第 24 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2009 年 6 月
Vol. 24 No. 6 Control and Decision Jun. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)06-0903-04

模糊互补判断矩阵一致性检验和改进方法研究

杨 静, 邱菀华
(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083)

摘 要: 针对模糊互补判断矩阵的一致性修正问题,指出了模糊互补判断矩阵一致性修正方法的不足. 从模糊一致矩阵传统定义出发,讨论了检验模糊判断矩阵是否满足完全一致性的方法,推导出模糊一致性指标,并给出了模糊判断矩阵一致性改进的方法. 从理论上分析了该算法的可行性. 这种算法不仅简便实用,而且为专家对原始判断信息进行针对性修正提供了参考依据.

关键词: 决策分析; 模糊多属性决策; 模糊互补判断矩阵; 一致性
中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Research on consistency test and modification approach of fuzzy judgement matrix

YANG Jing, QIU Wan-hua
(School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100083, China. Correspondent: YANG Jing, E-mail: yjing@cueb.edu.cn)

Abstract: Focusing on the problem with the fuzzy complementary judgement matrices consistency, the shortcomings of a method of improving consistency for fuzzy complementary judgement matrices are pointed out. The paper discusses the method of testing the complete consistency of the fuzzy complementary judgement matrices. On the basis of some theories, an algorithm is proposed to improve the fuzzy complementary judgement matrices consistency. Then the paper analyzes the feasibility of the algorithm theoretically. The algorithm is not only simple and effective, but also can provide a new idea for the research on attributes sorting or some references for experts to modify the original judgement matrix.

Key words: Decision research; Fuzzy multi-attribute decision-making; Fuzzy complementary judgement matrices; Consistency

1 引 言

在多属性决策中,决策者对因素(属性或方案)的偏好信息通常用判断矩阵的形式给出. 从判断矩阵中元素的表示方式看,判断矩阵有两种类型,即正互反判断矩阵和模糊互补判断矩阵(以下简称模糊判断矩阵). 与正互反判断矩阵相比,模糊判断矩阵更符合人的心理习惯,更容易为决策者所掌握和使用.

目前,对模糊判断矩阵的一致性研究已有一些成果[1-15]. 完全一致性最基本的判断方法是,在对角线元素为 0.5 的前提下,矩阵为行等差矩阵或列等差矩阵,这是一种非常理想化的结果. 决策者给出的模糊判断矩阵几乎不可能具有完全一致性. 要使其具有完全一致性需进行数学变换,而这些数学变换在一定程度上会改变原判断矩阵的信息,所得排序结果可能与实际专家的意见不符. 由专家一次作出的判断矩阵一般难以达到完全一致性的要求,但为了保证判断矩阵排序向量的可信度和准确性,必须对判断矩阵的一致性程度作一定要求,并对不具有满意一致性的判断矩阵进行调整. 文献[1-10]等提出采用数学变换将模糊判断矩阵转变为完全一致性矩阵,通过逼近一致矩形的方法利用偏差来确定每次待修正的元素. 这些方法各有特点,对判断矩阵一致性的改善都能起到一定的作用,但局限性也较多: 一是没有考虑原始判断矩阵的一致性程度, 即使一致性很差,转化后总是完全一致性模糊判断矩阵,

收稿日期: 2008-06-10; **修回日期**: 2008-11-10.
基金项目: 教育部人文社会科学规划研究基金项目(07JA630004).
作者简介: 杨静(1977—),女,山东成武人,讲师,博士生,从事模糊多属性决策的研究; 邱菀华(1946—),女,江西临川人,教授,博士生导师,从事决策分析、项目管理等研究.

因而由此确定的排序向量是不可信的;二是没有反映决策者的调整意见,所得结果可能与实际情况不符;三是采用逼近的思想进行元素调整,所构造的一致矩阵是否能够真正反映原问题的客观情况并没有正确的理论依据.因此,在实际应用中不宜采用这种方法.

本文基于模糊一致矩阵的传统定义,首先给出一致性模糊判断矩阵的若干性质;然后讨论模糊判断矩阵的一致性检验问题,给出一个衡量模糊判断矩阵一致性程度的指标;最后提出一种一致性改进方法.实践证明,该方法是非常有效的,它具有修正速度快、原信息丢失少、易于实现且不受排序方法的限制等优点.

2 模糊判断矩阵的一致性检验

定义 1 设判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$,若矩阵元素满足以下条件:1) $a_{ij}>0(i,j=1,2,\cdots,n)$;2) $a_{ii}=1(i=1,2,\cdots,n)$;3) $a_{ij}=1/a_{ji}(i,j=1,2,\cdots,n)$.则称 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为正互反判断矩阵.

若该矩阵为一致性判别矩阵,则具有如下特征:

$$a_{ii}=1,\ a_{ij}=1/a_{ji},\ a_{ij}=a_{ik}/a_{jk}.$$

定义 2 设二元对比矩阵 $P=(p_{ij})_{n\times n}$,如果 p_{ij} 满足:1) $p_{ii}=0.5(i=1,2,\cdots,n)$;2) $p_{ij}+p_{ji}=1(i,j=1,2,\cdots,n)$.则称矩阵 P 为模糊互补判断矩阵.

定义 3 若模糊判断矩阵 $P=(p_{ij})_{n\times n}$ 满足

$$(p_{ik}-0.5)+(p_{kj}-0.5)=p_{ij}-0.5,$$
$$i,j,k=1,2,\cdots,n,$$

则称 P 满足一致性.

对于模糊判断矩阵,检验其是否为一致性矩阵有如下的简单方法:

定理 1 模糊判断矩阵 $P=(p_{ij})_{n\times n}$ 是一致性矩阵的充要条件是 P 的任意两行的对应元素之差为常数.

对于定理 1,必须强调以下几点:

1) 当 P 为一致性模糊判断矩阵时,尽管 P 的任意两行的对应元素之差为常数,但选取不同的"行对",得到的这些常数一般是不同的;

2) 定理 1 对于 P 的列仍然成立;

3) 当 P 为一致性模糊判断矩阵时,由 $p_{ij}=p_{ik}-p_{jk}+0.5$ 可得 $p_{ik}-p_{jk}=p_{ij}-0.5$,因此

$$(1-p_{ki})-(1-p_{kj})=p_{ij}-0.5,$$

即

$$p_{ki}-p_{kj}=0.5-p_{ij}.$$

故可看出,P 的第 i 行、第 j 行对应元素之差与 P 的第 i 列、第 j 列对应元素之差互为相反数.

若 P 不是一致性模糊判断矩阵,如何衡量其一致性程度呢?

设 $P=(p_{ij})_{n\times n}$ 为模糊判断矩阵,若 P 满足一致性,则 $\forall i,j,k\in N$,有 $p_{ij}=p_{ik}-p_{jk}+0.5$,即

$$p_{ij}=p_{ik}+p_{kj}-0.5.$$

从而

$$\sum_{k=1}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)|=0,$$

即

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)|=0. \quad (1)$$

实际上,由于问题的复杂性以及决策者思维的不一致等原因,决策者给出的模糊判断矩阵往往不具有一致性,这时就存在 i,j,k,使 $p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)\neq 0$.

于是,对于给定的 $p_{ij}(i\neq j)$,

$$\sum_{k=1}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)| \quad (2)$$

有可能不等于 0.

在式(2)中,当 $k=i$ 或 $k=j$ 时,显然有

$$[p_{ij}-(p_{ii}+p_{ij}-0.5)]=$$
$$[p_{ij}-(p_{ij}+p_{jj}-0.5)]=0.$$

因此,使式(2)不等于 0 的有影响的 k 至多有 $n-2$ 个,故可用

$$N(p_{ij})=\frac{1}{n-2}\sum_{\substack{k=1,\\k\neq i,j}}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)| \quad (3)$$

来表示 p_{ij} 对 P 的不一致性的影响程度(贡献).

基于以上分析,可用指标

$$\rho=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1,\\j\neq i}}^{n}\Big[\frac{1}{n-2}\sum_{\substack{k=1,\\k\neq i,j}}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)|\Big]=$$
$$\frac{1}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1,\\j\neq i}}^{n}\sum_{\substack{k=1,\\k\neq i,j}}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)| \quad (4)$$

来表示 P 的不一致程度,并称 ρ 为 P 的一致性指标.因为 $p_{ji}=1-p_{ij}$,所以有

$$|p_{ji}-(p_{jk}+p_{ki}-0.5)|=$$
$$|1-p_{ij}-(1-p_{kj}+1-p_{ik}-0.5)|=$$
$$|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)|.$$

从而

$$\rho=\frac{2}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\sum_{\substack{k=1,\\k\neq i,j}}^{n}|p_{ij}-(p_{ik}+p_{kj}-0.5)|. \quad (5)$$

由此,可知如下定理成立:

定理 2　P 为一致性模糊判断矩阵的充要条件是其一致性指标 $\rho = 0$.

对于不满足一致性的模糊判断矩阵,其一致性指标 $\rho > 0$,且 ρ 越大, P 的一致性程度越差. 在实际应用中,可由决策者给定一个阈值 $\varepsilon > 0$(例如取 $\varepsilon = 0.2$) ,当 P 的一致性指标 $\rho < \varepsilon$ 时, 认为 P 具有满意的一致性.

需要指出的是, 对于模糊判断矩阵 P, 如果只检验 P 是否为一致性模糊判断矩阵, 而不进行调整,则利用定理 1 进行检验比用指标 ρ 进行检验要容易得多.

3　模糊判断矩阵的一致性改进方法

3.1　模糊判断矩阵一致性改进指标的选择

对不一致模糊互补判断矩阵进行校正,关键是利用判断矩阵中所提供的相关信息对矩阵中的某些元素作出修正,使尽可能多的差值 $|p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)|$ 尽可能等于 0. $\forall i, j, k \in N$,引入偏差符号 $\delta_{ijk} = |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)|$.

定理 3　对于模糊互补判断矩阵 P,当下标 $i, j, k(i, j, k \in N)$ 中至少有两个相同时,偏差 $\delta_{ijk} = 0$.

证明　不妨设 $i = j$,则

$$\delta_{ijk} = |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)| = |p_{ii} - (p_{ik} + p_{ki} - 0.5)| = |0.5 - (1 - 0.5)| = 0.\qquad \square$$

根据定理 3,在一致性改进过程中,能够引起注意的偏差共有 P_n^3 个.

定理 4　对于模糊互补判断矩阵 P,偏差 δ_{ijk}, δ_{jik}, δ_{ikj}, δ_{kij}, δ_{jki}, δ_{kji} 均相等.

证明　1) 当下标 $i, j, k(i, j, k \in N)$ 中至少有两个相同时

$$\delta_{ijk} = \delta_{jik} = \delta_{ikj} = \delta_{kij} = \delta_{jki} = \delta_{kji} = 0.$$

2) 当下标 $i, j, k(i, j, k \in N)$ 中两两都不相同时,下面证 $\delta_{ijk} = \delta_{jik}$.

$$\delta_{jik} = |p_{ji} - (p_{jk} + p_{ki} - 0.5)| = |1 - p_{ij} - (1 - p_{kj} + 1 - p_{ik} - 0.5)| = |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)| = \delta_{ijk}.$$

同理可证

$$\delta_{ijk} = \delta_{jik} = \delta_{ikj} = \delta_{kij} = \delta_{jki} = \delta_{kji}.\qquad \square$$

由定理 4 可知,可将 δ_{ijk}, δ_{jik}, δ_{ikj}, δ_{kij}, δ_{jki}, δ_{kji} 归为一类,不妨以 $\delta_{ijk}(1 \le i < j < k \le n)$ 作为此类偏差的代表元素. 这样,在一致性修正过程中,需要考察分析的偏差仅有 C_n^3 类. 特别地,当 $n = 3$ 时,需要讨论的偏差只有一类,这时调整其中任何一个偏差,其余偏差都会以相同的程度发生变化.

定理 5　若仅对矩阵 P 中的一对元素 (p_{ij}, p_{ji}) 作出修正,则只有下标同时含有 i, j 的偏差才可能发生变化,其余偏差均不变.

证明　从偏差公式 $\delta_{ijk} = |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)|$ 中容易得出上述结论. $\square$

3.2　模糊判断矩阵的一致性改进思想

对于矩阵中的任意一个非零偏差 $\delta_{ijk} = |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)|$,使其值减小的直接方法是修正 $p_{ij}(p_{ji})$ 或 $p_{ik}(p_{ki})$ 或 $p_{jk}(p_{kj})$. 为尽量保留专家提供的偏好信息,一个基本的修正原则是每次只调整一对元素,并且修正前后发生变化的偏差应满足条件

$$(p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5))(p_{ij}' - (p_{ik}' + p_{kj}' - 0.5)) \ge 0,\quad k \in N,\ k \ne i, j. \tag{6}$$

基于上述修正原则,可以清楚地分辨出定理 5 中所提偏差的具体变化情况. 不妨假设欲修正元素对 $p_{ij}(p_{ji})$ 使得偏差 δ_{ijk} 变小,则满足

$$(p_{ij} - (p_{it} + p_{tj} - 0.5))(p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)) > 0$$

的偏差 $\delta_{ijk}(k \in N, k \ne i, j)$ 都会减小;而满足

$$(p_{ij} - (p_{it} + p_{tj} - 0.5))(p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)) \le 0$$

的偏差 $\delta_{ijk}(k \in N, k \ne i, j)$ 都会变大.

显然,单次修正是否有效(即一致性指标值是否减小) 决定于修正后的偏差总和与原来相比是否呈现减小的状态. 而

$$\begin{aligned}
&\sum_{1 \le i < j < k \le n} p_{ijk}' - \sum_{1 \le i < j < k \le n} \delta_{ijk} = \\
&\sum_{\substack{k \ne i, j,\\ k \in N}} |p_{ij}' - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)| - \sum_{\substack{k \ne i, j,\\ k \in N}} |p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5)| = \\
&\sum_{k \in \Delta_{ij}^{(1)}} (p_{ij}' - p_{ij}) + \sum_{k \in \Delta_{ij}^{(2)}} (p_{ij} - p_{ij}') = \\
&n_{ij}^{(1)}(p_{ij}' - p_{ij}) + n_{ij}^{(2)}(p_{ij} - p_{ij}') = \\
&(n_{ij}^{(1)} - n_{ij}^{(2)})(p_{ij}' - p_{ij}).
\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$\Delta_{ij}^{(1)} = \{k \mid p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5) > 0,\ k \ne i, j\}$,

$\Delta_{ij}^{(2)} = \{k \mid p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5) \le 0,\ k \ne i, j\}$,

$n_{ij}^{(1)}$ 代表矩阵中偏差值减小的偏差个数, $n_{ij}^{(2)}$ 代表矩阵中偏差值增大的偏差个数.

显然,只要 $(n_{ij}^{(1)} - n_{ij}^{(2)})(p_{ij}' - p_{ij}) < 0$ 成立,则单次修正就是有效的. $|n_{ij}^{(1)} - n_{ij}^{(2)}|$ 和 $|p_{ij}' - p_{ij}|$ 越大,对于降低一致性指标的贡献也越大.

至此,模糊互补判断矩阵一致性改进的步骤如下:

Step1: 给出初始模糊判断矩阵 P,给定一致性

指标临界值 ε(一般可取 $\varepsilon = 0.2$).

Step2:计算模糊判断矩阵 P 的一致性指标 ρ. 若 $\rho < \varepsilon$,则转 Step7;否则,转 Step3.

Step3:从当前矩阵 P 中找出满足下列条件的元素:

1) 符号差 $S^+(p_{ij})$ 和 $S^-(p_{ij})$ 中有一个大于零. 其中

$$S^+(p_{ij}) = n_{ij}^{(1)} - n_{ij}^{(2)},$$
$$S^-(p_{ij}) = n_{ij}^{(2)} - n_{ij}^{(1)}.$$

2) 若 $S^+(p_{ij}) > 0$,且 $p_{ij} \neq 0.1$;若 $S^-(p_{ij}) > 0$,且 $p_{ij} \neq 0.9$.

Step4:从 Step3 找出的元素中寻找待修正的元素. 寻找原则是修正元素可使矩阵一致性指标降低的幅度尽可能大,也就是尽可能地提高修正速度,减少迭代次数.

从 Step3 中挑出 $S(p_{ij}) \mid p_{ij}' - p_{ij} \mid$ 最大者记为 $p_{i^*j^*}$. 若 $p_{i^*j^*}$ 唯一,则令 $r = i^*, s = j^*$;否则,为使得尽可能多的偏差变小,选择 $S(p_{i^*j^*})$ 最大者(若仍有多个,则任选其一) 记为 p_{rs}. 转 Step5.

其中

$$S(p_{ij}) = \begin{cases} S^+(p_{ij}), & S^+(p_{ij}) > 0; \\ S^-(p_{ij}), & S^-(p_{ij}) > 0. \end{cases}$$

$$p_{ij}' = \begin{cases} \max\{0.1, \max\{p_{ik} + p_{kj} - 0.5 \mid p_{ij} - \\ (p_{ik} + p_{kj} - 0.5) > 0, k \in N, \\ k \neq i, j\}\}, \quad S^+\{p_{ij}) > 0; \\ \min\{0.9, \min\{p_{ik} + p_{kj} - 0.5 \mid p_{ij} - \\ (p_{ik} + p_{kj} - 0.5) > 0, k \in N, \\ k \neq i, j\}\}, \quad S^-(p_{ij}) > 0. \end{cases}$$

Step5:将元素对(p_{rs}, p_{sr}) 修正为 p_{rs}', p_{sr}',其中 $p_{sr}' = 1 - p_{rs}'$.

Step6:重复 Step2 ～ Step5.

Step7:调整结束. 当前判断矩阵即为具有满意一致性的模糊判断矩阵.

4 算 例

设决策者给出如下模糊判断矩阵:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.6 & 0.7 \\ 0.9 & 0.5 & 0.8 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.9 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

假定一致性指标临界值 $\varepsilon = 0.2$.

计算模糊判断矩阵 P_0 的一致性指标

$$\rho = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{n} \sum_{\substack{k=1,\\ k\neq i,j}}^{n} \mid p_{ij} - (p_{ik} + p_{kj} - 0.5) \mid = 0.5.$$

可见,此模糊判断矩阵一致性较差.

具体修正过程如下:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.6 & 0.7 \\ 0.9 & 0.5 & 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.9 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, \ \rho = 0.4 > \varepsilon;$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.6 & 0.7 \\ 0.9 & 0.5 & 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}, \ \rho = 0.15 < \varepsilon.$$

5 结 论

本文首先证明了一致性模糊判断矩阵的若干性质;然后讨论了检验模糊判断矩阵是否满足完全一致性的方法;最后给出了模糊判断矩阵一致性程度的一个判别指标和一种改进一致性的方法. 本文的工作丰富和发展了模糊互补判断矩阵排序理论和方法,数值例子说明了该方法的可行性和有效性. 可以看出,该方法具有较强的可操作性和实用性.

参考文献(References)

[1] Xu Zeshui, Wei Cuiping. A consistency improving method in the analytic hierarchy process[J]. European J of Operational Research, 1999, 116(5): 443-449.

[2] Finan J S, Hurley W J. The analytic hierarchy process: Does adjusting a pairwise comparison matrix to improve the consistency ratio help[J]. Computers Opserational Research, 1997, 24(8): 749-755.

[3] Pelaez J I, Lamata M T. A new measure of consistency for positive reciprocal matrices[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2003, 46(9): 1840-1845.

[4] Kacprzyk J, Fedrizzi M, Nurmi H. Group decision making and consensus under fuzzy preference and fuzzy majority[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 49(8): 21-31.

[5] Nurmi H. An interactive multi-user decision support system for consensus reaching processes using fuzzy logic with Linguistic quantifiers[J]. Decision Support Systems, 1988, 4(2): 313-327.

[6] Romero C. Extended lexicographic goal programming: A unifying approach[J]. Omega, 2001, 29(8): 63-71.

[7] Herrera F, Herrera-Viedma E, Chiclana F. Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations[J]. European J of Operational Research, 2001, 129(6): 372-385.

[8] 姜艳萍, 樊治平. 一种校正模糊判断矩阵一致性的新方法[J]. 模糊系统与数学, 2002, 16(2): 75-79.
(Jiang Y P, Fan Z P. A method for improving the consistency of fuzzy judgment matrix[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2002, 16 (2): 75-79.)

(下转第 910 页)

性滤波算法,滤波过程中采用了状态估计误差方差阵的 Cholesky 分解矩阵进行递推的方式,相比 EKF 和 UKF 具有更好的滤波稳定性,且二阶算法 DD2 相对 UKF 具有更高的精度和更小的计算量. 针对粒子滤波中粒子退化的问题,将 DD2 算法应用于粒子滤波重要性函数的估计,结合重采样和 MCMC 移动,提出了一种基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法. 利用 DD2 算法能够得到比 EPF 和 UPF 更优的重要性函数,同时加入 MCMC 移动步骤,消除了重采样引起的粒子耗尽问题,增加了粒子的多样性,使重要密度函数更接近于真实的概率分布,因而能够有效抑制粒子退化的问题,得到比 EPF 和 UPF 更好的滤波精度. 该方法可用于解决非线性、非高斯系统的滤波问题.

参考文献(References)

[1] Ristic R, Arulampalam S, Gordon N. Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications [M]. Boston-London: Artech House, 2004.

[2] Cody Kwok, Dieter Fox, Marina Meila. Real-time particle filters[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 470-471.

[3] Spall James C. Estimation via Markov chain monte carlo [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2003, 23 (2): 34-45.

[4] Nφrgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatic, 2000, 36(11): 1627-1638.

[5] 胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 361-371.
(Hu S Q, Jing Z L. Overview of particle filter algorithm [J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 361-371.)

[6] 段方, 刘建业, 李丹. 微小卫星太阳敏感器/ 磁强计实时标定算法研究[J]. 航空学报, 2007, 28 (1): 173-176.
(Duan F, Liu J Y, Li D. Real-time sun-sensor/ magnetometer calibration algorithm for micro-satellite [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28 (1): 173-176.)

[7] Payne O, Marrs A. An unscented particle filter for GMTI tracking[C]. Aerospace Conference. Montana, 2004, 3: 1869-1875.

[8] 武元新. 对偶四元数导航算法与非线性高斯滤波研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
(Wu Y X. Dual-quaternion navigation algorithm and nonlinear gaussian filtering [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.)

(上接第 906 页)

[9] 孙昭旭, 邱菀华, 韩敏. 一种模糊判断矩阵的互补一致性修正方法[J]. 系统工程, 2005, 23 (4): 101-104.
(Sun Z X, Qiu W H, Han M. A method for improving the complementary and consistency of fuzzy judgment matrix[J]. Systems Engineering, 2005, 23 (4): 101-104.)

[10] 宋光兴, 杨德礼. 模糊判断矩阵的一致性检验及一致性改进方法[J]. 系统工程, 2003, 21(1): 110-116.
(Song G X, Yang D L. Methods for identifying and improving the consistency of fuzzy judgment matrix[J]. Systems Engineering, 2003, 21(1): 110-116.)

[11] Tanino T. Fuzzy preference orderings in group decision making[J]. Fuzzy Sets and System, 1984, 12(2): 117-131.

[12] Switalski Z. Transitivity of fuzzy *p* reference relations —An empirical study[J]. Fuzzy Sets and System, 2001, 118(1): 503-508.

[13] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵的相容性及一致性研究[J]. 解放军理工大学学报, 2002, 3(2): 94-96.
(Xu Z S. Research on compatibility and consistency of fuzzy complementary judgment matrices[J]. J of PLA University of Science and Technology, 2002, 3(2): 94-96.)

[14] 樊治平, 姜艳萍. 模糊判断矩阵的一致性及其性质[J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 69-71.
(Fan Z P, Jiang Y P. Consistency of judgment matrix and its properties[J]. Control and Decision, 2001, 16 (1): 69-71.)

[15] 肖四汉, 樊治平. Fuzzy 判断矩阵的一致性研究[J]. 系统工程学报, 2001, 16(2): 142-145.
(Xiao S H, Fan Z P. Study on consistency of fuzzy judgment Matrix[J]. J of Systems Engineering, 2001, 16 (2): 142-145.)