第 24 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2009 年 6 月
Vol. 24 No. 6 Control and Decision Jun. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)06-0916-05

一类不确定非线性切换系统的鲁棒容错控制

董学平[1], 王执铨[2]
(1. 合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 合肥 230009; 2. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘 要: 研究一类不确定非线性切换系统的鲁棒容错控制问题. 当执行器失效或部分失效时, 利用 Lyapunov 函数法建立切换闭环系统混杂状态反馈容错控制器存在的充分条件; 然后运用线性矩阵不等式将鲁棒容错控制器设计问题转化为一组线性矩阵不等式的可行解问题, 从而借助 Matlab 中线性矩阵不等式工具箱求解; 最后通过数值算例验证了所提出设计方法的有效性.

关键词: 切换系统; 容错控制; 执行器失效; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273.3 **文献标识码**: A

Robust fault-tolerant control for a class of uncertain nonlinear switched systems

DONG Xue-ping[1], WANG Zhi-quan[2]
(1. School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: DONG Xue-ping, E-mail: hfdxp@126.com)

Abstract: The robust fault-tolerant control is studied for a class of uncertain switched systems. When actuator failures or partial failures, a sufficient condition for the existence of hybrid state feedback fault-tolerant controllers for closed-loop switched systems is obtained based on Lyapunov function method. Then by linear matrix inequlities (LMI) approach, the design of robust fault-tolerant controllers is transformed into the feasible problem of some certain LMI system. The controllers can be efficiently solved by means of Matlab LMI toolbox. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed design method.

Key words: Switched systems; Fault-tolerant control; Actuator failure; Linear matrix inequlities

1 引 言

切换系统作为混杂动态系统中重要的一种特殊类型, 在控制领域越来越受到人们的关注, 并取得了丰硕的成果. 对于具有多个子系统的大型复杂设备, 由于频繁切换, 某些部件特别是执行器和传感器常常发生故障, 甚至失效, 导致系统整体性能恶化, 甚至不稳定. 因此, 研究切换系统的容错控制问题具有重要意义.

近年来, 切换系统容错控制问题的研究已经取得了许多成果[1-5], 所提出的容错控制设计方案大都将系统的执行器分成可能完全失效和从不失效两部分. 对于执行器在系统运行过程中发生部分失效, 以及执行器失效的不同组合情形下的容错控制问题, 目前尚未见到相关报道. 为此, 本文针对一类非线性不确定切换系统, 通过状态反馈对鲁棒容错控制问题进行研究. 当执行器发生完全失效或部分失效时, 基于 Lyapunov 函数方法给出了混杂状态反馈容错控制的充分条件. 最后通过数值仿真算例验证了所得结论的正确性.

2 问题描述

考虑如下不确定非线性切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_\sigma + \Delta A_\sigma)x(t) + (B_\sigma + \\ \qquad \Delta B_\sigma)u(t) + D_\sigma f_\sigma(x), \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\sigma(t): R^+ \to M = \{1, 2, \cdots, m\}$ 为切换信号, $x(t) \in R^n$ 为状态向量, $u(t) \in R^q$ 为输入变量. 上述含 m 个子系统的切换系统, 对于子系统 i, A_i, ΔA_i 和 D_i 为适当维数的常数矩阵. $f_i(x)$ 为非线性函数, 且

收稿日期: 2008-04-21; 修回日期: 2008-08-06.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574082); 合肥工业大学博士专项基金项目(GDBj2008-233).
作者简介: 董学平(1965—), 男, 安徽舒城人, 副教授, 博士, 从事分布参数系统、切换系统的研究; 王执铨(1939—), 男, 武汉人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论、信息安全等研究.

存在矩阵 G_i, 对于任意 $x \in R^n$, 满足[6]

$$\|f_i(x)\| \le \|G_i x\|. \tag{2}$$

ΔA_i 和 ΔB_i 为系统中的不确定实值矩阵, 且具有如下一般结构:

$$[\Delta A_i, \Delta B_i] = H_i F_i(t)[E_{1i}, E_{2i}]. \tag{3}$$

其中: H_i, E_{1i} 和 E_{2i} 为具有适当维数的常矩阵; $F_i(t)$ 为未知矩阵函数, 且满足

$$F_i^T(t)F_i(t) \le I. \tag{4}$$

设计切换系统(1) 中每个子系统的状态反馈控制器 $u(t) = K_i x(t), i \in M$, 使得系统(1) 的闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (\bar{A}_i + \Delta \bar{A}_i)x(t) + D_i f_i(x), \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{5}$$

渐近稳定. 这里

$$\bar{A}_i = A_i + B_i K_i,\ \Delta \bar{A}_i = H_i F_i(t)(E_{1i} + E_{2i}K_i).$$

考虑到可能的执行器失效, 对子系统 i 引入执行器连续故障矩阵 M_i, 其形式为[7,8]

$$M_i = \mathrm{diag}[m_{i1}, m_{i2}, \cdots, m_{iq}],$$
$$M_{il} = \mathrm{diag}[m_{i1l}, m_{i2l}, \cdots, m_{iql}],$$
$$M_{ih} = \mathrm{diag}[m_{i1h}, m_{i2h}, \cdots, m_{iqh}].$$

式中: $0 \le m_{ijl} \le m_{ij} \le m_{ijh} \le 1, 1 \le i \le m, 1 \le j \le q$. 显然, M_{il} 和 M_{ih} 对角元分别为矩阵 M_i 相应元素的上下界, 对于给定的子系统, M_{il} 和 M_{ih} 为确定阵. 当 $m_{ij} = 0$ 时, 表示第 j 个执行器完全失效; 当 $m_{ij} = 1$ 时, 表示第 j 个执行器正常工作; 当 $0 < m_{ij} < 1$ 时, 表示第 j 个执行器部分失效.

在系统(1) 中, 将 M_i 放在 $B_i + \Delta B_i$ 与控制 $u(t)$ 之间, 于是含有执行器连续故障的控制器模型为 $u^f(t) = M_i u(t)$. 记

$$M_{0i} = \mathrm{diag}[m_{0i1}, m_{0i2}, \cdots, m_{0iq}],$$
$$J_i = \mathrm{diag}[j_{i1}, j_{i2}, \cdots, j_{iq}],$$
$$L_i = \mathrm{diag}[|l_{i1}|, |l_{i2}|, \cdots, |l_{iq}|].$$

其中: $m_{0ij} = (m_{ijl} + m_{ijh})/2$, $j_{ij} = (m_{ijh} - m_{ijl})/(m_{ijh} + m_{ijl})$, $l_{ij} = (m_{ij} - m_{0ij})/m_{0ij}$. 容易验证

$$M_i = M_{0i}(I + L_i),\ L_i^T L_i \le J_i \le I. \tag{6}$$

从式(6) 可以看出, 对于子系统 i, 矩阵 M_{0i} 为确定阵, 矩阵 M_i 仅与 L_i 的变化有关. 本文的目的是讨论在允许的不确定矩阵 L_i 下, 不确定切换系统(1) 的稳定性问题. 此时, 包含执行器失效的闭环系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_{ci} + \Delta A_{ci})x(t) + D_i f_i(x), \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{7}$$

其中: $A_{ci} = A_i + B_i M_i K_i$, $\Delta A_{ci} = H_i F_i(t)(E_{1i} + E_{2i}M_i K_i)$.

3　主要结果

引理 1[9]　给定适当维数矩阵 Y, D, E, 其中 Y 为对称阵, 则 $Y + DFE + E^T F^T D^T < 0$, 对所有满足 $F^T F \le I$ 的矩阵 F 成立, 当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$ 使得 $Y + \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1}E^T E < 0$.

引理 2[10]　对于任意适当维数矩阵 X, Y 和任意正定阵 Q 及 $\varepsilon > 0$, 有

$$X^T Y + Y^T X \le \varepsilon X^T Q X + \varepsilon^{-1} Y^T Q^{-1} Y.$$

引理 3[11]　假设 $X \ge 0, Z \ge 0, Y \le 0$ 为任意 $n \times n$ 维对称正定矩阵, 对任意 $\xi \in R^n, \xi \ne 0$ 满足 $(\xi^T Y \xi)^2 - 4\xi^T X \xi \xi^T Z \xi > 0$, 则存在 $\lambda > 0$ 使得

$$\lambda^2 X + \lambda Y + Z < 0.$$

引理 4　给定 R_1, R_2 为适当维数的实常数矩阵, Y 为任意的对称实矩阵, 如果 $\Sigma(t)$ 为时变对角阵, 满足 $|\Sigma(t)| \le U$, 且存在 $t > 0$ 使得 $|\Sigma(t)| = U$, U 为正定对角阵, 则 $Y + R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T < 0$ 的充要条件是存在 $\beta > 0$, 使得

$$Y + \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2^T U R_2 < 0.$$

证明　1) 充分性. 假设存在 $\beta > 0$, 使得

$$Y + \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2^T U R_2 < 0.$$

由引理 2 可知

$$Y + R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T \le$$
$$Y + \beta R_1 Q R_1^T + \beta^{-1} R_2 \Sigma Q^{-1} \Sigma^T R_2^T.$$

令 $Q = U$, 则 $\Sigma Q^{-1} \Sigma^T \le U$, 从而

$$Y + R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T \le$$
$$Y + \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2 U R_2^T < 0.$$

2) 必要性. 设 $Y + R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T < 0$, 则对于任意 $x(t) \ne 0$, 有

$$x^T(t) Y x(t) < -x^T(t)(R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T) x(t).$$

从而

$$[x^T(t) Y x(t)]^2 > 4\max\{[x^T(t) R_1 \Sigma R_2 x(t)]^2\} =$$
$$4\max\{[x^T(t) R_1 U^{1/2} U^{-1/2} \Sigma R_2 x(t)]^2\} =$$
$$4x^T(t) R_1 U^{1/2} U^{1/2} R_1^T x(t) x^T(t) R_2^T \Sigma U^{-1/2} U^{-1/2} \Sigma R_2 x(t).$$

因为存在 t 使得 $|\Sigma| = U$, 所以

$$[x^T(t) Y x(t)]^2 >$$
$$4x^T(t) R_1 U R_1^T x(t) x^T(t) R_2 U R_2^T x(t).$$

由引理 3 可知, 存在 $\beta > 0$ 使得

$$\beta^2 R_1 U R_1^T + \beta Y + R_2^T U R_2 < 0.$$

两边同除以 β, 得

$$Y + \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2^T U R_2 < 0. \qquad \square$$

定理 1　对于不确定故障切换闭环系统(7), 如果存在正定矩阵 $P, \varepsilon_i > 0$, 使得以下矩阵不等式有可行解:

$$\begin{aligned} &(A_i + B_i M_i K_i)^T P + P(A_i + B_i M_i K_i) + \\ &PH_i F_i(t)(E_{1i} + E_{2i} M_i K_i) + \\ &(PH_i F_i(t)(E_{1i} + E_{2i} M_i K_i))^T + \\ &\varepsilon_i P D_i D_i^T P + \varepsilon_i^{-1} G_i^T G_i < 0,\ i \in M. \end{aligned} \tag{8}$$

则在任意切换律 σ 下, 闭环系统(7) 渐近稳定, 且 $u(t)=K_ix(t)\ (i\in M)$ 为其混合鲁棒可靠控制.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t),$$

对于任意切换律 σ, 若 $\sigma(t)=i$, 则

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t)) = \\ &x^T(t)[(A_{ci}+\Delta A_{ci})^TP+P(A_{ci}+\Delta A_{ci})]x(t)+\\ &f_i^T(x)D_i^TPx(t)+x^T(t)PD_if_i(x).\end{aligned}$$

代入 $A_{ci}=A_i+B_iM_iK_i$, $\Delta A_{ci}=H_iF_i(t)(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i)$, 得

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t)) = \\ &x^T(t)[(A_i+B_iM_iK_i)^TP+P(A_i+\\ &B_iM_iK_i)+PH_iF_i(t)(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i)+\\ &(PH_iF_i(t)(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i))^T]x(t)+\\ &f_i^T(x)D_i^TPx(t)+x^T(t)PD_if_i(x).\end{aligned}$$

由引理 2 及式(2) 知, 存在 $\varepsilon_{2i}>0$, 使得

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t)) \leq \\ &x^T(t)[(A_i+B_iM_iK_i)^TP+P(A_i+\\ &B_iM_iK_i)+PH_iF_i(t)(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i)+\\ &(PH_iF_i(t)(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i))^T+\\ &\varepsilon_{2i}PD_iD_i^TP+\varepsilon_{2i}^{-1}G_i^TG_i]x(t).\end{aligned}$$

由式(8) 知, 闭环系统(7) 渐近稳定. □

式(8) 为矩阵 K_i 和 P 的非线性不等组, 不能用 Matlab 中 LMI 工具箱求解, 且含有不确定矩阵 M_i, $F_i(t)$, $i\in M$. 下面运用 Schur 补性质和变量替代法[11], 对上述不确定性给出与定理 1 等价的 LMIs 形式. 为简便, 在以下矩阵中用“*”表示矩阵的对称结构.

定理 2 存在正定矩阵 P 和矩阵 K_i, 使得对所有允许的不确定矩阵 M_i, $F_i(t)$, $i\in M$, 矩阵不等式(8) 成立当且仅当存在 $\varepsilon_{1i}>0$, $\varepsilon_{2i}>0$, $\varepsilon_{3i}>0$, 矩阵 W_i 和正定矩阵 X, 使得

$$\begin{bmatrix}\Phi & \begin{matrix}(E_{1i}X+E_{2i}M_{0i}W_i)^T+\\ \varepsilon_{3i}B_iM_{0i}J_iM_{0i}^TE_{2i}^T\end{matrix} & (G_iX)^T & W_i^TJ_i^{1/2}\\ * & -\varepsilon_{1i}I+\varepsilon_{3i}E_{2i}M_{0i}J_iM_{0i}^TE_{2i}^T & 0 & 0\\ * & * & -\varepsilon_{2i}I & 0\\ * & * & 0 & -\varepsilon_{3i}I\end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

其中

$$\Phi = A_iX+B_iM_{0i}W_i+(A_iX+B_iM_{0i}W_i)^T+\varepsilon_{1i}H_iH_i^T+\varepsilon_{2i}D_iD_i^T+\varepsilon_{3i}B_iM_{0i}J_iM_{0i}^TB_i^T.$$

进而, 如果矩阵不等式(9) 有一个可行解(ε_{1i}, ε_{2i}, ε_{3i}, W_i, X), $i\in M$, 则 $u(t)=K_ix(t)\ (i\in M)$ 为系统(1) 的混合鲁棒容错控制, 且 $K_i=W_iX^{-1}$.

证明 对式(8) 运用引理 1, 可知存在 $\varepsilon_{1i}>0$ 使得

$$\begin{aligned}&(A_i+B_iM_iK_i)^TP+P(A_i+B_iM_iK_i)+\\ &\varepsilon_{1i}PH_iH_i^TP+\varepsilon_{1i}^{-1}(E_{1i}+E_{2i}M_iK_i)^T(E_{1i}+\\ &E_{2i}M_iK_i)+\varepsilon_{2i}PD_iD_i^TP+\varepsilon_{2i}^{-1}G_i^TG_i<0.\end{aligned}$$

由 Schur 补性质, 可得

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A_i+B_iM_iK_i)^TP+P(A_i+\\ B_iM_iK_i)+\varepsilon_{1i}PH_iH_i^TP+\\ \varepsilon_{2i}PD_iD_i^TP+\varepsilon_{2i}^{-1}G_i^TG_i\end{matrix} & (E_{1i}+E_{2i}M_iK_i)^T\\ E_{1i}+E_{2i}M_iK_i & -\varepsilon_{1i}I\end{bmatrix}<0.$$

对上式分别左乘、右乘矩阵 $\mathrm{diag}[P^{-1}, I]$, 并令

$$X=P^{-1},\ W_i=K_iX,$$

则上式变为

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A_iX+B_iM_iW_i)^T+(A_iX+\\ B_iM_iW_i)+\varepsilon_{1i}H_iH_i^T+\\ \varepsilon_{2i}D_iD_i^T+\varepsilon_{2i}^{-1}XG_i^TG_iX\end{matrix} & (E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i)^T\\ E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i & -\varepsilon_{1i}I\end{bmatrix}<0.$$

由 Schur 补性质, 可得

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A_iX+B_iM_iW_i)^T+\\ (A_iX+B_iM_iW_i)+\\ \varepsilon_{1i}H_iH_i^T+\varepsilon_{2i}D_iD_i^T\end{matrix} & (E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i)^T & (G_iX)^T\\ E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i & -\varepsilon_{1i}I & 0\\ G_iX & 0 & -\varepsilon_{2i}I\end{bmatrix}<0.$$

将式(6) 代入, 得

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A_iX+B_iM_{0i}W_i)^T+\\ (A_iX+B_iM_{0i}W_i)+\\ \varepsilon_{1i}H_iH_i^T+\varepsilon_{2i}D_iD_i^T\end{matrix} & (E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i)^T & (G_iX)^T\\ E_{1i}X+E_{2i}M_{0i}W_i & -\varepsilon_{1i}I & 0\\ G_iX & 0 & -\varepsilon_{2i}I\end{bmatrix}+\\ &\begin{bmatrix}B_iM_{0i}\\ E_{2i}M_{0i}\\ 0\end{bmatrix}L_i[W_i\ \ 0\ \ 0]+\\ &\left\{\begin{bmatrix}B_iM_{0i}\\ E_{2i}M_{0i}\\ 0\end{bmatrix}L_i[W_i\ \ 0\ \ 0]\right\}^T<0.\end{aligned}$$

由式(6) 及引理 4 可知, 存在 $\varepsilon_{3i}>0$ 使得

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A_iX+B_iM_{0i}W_i)^T+\\ (A_iX+B_iM_{0i}W_i)+\\ \varepsilon_{1i}H_iH_i^T+\varepsilon_{2i}D_iD_i^T\end{matrix} & (E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i)^T & (G_iX)^T\\ E_{1i}X+E_{2i}M_{0i}W_i & -\varepsilon_{1i}I & 0\\ G_iX & 0 & -\varepsilon_{2i}I\end{bmatrix}+\\ &\varepsilon_{3i}\begin{bmatrix}B_iM_{0i}\\ E_{2i}M_{0i}\\ 0\end{bmatrix}J_i[M_{0i}B_i^T\ \ M_{0i}^TE_{2i}^T\ \ 0]+\\ &\varepsilon_{3i}^{-1}\begin{bmatrix}W_i^T\\ 0\\ 0\end{bmatrix}J_i[W_i\ \ 0\ \ 0]<0.\end{aligned}$$

经整理, 可得

$$\begin{bmatrix} (A_iX+B_iM_{0i}W_i)^T+(A_iX+B_iM_{0i}W_i)+E_iH_iH_i^T+E_{2i}D_iD_i^T+E_{3i}B_iM_{0i}J_iM_{0i}^TB_i^T & (E_{1i}X+E_{2i}M_iW_i)^T+E_{3i}B_iM_{0i}J_iM_{0i}^TE_{2i}^T & (G_iX)^T \\ E_{1i}X+E_{2i}M_{0i}W_i+E_{3i}E_{2i}M_{0i}J_iM_{0i}^TB_i^T & -E_{1i}I+E_{3i}E_{2i}M_{0i}J_iM_{0i}^TE_{2i}^T & 0 \\ G_iX & 0 & -E_{2i}I \end{bmatrix}+$$

$$E_{3i}^{1}\begin{bmatrix} W_i^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} J_i[W_i \quad 0 \quad 0] < 0.$$

令 $0 = A_iX + B_iM_{0i}W_i + (A_iX + B_iM_{0i}W_i)^T + E_iH_iH_i^T + E_{2i}D_iD_i^T + E_{3i}B_iM_{0i}J_iM_{0i}^TB_i^T$, 运用 Schur 补性质即可得出式(9). 由上述证明过程中每一步的等价性可知结论成立. t

4　仿真算例

考虑由两个子系统组成的切换系统(1), 参数如下:

$$A_1=\begin{bmatrix}-1&1&0\\0&-1&0\\0&1&-2\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}-2&0&1\\1&-1&0\\0&0&-1\end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix}-2&0&0.1\\1.2&-1&0\\0&0.5&0.5\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}0.4&0.1&2\\0.7&0&0\\0&0.2&0.1\end{bmatrix},$$

$$D_1=\begin{bmatrix}0.2&0&0\\0&0.2&0\\0&0&0.2\end{bmatrix},\ D_2=\begin{bmatrix}0.1&0&0\\0&0.2&0\\0&0&0.3\end{bmatrix},$$

$$f_1(x)=\begin{bmatrix}0.1\sin x_1(t)\\0.1\sin x_2(t)\\0.1\sin x_3(t)\end{bmatrix},\ f_2(x)=\begin{bmatrix}0.1\cos x_1(t)\\0.1\cos x_2(t)\\0.1\cos x_3(t)\end{bmatrix},$$

$$E_{11}=E_{21}=\begin{bmatrix}0.5&1&0\\0&0.5&0\\0&0&0.5\end{bmatrix},$$

$$E_{12}=E_{22}=\begin{bmatrix}0.3&0&0\\0&0.2&0\\0&0&0.4\end{bmatrix},$$

$$H_1=\begin{bmatrix}0&0&0.2\\0&0.2&0\\0.2&0&0\end{bmatrix},\ H_2=\begin{bmatrix}0.1&0&0\\0&0.2&0\\0&0&0.1\end{bmatrix},$$

$$F_1=\begin{bmatrix}\sin t&0&0\\0&\cos t&0\\0&0&\sin t\end{bmatrix},$$

$$F_2=\begin{bmatrix}\cos t&0&0\\0&\sin t&0\\0&0&\cos t\end{bmatrix},$$

$$G_1=\begin{bmatrix}0.4&0&0\\0&0.4&0\\0&0&0.3\end{bmatrix},\ G_2=\begin{bmatrix}0.3&0&0\\0&0.3&0\\0&0&0.2\end{bmatrix}.$$

取 $M_{ih} = \mathrm{diag}[1, 1, 1]$, $M_{il} = \mathrm{diag}[0, 0, 0]$, $i = 1, 2$, 则 $M_{01} = M_{02} = \mathrm{diag}[0.5, 0.5, 0.5]$, $J_1 = J_2 = I$. 从而故障矩阵 M_1 和 M_2 中元素可取[0, 1] 间任意值. 当 $E_1 = E_2 = 0.1(i = 1, 2, 3)$ 时, 不等式(9) 有可行解, 进而可求出反馈控制增益

$$K_1=\begin{bmatrix}-0.030042&-0.52949&-0.090143\\0.0013482&0.055864&-0.071779\\-0.018592&0.0094477&-0.11814\end{bmatrix},$$

$$K_2=\begin{bmatrix}-0.25207&-0.54034&0.0094493\\-0.018324&-0.058519&-0.031439\\-0.16177&-0.67027&-0.17666\end{bmatrix}.$$

在初始状态 $x_0 = [-1 \quad 2 \quad 4]^T$, 故障矩阵 M_1 和 M_2 分别取 diag[0, 0, 1], diag[1, 0, 0] 和 diag[0.1, 0.3, 0.5], diag[0.5, 0.1, 0.1]. 切换律 $R(t)$ 选择周期性地由子系统 1 运行 1s, 子系统 2 运行 1s, 仿真结果如图 1 和图 2 所示.

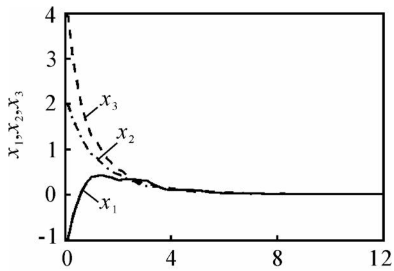

图 1　第 1 组故障矩阵下切换系统的状态响应曲线

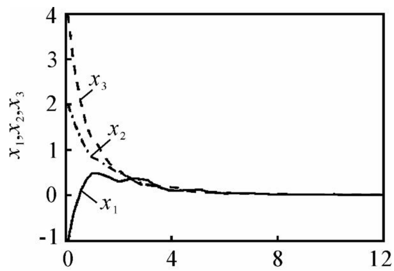

图 2　第 2 组故障矩阵下切换系统的状态响应曲线

取 $M_{ih} = \mathrm{diag}[1, 1, 1]$, $M_{il} = \mathrm{diag}[0.9, 0, 0.95]$, $i = 1, 2$, 则 $M_{01} = M_{02} = \mathrm{diag}[0.95, 1, 0.975]$, $J_1 = J_2 = \mathrm{diag}[0.0526, 1, 0.0256]$. 故障矩阵 M_1 和 M_2 分别取 diag[0.92, 0, 0.96], diag[1, 0, 0.96] 和 diag[0.92, 0.5, 0.96], diag[1, 0.3, 0.96],

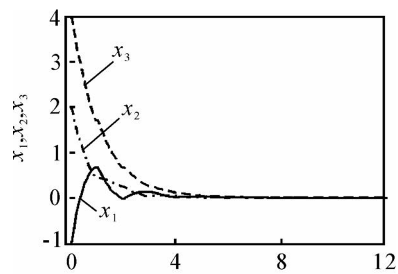

图 3　第 3 组故障矩阵下切换系统的状态响应曲线

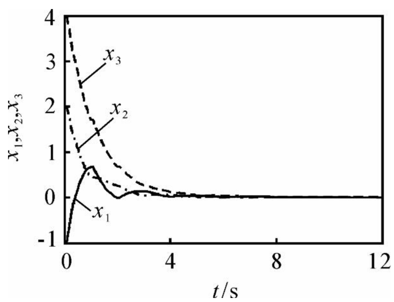

图 4 第 4 组故障矩阵下切换系统的状态响应曲线

其余参数同上. 仿真结果如图 3 和图 4 所示.

5 结 论

本文研究了一类非线性不确定切换系统的鲁棒容错控制问题. 当执行器完全失效或部分失效时, 利用 Lyapunov 函数法给出了混杂状态反馈容错控制器的设计, 使得闭环系统对所有可能的不确定性和所有允许的执行器失效渐近稳定. 在工程实际中, 子系统的各部分故障是否会对整体系统造成同样严重的影响以及如何量化等问题, 值得进一步研究.

参考文献(References)

[1] 洪晓锋, 孙洪飞. 切换系统容错控制的研究[J]. 厦门大学学报, 2007, 46(2): 183-186.
(Hong X F, Sun H F. Study on fault-tolerant control of switched systems[J]. J of Xiamen University, 2007, 46(2): 183-186.)

[2] 赵军, 金刚. 一类不确定非线性切换系统的鲁棒容错控制[J]. 东北大学学报, 2004, 25(3): 209-211.
(Zhao J, Jin G. Robust fault-tolerant control for a class of uncertain switched nonlinear systems[J]. J of Northeastern University, 2004, 25(3): 209-211.)

[3] Xiaofeng Hong, Housheng Xu, Hongfei Sun. Fault-tolerant control of discrete-time switched systems[C]. 2007 IEEE Int Conf on Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2007: 3082-3086.

[4] Rui Wang, Gang Jin, Jun Zhao. Robust fault-tolerant control for a class of switched nonlinear systems in lower triangular form[J]. Asian J of Control, 2007, 9(1): 68-72.

[5] Rodrigues M, Theilliol D, Sauter D. Fault-tolerant control design for switched systems[C]. ADHS. 06 2nd IFAC Conf on Analysis and Design of Hybrid Systems. Italy: IFAC, 2006: 223-228.

[6] Wang Z, Huang B, Unbehauen H. Robust reliable control for a class of uncertain nonlinear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(5): 955-963.

[7] 王福忠, 姚波, 张嗣瀛. 线性系统区域稳定的可靠控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(5): 835-839.
(Wang F Z, Yao B, Zhang S Y. Reliable control of regional stabilizability for linear systems[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(5): 835-839.)

[8] Yang Y, Yang G H, Soh Y C. Reliable control of discrete-time systems with actuator failure[J]. IEE Proc Control Theory Applications, 2000, 147(4): 428-432.

[9] Xie S, Xie L, Wang Y, et al. Decentralised control of mult-machine power systems with guaranteed performance[J]. IEE Proc Control Theory Applications, 2000: 147(3): 355-365.

[10] Petersen I R, Hollot C V. A Riccati equation to the stabilization of uncertain linear systems[J]. Automatica, 1986, 22(4): 397-411.

[11] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequality methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

(上接第 915 页)

[10] 李响, 李为吉. 利用协同优化方法实现复杂系统分解并行设计优化[J]. 宇航学报, 2004, 25(3): 300-304.
(Li X, Li W J. A new collaborative optimization algorithm and its applications to complex system parallel design[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(3): 300-304.)

[11] Srinivas Kodiyalam. Evaluation of methods for multidisciplinary design optimization (MDO)[R]. Washington: National Aeronautics and Space Admiuisturation, 1998.

[12] Azam S, Li W C. Mult-level design optimization using global monotonicity analysis[J]. ASME J of Mechanisms and Automation in Design, 1989, 111(2): 259-263.