l) + B_l(N_i + N_j) \le Y_{ijl} + Y_{jil} + Y_{ilj} + Y_{ijl}^{\mathrm T} + Y_{jil}^{\mathrm T} + Y_{ilj}^{\mathrm T},$$
$$i = 1, \cdots, r-2,$$
$$j = i+1, \cdots, r-1, \ l = j+1, \cdots, r;$$
$$\begin{bmatrix} Y_{1i1} & Y_{1i2} & \cdots & Y_{1ir} \\ Y_{2i1} & Y_{2i2} & \cdots & Y_{2ir} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ Y_{ri1} & Y_{ri2} & \cdots & Y_{rir} \end{bmatrix} < 0, \ i = 1, \cdots, r.$$

则闭环系统(4) 是渐近稳定的, 且控制器增益矩阵可由 $K_j = N_j Q^{-1}$ 给出, $j = 1, \cdots, r$.

正如文献[10] 所指出, 由于文献[4-9] 没有考虑隶属函数的信息, 在具体应用中仍然具有很多保守性. 文献[10] 通过考虑隶属函数乘积界这一信息得到了新的放松二次镇定条件, 并给出了如下假设:

$$0 \le h_i(\xi(t)) h_j(\xi(t)) \le \beta_{ij},$$
$$\forall \xi(t), \ 1 \le i \le j \le r. \tag{5}$$

文献[10] 给出了条件(5) 在实际应用中的合理性和通用性, 并给出了对于具体问题这个界的获取方法.

定理 2[10]　考虑满足条件(5) 的模糊系统(4), 若存在: $Q > 0$, $N_i (i = 1, \cdots, r)$, $X_{ij} = X_{ji}^{\mathrm T} (i = 1, \cdots, r, j = 1, \cdots, r)$, $R_{ij} \ge 0 (1 \le i \le j \le r)$. 满足如下形式的线性矩阵不等式:

$$X_{ii} \le Q_{ii} + R_{ii} - \Lambda,$$
$$X_{ij} + X_{ji} \le Q_{ij} + Q_{ji} + R_{ij} - 2\Lambda,$$
$$\begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1r} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ X_{r1} & \cdots & X_{rr} \end{bmatrix} > 0.$$

其中

$$\Lambda = \sum_{k=1}^{r}\sum_{l=k}^{r} \beta_{kl} R_{kl},$$
$$Q_{ii} = -QA_i^{\mathrm T} - A_i Q - N_i^{\mathrm T} B_i^{\mathrm T} - B_i N_i,$$
$$Q_{ij} = -QA_i^{\mathrm T} - A_i Q - QA_j^{\mathrm T} - A_j Q - N_j^{\mathrm T} B_i^{\mathrm T} - B_i N_j - N_i^{\mathrm T} B_j^{\mathrm T} - B_j N_i.$$

则闭环系统(4) 是渐近稳定的, 且控制器增益矩阵可由 $K_j = N_j Q^{-1}$ 给出, $j = 1, \cdots, r$.

注 1　尽管文献[10] 在系统分析中考虑了隶属函数信息, 但所得结论的保守性并不一定比文献[8] 的小, 尤其当其应用的隶属函数乘积界比较大时. 另一方面, 文献[8] 的计算量要比其他文献大许多, 这主要是因为在系统分析中考虑了更多种子系统之间的组合关系, 这意味着在计算量与保守性之间存在矛盾关系.

3　主要结果

下面给出一个新的放松二次镇定条件. 通过利用一种新的附加变量引入方法, 在系统设计中更有效地考虑隶属函数的有用信息(5), 进而减少结果的

保守性.

定理 3 考虑满足条件(5)的闭环系统(4),若存在矩阵: $Q > 0$, $N_i\,(i = 1,\cdots,r)$, $Y_{iii} = Y_{iii}^{\mathrm T}\,(i = 1,\cdots,r)$, $Y_{jii} = Y_{iij}^{\mathrm T}$ 和 $Y_{iji} = Y_{iji}^{\mathrm T}\,(i = 1,\cdots,r, i \neq j, j = 1,\cdots,r)$, $Y_{ijl} = Y_{lji}^{\mathrm T}$, $Y_{jil} = Y_{lij}^{\mathrm T}$, $Y_{ilj} = Y_{jli}^{\mathrm T}\,(i = 1,\cdots,r-2, j = i+1,\cdots,r-1, l = j+1,\cdots,r)$, $R_{ij} \geq 0\;(1 \leq i \leq j \leq r)$. 满足如下形式的线性矩阵不等式:

$$QA_i^{\mathrm T} + A_iQ + N_i^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + B_iN_i - R_{ii} + \boldsymbol{\Pi} \leq Y_{iii},\quad i = 1,\cdots,r; \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&2QA_i^{\mathrm T} + QA_j^{\mathrm T} + 2A_iQ + A_jQ + (N_i + N_j)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + B_i(N_i + N_j) + \\&B_jN_i - R_{ij} - R_{ii} + 3\boldsymbol{\Pi} \leq Y_{iij} + Y_{iji} + Y_{iij}^{\mathrm T},\\&i = 1,\cdots,r, i \neq j, j = 1,\cdots,r;\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&2Q(A_i + A_j + A_l)^{\mathrm T} + 2(A_i + A_j + A_l)Q + \\&(N_j + N_l)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + B_i(N_j + N_l) + \\&(N_i + N_l)^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + B_j(N_i + N_l) + \\&(N_i + N_j)^{\mathrm T}B_l^{\mathrm T} + B_l(N_i + N_j) - \\&R_{ij} - R_{jl} - R_{il} + 6\boldsymbol{\Pi} \leq \\&Y_{ijl} + Y_{jil} + Y_{ilj} + Y_{ijl}^{\mathrm T} + Y_{jil}^{\mathrm T} + Y_{ilj}^{\mathrm T},\\&i = 1,\cdots,r-2, j = 1+1,\cdots,r-1,\\&l = j+1,\cdots,r;\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{1i1} & Y_{1i2} & \cdots & Y_{1ir} \\ Y_{2i1} & Y_{2i2} & \cdots & Y_{2ir} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ Y_{ri1} & Y_{ri2} & \cdots & Y_{rir} \end{bmatrix} < 0,\quad i = 1,\cdots,r. \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\Pi} = \sum_{k=1}^{r}\sum_{k\le l}^{r}\beta_{kl}R_{kl}$. 则闭环系统(4)是渐近稳定的,且控制器增益矩阵 $K_j = N_jQ^{-1}$, $j = 1,\cdots,r$.

证明 为表示方便,用 x 和 h_i 代替 $x(t)$ 和 $h_i(\xi(t))$. 考虑如下李亚普诺夫函数:

$$V(x) = x^{\mathrm T}Px,$$

$V(x)$ 沿系统(4)的导数为

$$\dot V(x) = x^{\mathrm T}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_ih_j\{(A_i + B_iK_j)^{\mathrm T}P + P(A_i + B_iK_j)\}x. \tag{10}$$

从式(10)可以看出,如果下述不等式成立:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_ih_j\{(A_i + B_iK_j)^{\mathrm T}P + *\} < 0, \tag{11}$$

则系统(4)是渐近稳定的. 其中符号 $*$ 表示对应项的转置.

令 $P = Q^{-1}$, $N_j = K_jQ$, 然后对式(11)两边左乘和右乘 Q 后得

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_ih_j\{QA_i^{\mathrm T} + N_j^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + *\} < 0. \tag{12}$$

对式(12)左侧变换求和次序,可得

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_ih_j(QA_i^{\mathrm T} + N_j^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + *) = \\&\sum_{m=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_mh_ih_j(QA_i^{\mathrm T} + N_j^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + *) = \\&\sum_{i=1}^{r}h_i^3(QA_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + *) + \\&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1,j\neq i}^{r}h_i^2h_j(2QA_i^{\mathrm T} + QA_j^{\mathrm T} + \\&(N_i + N_j)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + *) + \\&\sum_{i=1}^{r-2}\sum_{j=i+1}^{r-1}\sum_{l=j+1}^{r}h_ih_jh_l(2Q(A_i + A_j + A_l)^{\mathrm T} + \\&(N_j + N_l)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + (N_i + N_l)^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + \\&(N_i + N_j)^{\mathrm T}B_l^{\mathrm T} + *) \doteq \boldsymbol{\Theta}.\end{aligned}$$

另一方面,利用条件(5)可得

$$h_wh_sR_{ws}\sum_{k=1}^{r}h_k \leq \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_ih_jh_l\beta_{ws}R_{ws}.$$

由上面不等式易知

$$H_{ws} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_ih_jh_l\beta_{ws}R_{ws} - \sum_{k=1}^{r}h_kh_wh_sR_{ws} \geq 0,$$

那么如果有 $\boldsymbol{\Theta} + H_{ws} < 0$, 则 $\boldsymbol{\Theta} < 0$ 自然成立.

考虑所有隶属函数乘积界(即不同的 β_{ws}, $1 \leq w \leq s \leq r$), 可以得到 $\boldsymbol{\Theta} + \sum_{w=1}^{r}\sum_{s\geq w}^{r}H_{ws}$. 同样,若有 $\boldsymbol{\Theta} + \sum_{w=1}^{r}\sum_{s\geq w}^{r}H_{ws} < 0$, 则 $\boldsymbol{\Theta} < 0$ 成立. 变换 $\boldsymbol{\Theta} + \sum_{w=1}^{r}\sum_{s\geq w}^{r}H_{ws}$ 的求和次序,可得

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{r}h_i^3(QA_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + * + \boldsymbol{\Pi} - R_{ii}) + \\&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1,j\neq i}^{r}h_i^2h_j(2QA_i^{\mathrm T} + QA_j^{\mathrm T} + (N_i + \\&N_j)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + N_i^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + * + 3\boldsymbol{\Pi} - R_{ij} - R_{ii}) + \\&\sum_{i=1}^{r-2}\sum_{j=i+1}^{r-1}\sum_{l=j+1}^{r}h_ih_jh_l(2Q(A_i + A_j + A_l)^{\mathrm T} + \\&(N_j + N_l)^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T} + (N_i + N_l)^{\mathrm T}B_j^{\mathrm T} + (N_i + \\&N_j)^{\mathrm T}B_l^{\mathrm T} + * + 6\boldsymbol{\Pi} - R_{ij} - R_{jl} - R_{il}).\end{aligned} \tag{13}$$

此时,由式(6)~(8)和(13)可得

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Theta} \leq \boldsymbol{\Theta} + \sum_{w=1}^{r}\sum_{s\geq w}^{r}H_{ws} \leq \\&\sum_{i=1}^{r}h_i^3Y_{iii} + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1,j\neq i}^{r}h_i^2h_j(Y_{iij} + Y_{iji} + Y_{iij}^{\mathrm T}) + \\&\sum_{i=1}^{r-2}\sum_{j=i+1}^{r-1}\sum_{l=j+1}^{r}h_ih_jh_l(Y_{ijl} + Y_{ilj} + Y_{jil} + *) = \\&h_1\boldsymbol{\eta}^{\mathrm T}Y_1\boldsymbol{\eta} + h_2\boldsymbol{\eta}^{\mathrm T}Y_2\boldsymbol{\eta} + \cdots + h_r\boldsymbol{\eta}^{\mathrm T}Y_r\boldsymbol{\eta} =\end{aligned}$$

$$\eta^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{r} h_i Y_i\Big)\eta. \tag{14}$$

其中

$$\eta = \begin{bmatrix} h_1 I \\ h_2 I \\ \cdots \\ h_r I \end{bmatrix},\quad Y_i = \begin{bmatrix} Y_{1i1} & Y_{1i2} & \cdots & Y_{1ir} \\ Y_{2i1} & Y_{2i2} & \cdots & Y_{2ir} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ Y_{ri1} & Y_{ri2} & \cdots & Y_{rir} \end{bmatrix}.$$

于是,若式(9)成立,则 $\Theta < 0$ 显然成立,即闭环系统(4)是渐近稳定的. 同时,控制增益矩阵可由 $K_j = N_j Q^{-1}$ 求出, $j = 1, \cdots, r$. □

注 2　定理 3 可看作是对文献[10]中所提出的考虑隶属函数信息思想的扩展,目的是在系统设计中更有效地考虑隶属函数信息. 在今后的研究中,如果能找到更好的变量引入方式,则能进一步减少所得结果的保守性.

4　仿真例子

考虑如下连续时间 T-S 模糊系统[8]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{3} h_i (A_i (x(t) + B_i u(t))).$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.59 & -7.29 \\ 0.01 & 0 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.02 & -4.64 \\ 0.35 & 0.21 \end{bmatrix},\quad B_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -a & -4.33 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix},\quad B_3 = \begin{bmatrix} -b+6 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

设置可调参数 a 和 b,可用来比较定理 3 与定理 1、定理 2 的保守性大小. 这里选取隶属函数如下:

$$h_1 = \exp\Big(-\frac{(x_1+1)^2}{0.8^2}\Big)\Big/\Big(\exp\Big(-\frac{(x_1+1)^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{x_1^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{(x_1-1)^2}{0.8^2}\Big)\Big),$$

$$h_2 = \exp\Big(-\frac{x_1^2}{0.8^2}\Big)\Big/\Big(\exp\Big(-\frac{(x_1+1)^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{x_1^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{(x_1-1)^2}{0.8^2}\Big)\Big),$$

$$h_3 = \exp\Big(-\frac{(x_1-1)^2}{0.8^2}\Big)\Big/\Big(\exp\Big(-\frac{(x_1+1)^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{x_1^2}{0.8^2}\Big) + \exp\Big(-\frac{(x_1-1)^2}{0.8^2}\Big)\Big).$$

上述隶属函数的图像如图 1 所示,由文献[8]中介绍的方法容易求出 $\beta_{13} < 0.0218$.

根据以上信息,分别用定理 1 ～ 定理 3 求解可变参数 a 和 b 的取值范围,用图 2 ～图 4 分别给出定理 1 ～定理 3 所对应的二次镇定可行域,其中:圆圈表示可行点,叉号表示不可行点. 由图很容易看出,定理 3 的可行域远远大于定理 1 和定理 2 的可行域,

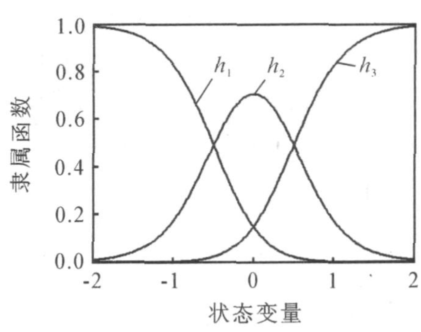

图 1　隶属函数

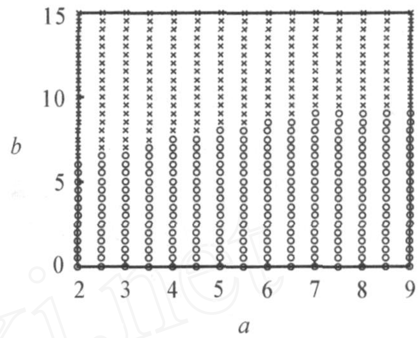

图 2　定理 1 的可行域

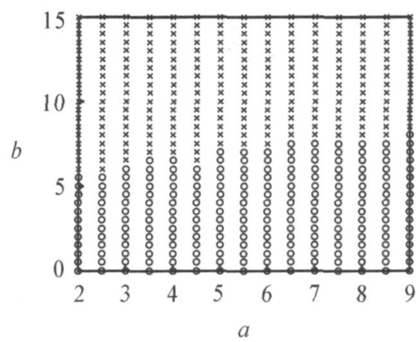

图 3　定理 2 的可行域

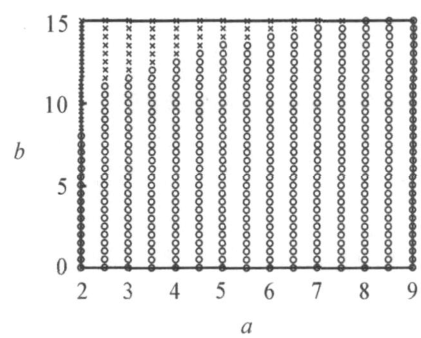

图 4　定理 3 的可行域

提出的二次镇定条件具有最小的保守性. 同时注意到图 2 中的可行域比图 3 的大一些,即此时定理 1[8]的保守性小于定理 2[10]的保守性.

选择 $a = 6$, $b = 10$,该点在图 1 和图 2 中是不可行点,但在图 3 中是可行的,即只有应用定理 3 才能镇定该系统. 求解线性矩阵不等式(6) ～ (9),可得系统控制增益矩阵为

$$K_1 = [-5.2076 \quad -4.8092],$$

$$K_2 = [-3.0295 \quad -11.2267],$$

$$K_3 = [2.1410 \quad 17.0880].$$

给定系统初始值 $x(0) = [1.2, -0.5]^T$,在所求得的控制器作用下系统的状态轨迹如图 5 所示.

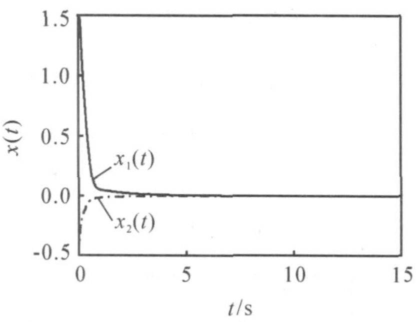

图 5 系统状态轨迹

5 结 论

本文给出了一种基于连续时间 T-S 模糊模型的二次镇定条件. 在控制器的设计中采用一种更有效的方式考虑隶属函数的有用信息,进而可以大大减少结果的保守性. 从仿真结果可以看出本文方法是有效的.

参考文献(References)

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(2): 116-132.

[2] Feng G, Cao S, Rees W. An approach to H_∞ control of a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 1996, 32(10): 1469-1474.

[3] Wang H, Tanaka K, Griffin M. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 14-23.

[4] Tanaka K, Ikeda T, Wang H. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed conditions and LMI-based designs[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1998, 6(2): 250-265.

[5] Kim E, Lee H. New approaches to relaxed quadratic stability conditions of fuzzy systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(5): 523-534.

[6] Liu X, Zhang Q. New approaches to H_∞ controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI[J]. Automatica, 2003, 39(9): 1571-1582.

[7] Teixeira M, Assuncao E, Avellar R. On relaxed LMI-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(5): 613-622.

[8] Fang C, Liu Y, Kau S, et al. A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2006, 14(3): 386-397.

[9] Sala A, Arino C. Asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(24): 2671-2686.

[10] Sala A, Arino C. Relaxed stability and performance conditions for T-S fuzzy systems with knowledge on membership function overlap [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics — Part B, 2007, 37(3): 727-732.

(上接第 657 页)

[6] Grefenstette J J. Genetic algorithms for changing environments[C]. Proc of the Parallel Problem Solving from Nature. Brussels, 1992: 137-144.

[7] Oppacher F, Wineberg M. The shifting balance genetic algorithm: Improving the GA in a dynamic environment [C]. Proc of Genetic and Evolutionary Computation. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1999: 504-510.

[8] Branke J, Kaubler T, Schmidt C, et al. A multi-population approach to dynamic optimization problems [C]. Proc of the Adaptive Computing in Design and Manufacturing. Berlin: Springer-Verlag, 2000: 299-308.

[9] Shengxiang Yang. Memory-enhanced univariate marginal distribution algorithms for dynamic optimization problems [C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Edinburgh, 2005, 3: 2560-2567.

[10] Iason Hatzakis, David Wallace. Dynamic multi-objective optimization with evolutionary algorithms: A forward-looking approach [C]. Genetic and Evolutionary Computation Conf. Proc of the 8th Annual Conf. Seattle, Washington, 2006: 1201-1208.

[11] Larranaga P, Etxeberria R, Lozano L A, et al. Optimization by learning and simulation of Bayesian and Gaussian networks [R]. Euskal Herriko Unibertsitatea, Spain: Department of Computer Science and Artificial Intelligence, University of the Basque Country, 1999: 2254-2265.

[12] Guanyu Pan, Quansheng Dou, Xiaohua Liu. Performance of two improved Particle swarm optimization in dynamic optimization environments[C]. Proc of the 6th Int Conf on Intelligent Systems Design and Applications. Washington, 2006: 2075-2085.