

文章编号: 1001-0920(2009)06-0907-04

基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法研究

熊 剑, 刘建业, 赖际舟, 谢 征
(南京航空航天大学 导航研究中心, 南京 210016)

摘 要: 粒子退化等问题严重制约了粒子滤波的工程应用. 通过对粒子滤波的分析与总结, 提出一种基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法. 利用二阶插值滤波器计算出更优的重要性函数, 从而有效抑制粒子滤波的退化, 降低了计算量. 通过对导弹再入时的非线性导航参数估计问题进行实例仿真分析, 所得结果验证了该算法的有效性.

关键词: 插值滤波; 粒子滤波; 重要性函数; 粒子退化; 导航参数估计; 非线性系统

中图分类号: V249.32 文献标识码: A

Improved particle filtering algorithm based on 2-order interpolation filtering

XIONG Jian, LIU Jian-ye, LAI Ji-zhou, XIE Zheng

(Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.

Correspondent: XIONG Jian, E-mail: weihuijian@nuaa.edu.cn)

Abstract: The particle degeneracy severely limits particle filter's application in engineering projects. This paper first makes a thorough analysis on particle filtering, and proposes an improved algorithm based on 2-order interpolation filtering. By computing more accurate importance density, this algorithm restricts the particle degeneracy and at the same time reduces the workload of calculation. A simulation experiment on the reentry of guided missiles shows the effectiveness of the algorithm.

Key words: Interpolation filtering; Particle filtering; Importance density; Particle degeneracy; Estimation for navigation parameters; Nonlinear system

1 引 言

粒子滤波^[1,2]主要基于 Bayes 理论和 Monte Carlo 随机采样方法, 它采用大量的样本点近似概率密度函数, 通过不断地采样, 预测和更新状态的概率密度函数. 其突出特点是不受线性和高斯假设的限制, 适用于任意非线性、非高斯系统的滤波问题. 该方法具有灵活简单、易于实现等特点, 在目标跟踪、图像处理 and 导航等领域得到了广泛的应用.

粒子滤波最为突出的问题就是粒子退化. Gordon 在 SIS (Sequential importance sampling) 算法的基础上加入重采样, 在一定程度上减小了退化, 但也由此带来了粒子耗尽的问题, 现在已有不同的方法来解决这个问题, 如: 增加 MCMC (Markov chain Monte Carlo) 移动^[3]、正则再抽样等. 高斯粒子滤波从根本上解决了粒子退化问题, 但其代价是牺牲了一定的滤波精度. 利用其他非线性滤波方法

构造更优的重要性函数能够有效解决粒子退化的问题.

插值滤波也称为 DD (Divided difference) 滤波器^[4], 取二阶线性近似构成的 DD2 滤波器算法简单、计算量小、精度高, 且滤波过程中估计误差方差阵始终保持对称、正定, 具有较高的滤波稳定性. 利用 DD2 算法与粒子滤波相结合, 能够有效地抑制粒子退化问题.

本文通过对粒子滤波算法的简要分析, 针对粒子滤波中的粒子退化问题进行研究, 提出了一种基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法, 将 DD2 算法应用于粒子滤波重要性函数的计算. 通过对导弹再入时的非线性导航参数估计问题进行仿真, 验证了该算法能够有效抑制粒子退化, 并大大降低粒子滤波的计算量, 同时滤波算法具有较高的精度和稳定性.

收稿日期: 2008-05-29; 修回日期: 2008-09-05.

基金项目: 国防科技预研基金项目.

作者简介: 熊剑 (1977—), 男, 江西南丰人, 讲师, 博士生, 从事非线性滤波、组合导航系统的研究; 刘建业 (1957—), 男, 浙江桐乡人, 教授, 博士生导师, 从事惯性技术、卫星定位等研究.

2 粒子滤波及其退化问题

序贯重要采样法 SIS 是一种通过蒙特卡罗模拟实现递推贝叶斯滤波器的技术^[1,2,5]. 令 $\{x_{0:k}^i\}$ ($i = 1, \dots, N_s$) 为服从 $p(x_{0:k} / z_{1:k})$ 分布的独立随机采样集合, w_k^i 是和为 1 的归一化权重系数. 则后验概率密度为

$$p(x_{0:k} / z_{1:k}) = \prod_{i=1}^N w_k^i (x_{0:k} - x_{0:k}^i). \quad (1)$$

假定 $\{x_{0:k}^i\}$ 为重要性函数 $q(x_{0:k} / z_{1:k})$ 的一组采样. 重要性函数是指概率分布与 $p(x_k / z_{1:k})$ 相同, 概率密度分布 $q(x_{0:k} / z_{1:k})$ 已知, 且容易从中采样的分布函数. 则

$$\bar{w}_k^i = \bar{w}_{k-1}^i \frac{p(z_k / x_k^i) p(x_k^i / x_{k-1}^i)}{q(x_k^i / x_{0:k-1}^i, z_{1:k})}, \quad (2)$$

且有滤波密度

$$p(x_k / z_{1:k}) = \prod_{i=1}^N w_k^i (x_k - x_k^i). \quad (3)$$

序贯重要采样法存在无法避免的粒子退化问题. 所谓粒子退化即经过一段时间的滤波后, 除了几个权值较大的粒子, 大部分的粒子权值很小, 几乎等于零. 减小这一不利影响的最简单的方法是增加粒子数目. 但大量增加粒子数, 将会大大增加计算量, 因而通常是行不通的. 有效的减小退化的方法主要有两种: 加入重采样和选取好的重要性函数.

基于 EKF(Extended Kalman filter) 和 UKF(Unscented Kalman filter)^[6] 的重要采样方法, 能够生成更好的重要性函数. 该方法使用 EKF 或 UKF 对每个粒子生成一个高斯型的重要性函数; 然后再从该高斯型的重要性函数中采样, 从而得到 EPF(Extended particle filter) 和 UPF(Unscented particle filter) 两种粒子滤波方法^[7]. 由于考虑了最新量测信息, 这两种方法都能有效地抑制粒子滤波退化问题, 从而减小了粒子数量, 达到提高运行速度的目的. DD2 滤波器具有比 EKF 和 UKF 更好的滤波性能^[8], 利用 DD2 滤波器能够生成更优的重要性函数, 从而获得更好的粒子滤波性能.

3 基于二阶插值滤波的重要采样方法

针对粒子滤波的粒子退化问题, 本文尝试从选取好的重要性函数的角度出发, 提出一种基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法. 其核心思想是在序贯重要采样法的基础上, 利用 DD2 滤波器得到粒子的重要性函数. 每次采样后的粒子都由 DD2 算法进行更新, 所得的均值和方差用于下次采样新的粒子. 结合重采样和 MCMC 移动进一步优化粒子分布. 基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法的具体步骤如下.

假设非线性系统模型为

$$x_k = f(x_{k-1}, w_{k-1}), \quad (4)$$

$$z_k = g(x_k, v_k). \quad (5)$$

其中: $w_{k-1} \sim [\bar{w}_{k-1}, Q_{k-1}]$, $v_k \sim [\bar{v}_k, R_k]$, w_{k-1} 与 v_k 相互独立, 且与系统过去及当前的状态无关.

Step1 初始化. 令 $k = 0$, 抽取采样点 $x_0^i \sim p(x_0)$, 并令 $w_0^i = 1/N_s, i = 1, \dots, N_s$.

Step2 重要性采样. 对每个采样点 x_{k-1}^i 利用 DD2 滤波计算 x_k^i 和 P_k^i (其详细过程及符号定义可参见文献[4]).

状态一步预报和协方差更新分别为

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \frac{h^2 - n_x - n_w}{h^2} f(x_{k-1}, \bar{w}_{k-1}) + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{j=1}^{n_x} [f_i(x_{k-1} + h s_{x,j}, \bar{w}_{k-1}) + \\ &f_i(x_{k-1} - h s_{x,j}, \bar{w}_{k-1})] + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{j=1}^{n_w} [f_i(x_{k-1}, \bar{w}_{k-1} + h s_{w,j}) + \\ &f_i(x_{k-1}, \bar{w}_{k-1} - h s_{w,j})], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\bar{P}(k) = \bar{s}_x(k) \bar{s}_x^T(k). \quad (7)$$

计算测量值预测更新和方差估计为

$$\begin{aligned} \bar{z}_k &= \frac{h^2 - n_x - n_v}{h^2} g(\bar{x}_k, \bar{v}_k) + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{j=1}^{n_x} [g_i(\bar{x}_k + h \bar{s}_{x,j}, \bar{v}_k) + \\ &g_i(\bar{x}_k - h \bar{s}_{x,j}, \bar{v}_k)] + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{j=1}^{n_v} [g_i(\bar{x}_k, \bar{v}_k + h s_{v,j}) + \\ &g_i(\bar{x}_k, \bar{v}_k - h s_{v,j})], \end{aligned} \quad (8)$$

$$P_z(k) = s_z(k) [s_z(k)]^T, \quad (9)$$

$$P_{xz}(k) = \bar{s}_x(k) [s_{zx}^{(L)}(k)]^T. \quad (10)$$

滤波增益为

$$K_k = P_{xz}(k) [s_z(k) s_z(k)^T]^{-1}. \quad (11)$$

状态估计和估计误差方差更新为

$$x_k^i = \bar{x}_k + K_k (z_k - \bar{z}_k), \quad (12)$$

$$P_k^i = s_x(k) [s_x(k)]^T. \quad (13)$$

所得的重要性函数为

$$q(x_k / x_{0:k-1}, z_{1:k}) = N(x_k^i, P_k^i). \quad (14)$$

采集一个新样本 x_k^i , 使得 $x_k^i \sim N(x_k^i, P_k^i)$, 并进行权值更新

$$\bar{w}_k^i = \bar{w}_{k-1}^i \frac{p(z_k / x_k^i) p(x_k^i / x_{k-1}^i)}{q(x_k^i / x_{0:k-1}^i, z_{1:k})}. \quad (15)$$

重要性函数充分利用了新的观测值, 因而改进

了粒子采样的精度.

Step3 重新采样. 对 $\{\hat{x}_k^i, i = 1, \dots, N_s\}$ 重新采样产生集合 $\{\tilde{x}_k^i, i = 1, \dots, N_s\}$, 使得 $\Pr\{\tilde{x}_k^i = \hat{x}_k^i\} = w_k^i$, 重新设定 $w_k^i = 1/N_s$.

Step4 MCMC 移动. 生成一个随机数 u , 使得 $u \sim U[0, 1]$. 采集一新样本 $\tilde{x}_k^i \sim p(x_k^i/x_{k-1}^i)$. 如果 $u < \min(1, \frac{p(z_k/\tilde{x}_k^i)}{p(z_k/x_k^i)})$, 则在马尔可夫链 $\{x_k^i, i = 1, \dots, N_s\}$ 中将粒子 x_k^i 替换为 \tilde{x}_k^i . 经过上述移动后生成新的样本集 $\{x_k^i, i = 1, \dots, N_s\}$. MCMC 消除了重采样引起的粒子枯竭问题, 增加了粒子的多样性, 使重要密度函数更接近于真实的概率分布.

Step5 状态更新.

$$x_k = \sum_{i=1}^{N_s} x_k^i w_k^i. \tag{16}$$

4 仿真分析

为验证算法的有效性, 通过弹道再入时非线性导航参数估计的例子对算法进行考察 (该例子具有很强的非线性, 已被多篇文献作为范例来验证算法的有效性^[4,8]). 当载体从高处以很高的速度进入大气层时, 载体垂直下落且只受重力和与速度有关的阻力作用. 载体的位置通过测距雷达进行测量. 采用滤波器的目的是对弹道的高度 x_1 , 下降速度 x_2 和弹道系数 x_3 等导航参数进行估计, 如图 1 所示.

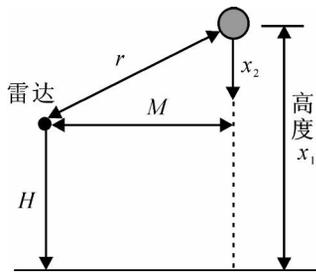


图 1 弹道再入问题描述

弹道再入问题的状态和测量方程描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -e^{-x_1(t)} x_2(t)^2 x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = 0; \end{cases}$$

$$y_k = r_k + w_k = \sqrt{M^2 + (x_{1,k} - H)^2} + w_k.$$

其中: x_3 为假设的未知弹道系数, 雷达所测距离为 r , 量测噪声为白噪声 w_k .

系统模型参数设置如下: $M = 100\,000\text{ m}$, $H = 100\,000\text{ m}$, $x_2 = 5 \times 10^{-5}$, $E[w_k^2] = 10^4\text{ m}^2$. 系统初始状态为 $x_{1,0} = 300\,000\text{ m}$, $x_{2,0} = 20\,000\text{ m/s}$, $x_{3,0} = 10^{-3}$. 系统初始化状态估计和方差阵为 $\hat{x}_{1,0} = 300\,000\text{ m}$, $\hat{x}_{2,0} = 20\,000\text{ m/s}$, $\hat{x}_{3,0} = 3 \times 10^{-5}$, 而

$$P(0) = \begin{bmatrix} 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}.$$

仿真中将基于 DD2 重要采样方法的粒子滤波算法与 EPF 和 UPF 进行了比较. 仿真时间为 60 s, 粒子数量 50, 每种算法都进行 50 次蒙特卡洛仿真, 仿真结果取 50 次仿真平均的绝对值. 仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示.

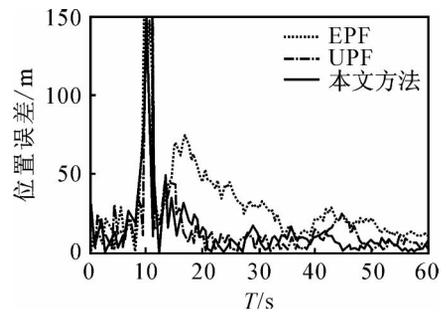


图 2 位置绝对误差估计

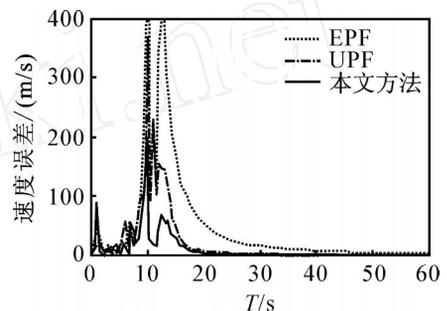


图 3 速度绝对误差估计

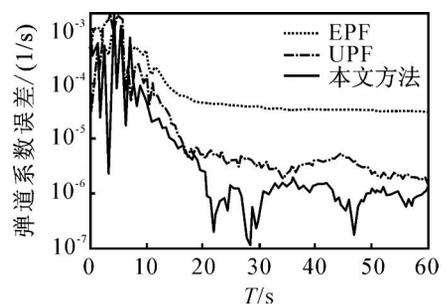


图 4 弹道系数绝对误差估计

由图 2 ~ 图 4 可看出, 采用 DD2 重要采样方法的粒子滤波算法相比 EPF 而言, 在滤波收敛速度和滤波稳态值上都具有更好的性能, 在位置、速度和弹道系数的估计上都取得了较好的结果. 相对于 UPF, 基于 DD2 的粒子滤波算法在位置的估计上优劣相对不太明显, 但在速度与弹道系数的估计上则具有更高的估计精度. 由于 DD2 滤波算法较 UKF 算法具有更小的计算量, 在同等数量粒子的情况下, 基于 DD2 重要采样方法的粒子滤波能够比 UPF 取得更好的综合性能.

5 结 论

插值滤波是一种基于 Stirling 线性变换的非线

性滤波算法,滤波过程中采用了状态估计误差方差阵的 Cholesky 分解矩阵进行递推的方式,相比 EKF 和 UKF 具有更好的滤波稳定性,且二阶算法 DD2 相对 UKF 具有更高的精度和更小的计算量. 针对粒子滤波中粒子退化的问题,将 DD2 算法应用于粒子滤波重要性函数的估计,结合重采样和 MCMC 移动,提出了一种基于二阶插值滤波的粒子滤波改进算法. 利用 DD2 算法能够得到比 EPF 和 UPF 更优的重要性函数,同时加入 MCMC 移动步骤,消除了重采样引起的粒子耗尽问题,增加了粒子的多样性,使重要密度函数更接近于真实的概率分布,因而能够有效抑制粒子退化的问题,得到比 EPF 和 UPF 更好的滤波精度. 该方法可用于解决非线性、非高斯系统的滤波问题.

参考文献(References)

- [1] Ristic R, Arulampalam S, Gordon N. Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications [M]. Boston-London: Artech House, 2004.
- [2] Cody Kwok, Dieter Fox, Marina Meila. Real-time particle filters[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 470-471.
- [3] Spall James C. Estimation via Markov chain monte carlo [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2003, 23(2): 34-45.
- [4] Nørgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatic, 2000, 36(11): 1627-1638.
- [5] 胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 361-371.
(Hu S Q, Jing Z L. Overview of particle filter algorithm [J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 361-371.)
- [6] 段方, 刘建业, 李丹. 微小卫星太阳敏感器/磁强计实时标定算法研究[J]. 航空学报, 2007, 28(1): 173-176.
(Duan F, Liu J Y, Li D. Real-time sun-sensor/magnetometer calibration algorithm for micro-satellite [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(1): 173-176.)
- [7] Payne O, Marrs A. An unscented particle filter for GMTI tracking [C]. Aerospace Conference. Montana, 2004, 3: 1869-1875.
- [8] 武元新. 对偶四元数导航算法与非线性高斯滤波研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
(Wu Y X. Dual-quaternion navigation algorithm and nonlinear gaussian filtering [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.)
- [9] 孙昭旭, 邱菀华, 韩敏. 一种模糊判断矩阵的互补一致性修正方法[J]. 系统工程, 2005, 23(4): 101-104.
(Sun Z X, Qiu W H, Han M. A method for improving the complementary and consistency of fuzzy judgment matrix[J]. Systems Engineering, 2005, 23(4): 101-104.)
- [10] 宋光兴, 杨德礼. 模糊判断矩阵的一致性检验及一致性改进方法[J]. 系统工程, 2003, 21(1): 110-116.
(Song G X, Yang D L. Methods for identifying and improving the consistency of fuzzy judgment matrix[J]. Systems Engineering, 2003, 21(1): 110-116.)
- [11] Tanino T. Fuzzy preference orderings in group decision making[J]. Fuzzy Sets and System, 1984, 12(2): 117-131.
- [12] Switalski Z. Transitivity of fuzzy p reference relations — An empirical study [J]. Fuzzy Sets and System, 2001, 118(1): 503-508.
- [13] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵的相容性及一致性研究 [J]. 解放军理工大学学报, 2002, 3(2): 94-96.
(Xu Z S. Research on compatibility and consistency of fuzzy complementary judgment matrices[J]. J of PLA University of Science and Technology, 2002, 3(2): 94-96.)
- [14] 樊治平, 姜艳萍. 模糊判断矩阵的一致性及其性质 [J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 69-71.
(Fan Z P, Jiang Y P. Consistency of judgment matrix and its properties[J]. Control and Decision, 2001, 16(1): 69-71.)
- [15] 肖四汉, 樊治平. Fuzzy 判断矩阵的一致性研究 [J]. 系统工程学报, 2001, 16(2): 142-145.
(Xiao S H, Fan Z P. Study on consistency of fuzzy judgment Matrix[J]. J of Systems Engineering, 2001, 16(2): 142-145.)

(上接第 906 页)