

文章编号: 1001-0920(2009)05-0670-05

基于辅助变量的闭环系统子空间辨识

衷路生, 杨 辉

(华东交通大学 电气与工程学院, 南昌 330013)

摘 要: 提出一种基于辅助变量的子空间辨识方法, 适用于控制器信息未知以及参考输入已知的闭环系统参数辨识. 通过将输入-输出数据块正交投影到辅助变量的行空间, 直接得到扩展观测矩阵垂空间的估计. 由此可从闭环系统中提取出对象模型信息, 同时由 SVD 分解得到扩展观测矩阵与下三角 Toeplitz 矩阵的估计. 给出了系统参数矩阵、噪声矩阵的计算方法. 将所提出的子空间辨识方法应用于闭环动态的系统参数估计, 其结果表明了该方法的有效性.

关键词: 系统辨识; 子空间辨识; 闭环系统; 辅助变量; 正交投影

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Closed-loop subspace identification based on instrumental variable

ZHONG Lu-sheng, YANG Hui

(College of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China.
Correspondent: ZHONG Lu-sheng, E-mail: lszhongzju@gmail.com)

Abstract: A subspace identification method based on instrumental variable is proposed for parameter estimation of closed-loop dynamic systems with known setpoint input. The proposed method is suitable for the closed-loop identification without any controller information. The orthogonal complement to the extended observability matrix can be directly estimated by projecting the future input-output block data onto the row space of the instrumental variable. Then the model process information can be extracted from the closed-loop dynamic systems. The extended observability matrix and lower triangular block-Toeplitz matrix can be estimated by the singular value decomposition. Furthermore, the computation of the system parameter matrices and the noise covariance matrix is given. Finally, a simulation example illustrates the performance of the proposed algorithm in closed-loop identification.

Key words: System identification; Subspace identification; Close-loop system; Instrumental variable; Orthogonal projection

1 引 言

闭环系统的辨识具有重要的理论意义和工程应用价值, 长期以来一直作为热点问题而备受关注^[1-3]. 许多辨识方法相继被提出, 用以估计闭环系统的参数, 可分为子空间方法、间接法、直接法以及输入-输出联合估计法等. 其中, 由于子空间方法具有算法数值稳定性、无需迭代优化、参数估计不依赖初值选取等优点而受到极大关注.

在闭环状态下, 由于存在反馈环节, 系统的输入和噪声具有相关性, 这是闭环系统子空间辨识所面临的共同难题. 目前, 已经提出了许多闭环系统的子

空间辨识方法. Ljung 等^[2]用 ARX 模型设计了系统输出的多步预报器; 然后将系统的状态向量表达成多步预报输出的线性组合; 最后用最小二乘方法来估计闭环系统的参数. 在 ARX 模型阶次趋于无穷大的条件下, 这种方法能实现系统参数的无偏一致估计. 文献[3]利用数据正交分解原理, 提出一种闭环子空间辨识方法, 其辨识系统参数包含两步: 第 1 步将输入-输出数据块向输入数据张成的空间进行投影, 以消除噪声影响; 第 2 步计算系统参数. 文献[4]讨论了预估器框架下多种子空间辨识方法的联系; Chou 等^[5]提出的辅助变量方法可用于闭环系统

收稿日期: 2008-04-29; 修回日期: 2008-07-29.

基金项目: 江西省教育厅项目(GJ09222); 国家自然科学基金项目(60864004); 国家 863 计划项目(2008AA04Z129).

作者简介: 衷路生(1979—), 男, 江西信丰人, 讲师, 博士, 从事系统辨识、信号处理的研究; 杨辉(1965—), 男, 江西高安人, 教授, 博士, 从事复杂系统建模与控制的研究.

以及变量有观测误差的开环系统辨识,但其要求输入为白化信号;Wang 等^[6]依据奇偶理论,利用主元分析法,先估计出扩展观测矩阵的正交补空间,再分别计算系统参数矩阵;Qin 等^[7]指出了传统子空间辨识方法的非因果投影的不足,同时提出了折息估计的闭环子空间辨识方法;Jasson^[8]利用高阶 ARX 模型提前估计系统的马尔可夫参数,再估计观测矩阵,这样可以避免因果投影运算;Chiuso 等^[9]则给出了文献[7,8]两种闭环子空间算法的一致性分析,指出当闭环零点接近单位圆时忽略初始条件会导致算法的估计结果出现偏差;Huang 等^[10]提出了基于投影算法以及奇异值分解原理的闭环子空间辨识方法,分析了已有的辅助变量辨识方法产生误差的原因,同时提出了 CSOPIM 和 CSIMPICA 两种辨识方法,这种方法的特点是系统参考输入已知。

本文提出一种基于辅助变量的闭环系统正交投影子空间辨识方法.该方法可以消除反馈引起的噪声和输入信号的相关性影响,提高闭环系统参数估计精度.同时讨论了辅助变量的选取原则,给出了系统参数矩阵、噪声矩阵以及噪声协方差矩阵的计算方法。

2 辨识问题描述

考虑图 1 所描述的闭环动态系统.由图 1 可知,整个系统由两部分组成,第 1 部分是需要辨识的对象(虚线框内容),其状态空间模型为

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Gv_k, \\ y_k &= Cx_k + Du_k + v_k. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: x_k 为 n 维对象状态向量; y_k 为 l 维输出观测向量; u_k 为 m 维输入观测向量;系统参数矩阵 A, B, C, D 和 G 为适当维数矩阵; v_k 为协方差矩阵为 Σ 的白噪声序列.第 2 部分是控制器(结构图与辨识对象类似,故省略),其动力学方程为

$$\begin{aligned} x_{k+1}^c &= A_c x_k^c + B_c y_k, \\ u_k &= r_k - C_c x_k^c - D_c y_k. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: x_k^c 为 n_c 维控制器状态向量; r_k 为控制器参考输入; A_c, B_c, C_c 和 D_c 为与控制器有关的参数矩阵。

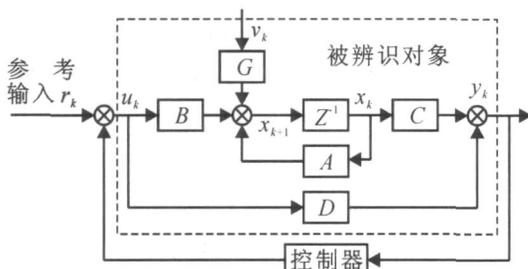


图 1 闭环辨识对象的结构框图

为便于分析,对闭环系统作如下假设:

假设 1 (A, C) 能观测;

假设 2 $(A, [B \ G])$ 能控;

假设 3 系统输入 u_k 和噪声 v_k 都是平稳随机序列,并满足 $E(v_k u_l) = 0, k > l, E(\cdot)$ 表示数学期望;

假设 4 矩阵 $A - GC$ 的特征根小于 1;

假设 5 参考输入 r_k 和噪声 v_k 统计独立。

则闭环系统辨识问题可描述为:给定 N 组对象输入 $U_N = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$,对象输出 $Y_N = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ 以及参考输入 $R_N = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$ 观测序列,估计动态系统(1)的阶次 n ,系统参数矩阵 A, B, C, D, G 以及噪声协方差阵。

为便于系统建模,将动态系统(1)用扩展状态空间模型描述,具体做法是取连续时间段的输入输出数据块来等价描述动态系统(1).为此,先定义如下变量:

对象过去输出的 Hankel 向量 $y_p(k)$ 和 Hankel 矩阵 Y_p 分别为(下标 p 和 f 分别表示过去和将来)

$$\begin{aligned} y_p(k) &= [y(k-i)^T, y(k-i+1)^T, \dots, \\ &\quad y(k-1)^T]^T \quad R^i, \\ Y_p &= [y_p(k), y_p(k+1), \dots, \\ &\quad y_p(k+j-1)] \quad R^{i \times j}; \end{aligned} \quad (3)$$

对象将来输出的 Hankel 向量 $y_f(k)$ 和 Hankel 矩阵 Y_f 分别为

$$\begin{aligned} y_f(k) &= [y(k)^T, y(k+1)^T, \dots, \\ &\quad y_f(k+i-1)^T]^T \quad R^i, \\ Y_f &= [y_f(k), y_f(k+1), \dots, \\ &\quad y_f(k+j-1)] \quad R^{i \times j}. \end{aligned} \quad (4)$$

用类似的方法可以定义对象过去输入 Hankel 矩阵和将来输入 Hankel 矩阵 U_p 和 U_f 。

根据以上定义,对于动态系统(1),经过多步迭代可得

$$\begin{aligned} X_f &= A^i X_p + {}^d U_p + {}^s V_p, \\ Y_f &= {}^i X_f + H_i^d U_f + H_i^s V_f, \\ Y_p &= {}^i X_p + H_i^d U_p + H_i^s V_p. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: X_p 和 Y_p 定义同式(3); X_f 和 Y_f 定义同式(4); ${}^i = (C^T, (CA)^T, \dots, (CA^{i-1})^T)^T$ 称为扩展观测矩阵;而

$$H_i^d = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \quad (6)$$

称为对象输入下三角 Toeplitz 矩阵;噪声下三角 Toeplitz 矩阵 H_i^s 定义与式(6)类似; ${}^d = (A^{i-1}B,$

..., B) 和 $s_i = (A^{i-1}G, \dots, G)$ 分别称为对象输入扩展能控矩阵和对象噪声扩展能控矩阵。

同理,对于控制器模型(2),可以得到如下扩展状态空间方程:

$$\begin{aligned} U_f &= {}^c_i X_f^c - H_i^c Y_f + R_f, \\ U_p &= {}^c_i X_p^c - H_i^c Y_p + R_p. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: R_f 和 R_p 分别为将来和过去参考输入 Hankel 矩阵,其定义如 $U_f, U_p; X_f^c$ 和 X_p^c 为控制器的将来和过去状态 Hankel 矩阵。

3 系统参数子空间辨识方法

下面详细阐述用子空间方法估计系统扩展观测矩阵以及下三角 Toeplitz 矩阵的计算过程.同时给出参数矩阵、噪声矩阵以及噪声协方差矩阵的计算方法。

3.1 确定对象观测矩阵

系统输入和噪声的相关性是引起闭环辨识复杂性的根本原因.为此,将式(5)和(7)中含有 U_f 的项移到左边,有

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I & -H_i^T \\ H_i^c & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_f \\ U_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_f \\ X_f^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_i^s & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ R_p \end{bmatrix} &, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 Z_f 表示将来输出输入矩阵.同样可以定义 $Z_p = ((Y_p)^T, (U_p)^T)^T$ 表示过去输出输入矩阵。

对于类似的问题,开环子空间辨识方法一般采用正交(斜)投影或辅助变量法得到对象观测矩阵或对象的非平稳 Kalman 状态估计序列,再用回归法或实现法计算参数矩阵以及噪声协方差.本文根据故障检测理论中常用的奇偶空间法,先估计对象观测矩阵的列正交补空间,再进行系统参数矩阵的计算.为此,对式(8)两边同时乘以 Q_2 补矩阵

$$Q_2 = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}.$$

其中: $(Q_2)^T Q_2 = 0$, $R^{li \times (li-n)}$ 和 $R^{mi \times (mi-n)}$ 分别表示 i 以及 c 的补矩阵,有

$$(Q_2)^T Q_1 = (Q_2)^T Q_3 Q_4. \quad (9)$$

将式(9)正交投影(设随机矩阵 $M \in R^{p \times q}$, $N \in R^{q \times j}$,则将矩阵 M 的行空间正交投影到矩阵 N 的行空间的正交投影运算定义为 $M/N = E(MN^T)[E(NN^T)]^{-1}N$)到辅助变量 W 的行上,得

$$(Q_2)^T Q_1/W = (Q_2)^T Q_3 Q_4/W. \quad (10)$$

由式(10)可知,所选用的辅助变量应满足2个条件:首先是能够提取出系统参数信息;其次是能够区分系统参数和控制器参数,即满足如下关系:

$$E(V_f W^T) = 0, E(R_f W^T) = 0. \quad (11)$$

由假设3和假设4可知,可以选 $W_x = \begin{bmatrix} R_f \\ Z_p \end{bmatrix}$ 作为辅助变量.此时,式(10)成为

$$(Q_2)^T Q_1/W_x = (Q_2)^T Q_3 Q_4/W_x = (0 \quad \quad)^T. \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ i \end{bmatrix} E(R_f (R_f^T Z_p^T)), \\ &= \begin{bmatrix} E \begin{bmatrix} R_f R_f^T & R_f Z_p^T \\ Z_p R_f^T & Z_p Z_p^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_f \\ Z_p \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

比较式(12)等号两端的0元素,有

$$\begin{aligned} (i \quad \quad)^T (I - H_i^d) Z_f/W_x &= \\ (i \quad \quad)^T (I - H_i^d) Z_f M &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $M = Z_f/W_x$.

由矩阵论知识可知,矩阵 $(i \quad \quad)^T (I - H_i^d) Z_f$ 的列空间与矩阵 M 的列空间互相垂直,而 M 的列补空间可根据如下定理得到。

定理1 假设1~假设3成立,且 $i > n$,如果矩阵 $M = Z_f/W_x$ 行满秩,对矩阵进行奇异值分解 $M = USV^T$,则矩阵 M 的列补空间是 $M^\perp = U(\quad, n+1 \quad (l+m) i)$. $U(\quad, n+1 \quad (l+m) i)$ 表示矩阵 U 的第 $(n+1)$ 列到 $(l+m) i$ 列数据。

证明 因为

$$M = \begin{bmatrix} Y_f \\ U_f \end{bmatrix} / W_x =$$

$$\begin{bmatrix} i & H_i^d \\ 0 & I_{mi \times mi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_f \\ U_f \end{bmatrix} / W_x + \underbrace{\begin{bmatrix} H_i^s \\ 0 \end{bmatrix} V_f / W_x}_{\text{term3} = 0} =$$

$$\text{term1} * \text{term2},$$

$i > n$, i 的秩 $\text{rank}(i) = n$,所以矩阵 term1 的秩为 $mi + n$.依据已知条件矩阵 term2 行满秩,可得矩阵 M 的秩为 $mi + n$,所以矩阵 M 的奇异值分解得到的零奇异值个数为 $(m+l)i - (mi+n) = li - n$,即

$$M = [U_1 \quad U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 S_1 V_1^T.$$

其中: $U_1 \in R^{(l+m)i \times n}$, $U_2 \in R^{(l+m)i \times ((l+m)i-n)}$,并且 U_2 与 U_1 互相垂直,所以 U_2 的列空间也垂直矩阵 M ,而 U_2 与定理1中的 $U(\quad, n+1 \quad (l+m) i)$ 相等,故 $M^\perp = U(\quad, n+1 \quad (l+m) i)$.

由定理1,可以取

$$\begin{aligned} (i \quad \quad)^T (I - H_i^d) &= \\ U(\quad, n+1 \quad (l+m) i) T, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $T \in R^{(li-n) \times (li-n)}$ 为任意非奇异矩阵。

记矩阵 $U(\quad, n+1 \quad (l+m) i)$ 的前 li 行和最后 mi 行分别为 U_1 和 U_2 ,则由式(14)可得到观测矩阵以

及输入下三角 Toeplitz 矩阵估计

$$\hat{A}_i = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_i^d = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 确定参数矩阵、噪声矩阵

由式(15)可以得到 A, C 的估计如下:

$$\hat{C} = \hat{A}_i(1 \ m, \dots) \quad (16)$$

利用关系 $\hat{A}_i(m+1 \ mi, \dots) = \hat{A}_i(1 \ m(i-1), \dots)A$, 由最小二乘法可以得到 A 的估计.

由式(6)和(15), 通过求解下列方程得到矩阵 B, D 估计:

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_i \\ P_2 & P_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ P_i & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{l \times l} & 0 \\ 0 & \hat{A}_i(1 \ (i-1)m, \dots) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{D} \\ \hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ i \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中: $\hat{A}_i = [P_1, P_2, \dots, P_m]$, $\hat{H}_i^d = [1, 2, \dots, i]$, $P_k = R^{(li-n) \times l}$, $k = 1, \dots, i$.

在系统参数矩阵 A, B, C, D 估计值确定后, 还要估计噪声矩阵 G 以及协方差矩阵 Σ . 将对象观测矩阵 \hat{A}_i 以及输入下三角 Toeplitz 矩阵 \hat{H}_i^d 代入式(5)可得

$$Y_f = \hat{A}_i^T X_f + \hat{H}_i^d U_f + H_i^{s*} V_f \quad (18)$$

为分析方便, 将噪声 v_k 表示成 $v_k = Lw_k$ (矩阵 $L = R^{l \times l}$), 满足 $E(w_k w_k^T) = I_{kl}$. 其中: $kl = 1$, if $k = l$; $kl = 0$, if $k \neq l$. 而噪声协方差可表示为 $\Sigma = LE(w_k w_k^T)L^T = LL^T$. 由于协方差矩阵 Σ 为对称正定阵, 由矩阵理论知, 矩阵 L 的逆阵存在, 这便保证了后续定理 2 的可实现性.

由式(1)和(5)可得 $H_i^s V_f = H_i^{s*} W_f$, 其中

$$H_i^{s*} = \begin{bmatrix} L & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ CA^{i-2}GL & CA^{i-3}GL & \dots & CGLL \end{bmatrix}$$

对式(1)进行多步迭代, 可得

$$x_k = A_k^i x_k - r + J_i(y_{k-i}, y_{k-i+1}, \dots, y_{k-1} u_{k-i}, u_{k-i+1}, \dots, u_{k-1})^T \quad (19)$$

其中: $J_i = [A_k^{i-1}G, A_k^{i-2}G, \dots, A_k G, G, A_k^{i-1}B_k, A_k^{i-2}B_k, \dots, B_k]$, $A_k = A - GC, B_k = B - GD$. 由假设 4, 当 i 很大时, $A_k^i \rightarrow 0$, 同时 $X_f = \frac{r}{0} X_{f-i} + J_i Z_p$

$J_i Z_p$, 代入式(18)得

$$Y_f - \hat{H}_i^d U_f = \hat{A}_i^T J_i Z_p + H_i^{s*} V_f \quad (20)$$

为求得矩阵 H_i^{s*} 和 W_f 的估计, 利用 W_f 和 Z_p 的统计独立性, 与文献[4]和[10]方法类似, 将式(20)正交投影到 Z_p 的行垂空间 Z_p^\perp 上, 可得

$$(Y_f - \hat{H}_i^d U_f) / Z_p^\perp = H_i^{s*} V_f^*, \quad (21)$$

其中 $(Y_f - \hat{H}_i^d U_f) / Z_p^\perp = Y_f - \hat{H}_i^d U_f - (Y_f - \hat{H}_i^d U_f) / Z_p$. 式(21)可通过矩阵 QR 分解实现, 如定理 2 所述.

定理 2 设有矩阵 QR 分解

$$\begin{bmatrix} Z_p \\ Y_f - \hat{H}_i^d U_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix}$$

则 $H_i^{s*} W_f = R_{22} Q_2^T, H_i^{s*} = R_{22}, W_f = Q_2^T$.

采用定理 1 的证明方法可证明定理 2 成立, 此略.

在估计出 H_i^{s*} 的取值后, 与式(17)求解 B, D 估计的方法类似, 可以得到 L 以及 GL 的估计, 则噪声参数矩阵与噪声协方差矩阵的估计分别为

$$\hat{G} = \widehat{GL}L^{-1}, \quad \hat{\Sigma} = \hat{L}L^T \quad (22)$$

以上子空间辨识方法包含的主要计算步骤及相应的复杂度为: 1) 确定扩展观测矩阵涉及奇异值分解运算, 复杂度为 $O((li + mi)j^2)$; 2) 估计参数矩阵 A, B, D 涉及最小二乘回归运算, 复杂度为 $O(n^2)$; 3) 计算参数矩阵 G 需要进行 QR 分解, 复杂度为 $O((2li + mi)^2 j)$. 总的算法复杂度为 $\max((li + mi)j^2, (2li + mi)^2 j)$. 由此可知, 所提出的子空间方法算法的复杂度由设定的数据块数 i, j 确定. 根据文献[4]的分析方法, 当 i, j 时, 利用所提出的方法可以得到系统参数的无偏一致估计, 为此付出的代价是计算量增大. 在实际应用中, 一般要在估计的准确性和算法效率之间进行折衷考虑.

4 数值仿真与结果分析

下面通过数值仿真来验证上述闭环动态系统子空间辨识方法. 考虑由文献[10]给出的闭环系统, 对象模型为

$$A = \begin{bmatrix} 4.40 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -8.09 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7.83 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4.00 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.00098 \\ 0.01299 \\ 0.01859 \\ 0.0033 \\ -0.00002 \end{bmatrix}$$

$$G = (2.3, -6.64, 7.515, -4.0146, 0.86336),$$

$$C = (1, 0, 0, 0, 0), \quad D = 0.$$

控制器模型为

$$A_c = \begin{bmatrix} 2.65 & -3.11 & 1.75 & -0.39 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_c = 0.61,$$

$C_c = [-0.4135, 0.8629, -0.7625, 0.2521]$. 输出噪声 v_k 是均值为 0, 协方差为 $1/9$ 的高斯噪声, 参考输入 r_k 是均值为 0, 协方差为 1 的高斯序列, 输出噪声和参考输入统计独立.

分别用本文提出的闭环子空间辨识方法以及文献[3]提出的方法进行 100 次蒙特-卡罗实验. 每次实验取不同的噪声序列, 但参考输入相同. 每次实验的数据长度 $j = 1200$, 数据的行块数 $i = 10$. 实验结果如图 2 所示.

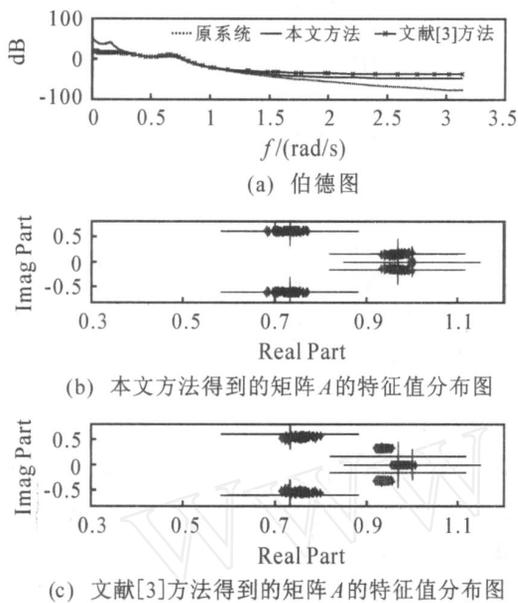


图2 闭环系统蒙特-卡罗仿真

图 2(a) 表示两种算法得到的状态空间模型平均 Bode 图幅频特性. 实线为本文估计所得到的曲线, 虚线是真实系统曲线, 带有星号“*”标记的是文献[3]算法得到的 Bode 图曲线. 横轴是频率, 取值范围是 $[0.01, 3.5]$ rad/s. 由图可以看出, 本文算法在 $[0, 2]$ 的弧度范围得到的 Bode 图能以较高精度逼近真实系统的 Bode 图, 只在高频部分出现小的偏差, Bode 图估计方差为 0.0035; 而文献[3]的算法在 $[0.3, 1.5]$ 之间的频段逼近精度高, 其余频段偏差较大, Bode 图估计方差是 0.0079.

图 2(b) 和图 2(c) 分别为本文方法和文献[3]方法对于状态转移矩阵 A 的特征值估计分布图. 图中直线的交叉点表示矩阵 A 的真实特征根. 由图可以看出, 对于复数对 $(0.9681 \pm 0.1486i)$ 以及 1 这三个特征值, 两种算法给出的估计都能围绕真实系统的特征值均匀分布; 而对于复数特征值 $(0.7319 \pm$

$0.6007i)$, 文献[3]方法出现较大偏差, 而本文方法仍能围绕真实特征值均匀分布.

5 结 论

本文讨论了闭环状态空间系统的参数辨识问题, 所提出的辅助变量正交投影方法能从闭环动态系统中分离出对象模型信息. 不同于一般子空间辨识方法直接估计扩展能观测性矩阵, 本文方法是先估计扩展能观测矩阵的垂空间, 再进行系统参数矩阵、噪声协方差矩阵的估计. 最后用本文方法对一个闭环动态系统进行了幅频特性以及特征根的蒙特-卡罗仿真实验, 结果表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Qin S J. An overview of subspace identification [J]. Computers and Chemical Engineering, 2006, 30 (10): 1502-1513.
- [2] Ljung L, McKelvey S T. Subspace identification from closed loop data [J]. Signal Processing, 1996, 52 (2): 209-215.
- [3] Katayama T, Tanaka H. An approach to closed-loop subspace identification by orthogonal decomposition [J]. Automatica, 2007, 43 (9): 1623-1630.
- [4] Chiuso A. The role of vector autoregressive modeling in predictor-based subspace identification [J]. Automatica, 2007, 43 (6): 1034-1048.
- [5] Chou C T, Verhaegen M. Subspace algorithms for the identification of multivariable dynamic errors-in-variable models [J]. Automatica, 1997, 33 (10): 1857-1869.
- [6] Wang J, Qin S J. Closed-loop subspace identification using the parity space [J]. Automatica, 2006, 42 (2): 315-320.
- [7] Qin S J, Lin W, Ljung L. A novel subspace identification approach with enforced causal models [J]. Automatica, 2005, 41 (12): 2043-2053.
- [8] Jasson M. Subspace identification and ARX modeling [C]. Proc of the 13th IFAC Symposium on System Identification. Rotterdam, 2003: 1625-1630.
- [9] Chiuso A, Picci G. Consistency analysis of some closed-loop subspace identification methods [J]. Automatica, 2005, 41 (3): 377-391.
- [10] Huang B, Ding S X, Qin S J. Closed-loop subspace identification: An orthogonal projection approach [J]. J of Process Control, 2005, 15 (1): 53-66.