

文章编号: 1001-0920(2009)06-0949-04

## 一种改进的带调节因子状态反馈控制设计

何率天, 杜春彦, 李枝昌

(空军第一航空学院 基础部, 河南 信阳 464000)

**摘要:** 研究一类线性时滞系统的时变增益控制问题. 采用带调节因子的 Lyapunov 泛函分析闭环系统的稳定性, 得到一个带调节因子的闭环系统稳定的充分条件, 该条件可表示为与时滞相关的线性矩阵不等式的形式. 通过引入灵敏度参数, 增强了调节因子对反馈增益的调节力度, 使得反馈增益可根据系统当前状态及其变化率迅速改变自身大小, 从而实现了不同时刻的系统用不同的反馈增益来控制, 减小了闭环系统的超调量、振荡次数和响应时间, 优化了系统的动态性能. 仿真示例验证了所给方法的有效性.

**关键词:** 时滞系统; 线性矩阵不等式; 时变增益; 调节因子; 灵敏度参数

中图分类号: TP273

文献标识码: A

### Improved design of state feedback controller with adjustable parameter

HE Shuai-tian, DU Chun-yan, LI Zhi-chang

(Department of Foundation, the First Aeronautical College of Air Force, Xinyang 464000, China. Correspondent: HE Shuai-tian, E-mail: hstlj7788@163.com)

**Abstract:** The problem of state feedback control with changing gains for a class of linear systems with time-delay is addressed. The stability of closed-loop systems is analyzed by using Lyapunov functional with adjustable parameter. And a delay-dependent LMI-based sufficient condition with an adjustable parameter is derived for the stability of closed-loop systems. The feedback gains are adjusted more strongly by the adjustable parameter by introducing sensitive parameter, which makes the feedback gains change with the state and its changing rate is more quick. Therefore, the systems at different time are controlled by different control gains, the overshoot, oscillation number and response time of closed-loop systems are decreased, and the dynamic performance is optimized. Simulation example illustrates the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** Time-delay system; Linear matrix inequality (LMI); Changing gains; Adjustable parameter; Sensitive parameter

### 1 引言

近年来,利用线性矩阵不等式(LMI)工具对时滞系统进行分析与综合,已成为时滞系统一种重要的研究方法,并取得了大量的研究成果<sup>[1-10]</sup>.在已有的研究中,大多集中在系统的镇定问题,而闭环系统的动态性能却很少有文献进行分析. $H$ 控制<sup>[11]</sup>和保成本控制<sup>[12,13]</sup>虽然使得系统的动态性能满足一定的要求,但当系统矩阵确定之后,性能指标和成本值也就随之确定了.一般来说,如果闭环系统的超调量过大,或者振荡次数过多,往往会影响它们在实际中的应用.最近,He等<sup>[10,11]</sup>提出了一种带调节因子的反馈控制方法,通过选取合适的调节因子,可以减小

闭环系统的超调量和振荡次数,从而优化了闭环系统的动态性能.然而文献[10]中并没有说明如何选取调节因子才能使闭环系统的动态性能达到较优状态,实际操作中只能采用试凑的方法.[11]中通过设计调节因子的自适应律,并将系统的状态(当前状态和滞后状态)及其变化率引入自适应律中,使得调节因子可以根据系统当前状态及其变化率来改变自身大小,从而达到调节反馈增益、优化系统性能的目的.然而,在[11]所给方法中,调节因子对反馈增益的调节作用不够强,从而使得反馈增益不能根据系统当前状态迅速调整自身大小,因此[11]中所给方法对系统动态性能的调节是有限的.

收稿日期: 2008-08-29; 修回日期: 2008-11-17.

作者简介: 何率天(1977—),男,河南夏邑人,讲师,硕士,从事模糊控制、时滞系统的分析与综合等研究; 杜春彦(1964—),男,河南信阳人,副教授,硕士,从事系统科学与不确定分析等研究.

本文通过引入灵敏度参数,增强了调节因子对反馈增益的调节力度,使得反馈增益可根据系统当前状态迅速调整自身大小,进而使其能更好地调节系统的动态性能.

## 2 主要内容

考虑如下时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) + Bu(t), \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$  分别为系统的状态变量和输入变量;  $A, A_d, B$  为具有适当维数的有理常数矩阵;  $\tau$  为滞后时间;  $\varphi(t)$  为初值向量函数.

针对时滞系统(1),设计带记忆状态反馈控制器

$$u = -Kx(t) - K_d x(t - \tau). \quad (2)$$

由式(1)和(2)可得

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + (A_d - BK_d)x(t - \tau). \quad (3)$$

类似于文献[11]中定理2的分析,可以得到如下定理:

**定理 1** 控制器(2)能够镇定系统(1)的充分条件是,存在具有适当维数的正定矩阵  $X > 0, Y > 0, Z > 0$  和矩阵  $F, F_d, H, L$ ,使得下面的线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & -H & (XA^T - F^T B^T) \\ * & \Pi_{22} & -L & (XA_d^T - F_d^T B^T) \\ * & * & \Pi_{33} & 0 \\ * & * & * & -\tau^{-1} Z \end{bmatrix} < 0. \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= AX + XA^T - BF - F^T B^T + H + H^T + Y, \\ \Pi_{12} &= A_d X - BF_d - H + L^T, \\ \Pi_{22} &= -L - L^T - Y, \\ \Pi_{33} &= -(X + X^T - Z), \end{aligned}$$

$[0, 1]$  为灵敏度参数,  $\gamma$  为自适应参数且满足如下自适应律:

$$\dot{\gamma} = -\frac{(1 - \gamma) \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) Z^{-1} \dot{x}(s) ds}{k + \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) Z^{-1} \dot{x}(s) ds}. \quad (5)$$

这里:  $k > 0$  为任意的正常数,  $k$  的取值要求满足  $\dot{\gamma}(t) > 0 (t > 0)$ . 反馈增益矩阵分别为  $K = FX^{-1}, K_d = F_d X^{-1}$ .

**证明** 取如下的 Lyapunov 泛函:

$$V(x, \gamma) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + \frac{1}{2} \gamma^2.$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(t) &= x^T(t) P x(t), \\ V_2(t) &= \int_{t-\tau}^t x^T(s) Q x(s) ds, \end{aligned}$$

$$V_3(t) = \int_{t-\tau}^t (s - t + \tau) \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds.$$

这里:  $P, Q, R$  为正定矩阵;  $k > 0$  为任意的正常数;  $\gamma > 0$  为自适应参数.

容易证明

$$\begin{aligned} \dot{V}(x, \gamma) &= 2x^T(t) P \dot{x}(t) + (1 - \gamma) \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) + \\ & [x^T(t) Q x(t) - x^T(t - \tau) Q x(t - \tau)] + \\ & \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds + \\ & \gamma \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds + k \dot{\gamma}. \end{aligned}$$

将式(5)代入上式得

$$\dot{V}(x, \gamma) = -\int_{t-\tau}^t \Phi^T(t, s) \Phi(t, s) ds.$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi(t, s) &= [x^T(t) \quad x^T(t - \tau) \quad \dot{x}^T(s)]^T, \\ &= \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & -M \\ * & \Pi_{22} & -N \\ * & * & -R \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

这里

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= PA + A^T P - PBK - K^T B^T P + M + M^T + Q + \\ & (A^T - K^T B^T) R (A - BK), \\ \Pi_{12} &= PA_d - PBK_d - M + N^T + \\ & (A^T - K^T B^T) R (A_d - BK_d), \\ \Pi_{22} &= -N - N^T - Q + \\ & (A_d^T - K_d^T B^T) R (A_d - BK_d). \end{aligned}$$

由 Lyapunov-Krasoskii 稳定性理论知,若  $\dot{V} < 0$  成立,则系统(3)是一致渐近稳定的. 由 Schur 补知,  $\dot{V} < 0$  等价于

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & -M & (A^T R - K^T B^T R) \\ * & \Pi_{22} & -N & (A_d^T R - K_d^T B^T R) \\ * & * & -R & 0 \\ * & * & * & -\tau^{-1} Z \end{bmatrix} < 0. \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= PA + A^T P - PBK - K^T B^T P + M + M^T + Q, \\ \Pi_{12} &= PA_d - PBK_d - M + N^T, \\ \Pi_{22} &= -N - N^T - Q. \end{aligned}$$

令  $Y = \text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, R^{-1}\}$ , 在式(6)两边分别左乘以矩阵  $Y^T$ , 右乘以矩阵  $Y$ , 再令  $X = P^{-1}, Y = P^{-1} Q P^{-1}, Z = R^{-1}, H = P^{-1} M P^{-1}, L = P^{-1} N P^{-1}, F = K P^{-1}, F_d = K_d P^{-1}$ . 并由  $(X - Z)^T Z^{-1} (X - Z) =$

$$X^T Z^{-1} X - X^T - X + Z = 0$$

知,式(6)成立的充分条件是式(4)成立.因此,闭环系统(3)稳定的充分条件是式(4)和(5)成立.

**注 1** 在定理 1 中,如果取  $\alpha = 1$ ,则定理 1 变成了文献[11]中的定理 1;如果取  $\alpha = 0$ ,则定理 1 变成了[11]中的定理 2.因此,本文所给结论具有更广泛的意义.

**注 2** 定理 1 中的  $\alpha$  称为灵敏度参数,其主要反映调节因子对反馈增益的调节力度.当  $\alpha = 0$  时,定理 1 变成了文献[11]中的定理 2.此时  $\dot{V}(t) < 0$  的条件中少了正定项  $\dot{x}^T(t) R \dot{x}(t)$ ,因此当调节因子改变时,即使反馈增益不改变,LMI 仍然成立.即此时求得的反馈增益的变化很小,甚至是不变的,则称此种情况为反馈增益对调节因子的灵敏度弱.而当  $\alpha \in (0, 1)$  时,即在本文所给定理 1 中,由于引入了正定项  $\dot{x}^T(t) R \dot{x}(t)$ ,使得定理 1 的条件得到加强.具体表现为:调节因子改变时,反馈增益必须随之改变;否则 LMI 不成立.于是称此种情况为反馈增益对调节因子的灵敏度强.因此,利用本文方法,可以增强调节因子对反馈增益的有效调节,从而更好地实现系统动态性能(如超调量、振荡次数和响应时间等)的优化.

**注 3** 由定理 1 的证明过程不难看出,时滞  $\tau$  与  $\alpha$  的大小成反比,因此,可通过减小  $\alpha$  的值来扩大时滞范围,从而增强控制器的适应性,减弱了结论的保守性.

**注 4** 对于自适应参数  $\theta$ ,本文要求  $\theta(t) > 0$ .由于  $\dot{\theta} < 0$ ,无论  $\theta$  取何初始值,都可能出现  $\theta(t) = 0$  的情况.对此,给出以下两种处理方法:1) 增大  $k$  的值以减小自适应参数  $\theta$  的变化率,从而保证  $\theta(t) > 0$ .由文献[9]中注 4 的证明可知,满足要求的  $k$  总是存在的.2) 给定常数  $\epsilon > 0$ ,当  $\theta(t) = 0$  时,令  $\theta(t) = \epsilon$ ,从而保证  $\theta(t) > 0$ .本文将采用第 1 种处理方法.

类似于文献[11]中的算法步骤,本文所给算法流程如图 1 所示.

### 3 仿真研究

**例 1** 考虑如下线性时滞系统:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x(t-3) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u(t).$$

取初始条件  $x(t) = [1 \quad -1]^T, t \in [-3, 0]$ ,步长为 0.01,自适应参数初始值  $\theta = 0.6$ .利用 Matlab 进行仿真.当灵敏度参数  $\alpha = 0.6$  时,采用文中所给算法步骤,得到闭环系统的状态曲线和反馈增益曲线分别如图 2 和图 3 所示.当灵敏度参数  $\alpha = 0$  时(即

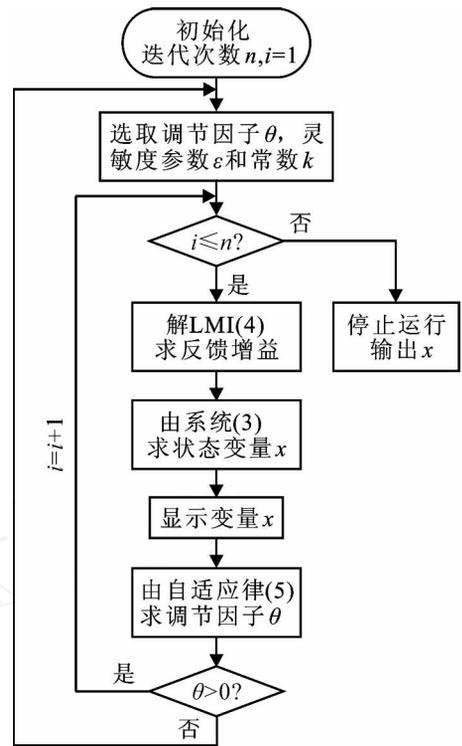


图 1 算法流程

文献[11]定理 2 所给方法),闭环系统的状态曲线和反馈增益曲线分别如图 4 和图 5 所示.

**注 5** 图 3 和图 5 中,  $K(i) (i = 1, 2)$  表示反馈增益  $K$  的第  $i$  个变量,  $K_d(i) (i = 1, 2)$  表示反馈增益  $K_d$  的第  $i$  个变量.

比较图 2 和图 4 可知,图 2 中闭环系统的动态性能(如超调量、振荡次数等)明显优于图 4 的动态性能.究其原因,文献[11]中所给方法由于没有引入

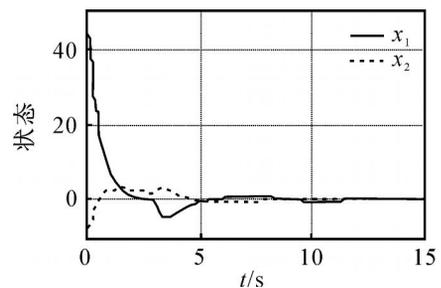


图 2 状态曲线(k = 75)

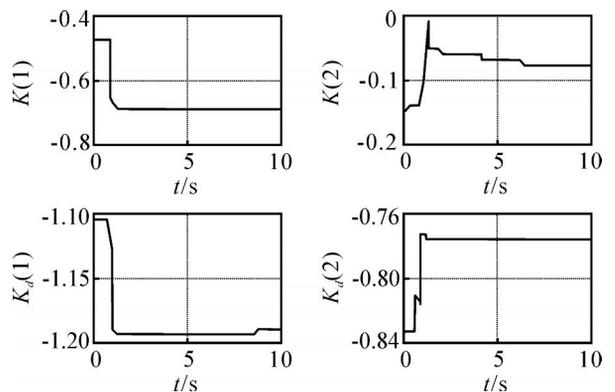


图 3 反馈增益曲线(k = 75)

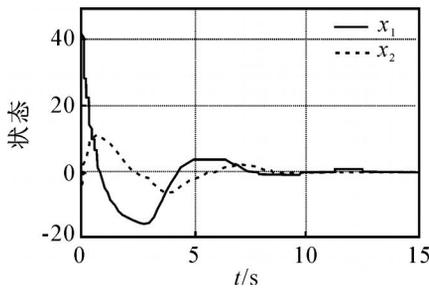


图4 状态曲线(k = 800)

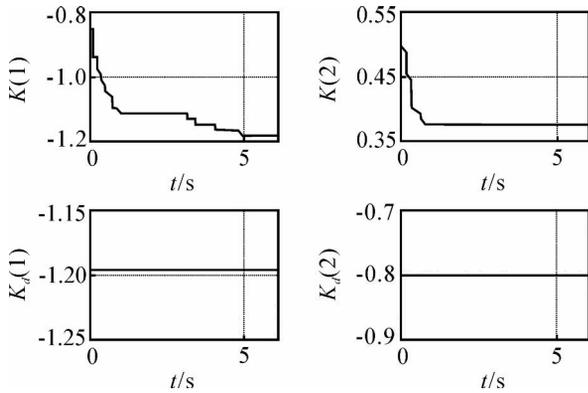


图5 反馈增益曲线(k = 800)

灵敏度参数(即相当于取  $\lambda = 0$ ), 反馈增益虽然可以随着调节因子的改变而改变, 但其变化范围很窄, 甚至是不变化的(见图5); 而采用本文所给方法, 灵敏度参数的引入, 增强了调节因子对反馈增益的调节作用, 使得反馈增益紧随调节因子的变化而变化, 直至二者达到一个稳定状态(见图3)。从而表明了灵敏度参数在调节因子对反馈增益调节过程中的重要作用, 进而验证了注2。

**例2** 考虑文献[11]所给示例, 采用本文方法进行仿真。当自适应参数初始值  $\lambda = 0.77$ , 灵敏度参数  $\lambda = 0.1$  和  $k = 1$  时, 所得闭环系统的状态响应曲线和反馈增益曲线分别如图6和图7所示。为便于比较, 图8给出了文献[11]中的反馈增益曲线。

**注6** 图7和图8中  $K(i)$  和  $K_d(i)$  ( $i = 1, 2$ ) 的含义与图3和图5的相同, 见注5。

比较图7和图8可以看出, 采用本文方法, 反馈增益曲线变化较为迅速明显, 系统的响应时间也更短(比较图6和文献[11]的图2)。从而说明采用本

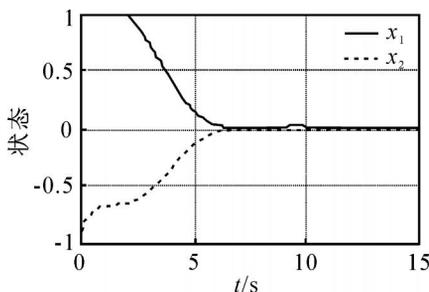


图6 状态曲线(k = 1)

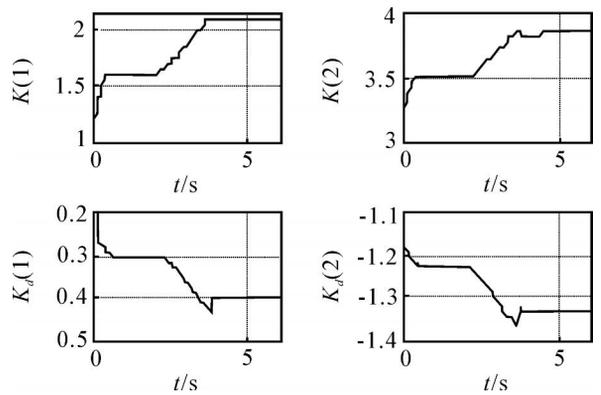


图7 反馈增益曲线(k = 1)

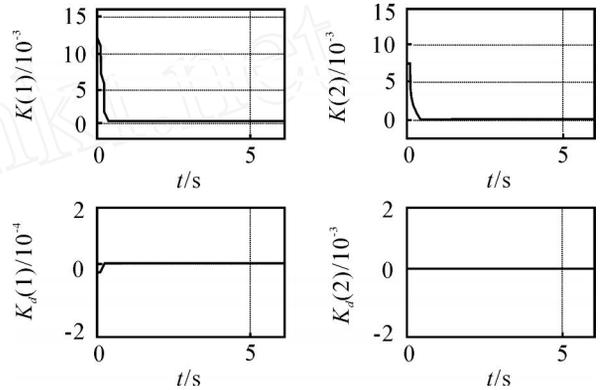


图8 反馈增益曲线<sup>[11]</sup>

文方法, 不但可以改进闭环系统的响应平稳性, 而且可以改进系统响应的快速性。

### 4 结 论

本文讨论了一种改进的带调节因子的时变增益控制问题。灵敏度参数增强了调节因子对反馈增益的调节力度, 使得反馈增益可以根据系统当前状态迅速调整自身大小, 从而更好地实现对闭环系统动态性能的调节。调节因子和灵敏度参数对系统的动态性能都有影响, 然而二者究竟怎样选取才能使系统动态性能达到最优或更优, 以及二者对系统动态性能影响的定量分析等问题, 将是下一步研究的重点。

### 参考文献(References)

[1] Xu S Y, Lam J, Zou Y. New results on delay-dependent robust  $H_\infty$  control for systems with time-varying delays [J]. Automatica, 2006, 42(2): 343-348.  
 [2] Guan X P, Chen C L. Delay-dependent guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with time delays [J]. IEEE Trans on Fuzzy System, 2004, 12(2): 236-249.  
 [3] Yu L, Chu J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems [J]. Automatica, 1999, 35(6): 1155-1159.

(下转第956页)

分析对于这种情况则容易产生错误的分析结果。

2) 改进了传统的关联分析方法,提高了诊断正确率和可靠性。所提方法的效果不依赖于单个参考信号,而是取决于参考信号群的整体性能,所以它比传统方法的准确性和可靠性更高。

#### 4 结 论

本文提出了基于群灰色关联分析化工设备故障诊断方法,并将该算法应用于某化学反应器的故障识别。故障诊断实例表明该方法可行。与传统的灰色关联分析相比,基于群灰色关联分析化工设备故障诊断方法降低了对单个参考信号的依赖性,提高了灰色关联分析的准确性和可靠性。该方法简单且计算量小,不需要复杂设备,值得推广于实际的工业故障诊断中。

#### 参考文献(References)

- [1] 黄道,宋欣.神经网络在化工过程故障诊断中的应用[J].控制工程,2006,13(1):6-10.  
(Huang D, Song X. Application of neural networks to chemical fault diagnosis [J]. Control Engineering of China, 2006, 13(1): 6-10.)
- [2] 罗佑新.灰色系统理论在化工设备故障诊断中的应用[J].化工装备技术,1996,17(6):11-14.  
(Luo Y X. The application of grey system theory in the chemical equipment fault diagnosis [J]. Chemical Equipment Technology, 1996, 17(6): 11-14.)
- [3] Lixin Dong, Dengming Xiao. Insulation fault diagnosis based on group grey relational grade analysis method for power transformer [J]. J of Southeast University (English Edition), 2005, 21(2): 175-179.
- [4] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1991.  
(Deng J L. Grey system theory course [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1991.)
- [5] Deng Julong. Introduction to grey system theory [J]. J of Grey Systems, 1989, 1(1): 1-24.
- [6] 刘敏.神经网络在化学反应器故障诊断中的应用[J].聊城师院学报,2000,13(1):51-54.  
(Liu M. Fault detection in the chemical reactors using artificial neural networks [J]. J of Liaochers University, 2000, 13(1): 51-54.)
- [7] 孙京浩,李秋艳,杨欣斌,等.基于蚁群算法的故障识别[J].华东理工大学学报,2004,30(2):194-198.  
(Sun J G, Li Q Y, Yang X B, et al. Research on fault identification based on ant colony algorithm [J]. J of East China University of Science and Technology, 2004, 30(2): 194-198.)
- [4] Hua C C, Guan X P, Shi P. Adaptive fuzzy control for uncertain interconnected time-delay systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(3): 447-458.
- [5] Zheng F, Wang Q G, Lee T H. Adaptive robust control of uncertain time delay systems [J]. Automatica, 2005, 41(8): 1375-1380.
- [6] Tong S C, Li H X. Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 128(1): 107-115.
- [7] Jiang X F, Xu W L, Han Q L. Observer-based fuzzy control design with adaptation to delay parameter for time-delay systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 152(3): 637-649.
- [8] Haddad W M, Hayakawa T, Chellaboina V S. Robust adaptive control for nonlinear uncertain systems [J]. Automatica, 2003, 39(3): 551-556.
- [9] 姜偕富,费树岷,冯纯伯.具有状态时滞线性系统对时滞参数的自适应控制[J].控制理论与应用,2002,19(5):704-708.  
(Jiang X F, Fei S M, Feng C B. Memory feedback control for linear time-delay system with adaptation to delay parameter [J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(5): 704-708.)
- [10] 何率天,达飞鹏.模糊时滞系统的状态反馈控制器设计及其稳定性分析[J].东南大学学报,2006,36(4):657-661.  
(He S T, Da F P. Design and stability analysis of state feedback controller for fuzzy time-delay systems [J]. J of Southeast University, 2006, 36(4): 657-661.)
- [11] 何率天,达飞鹏.一种带调节因子的状态反馈控制设计[J].自动化学报,2008,34(5):613-616.  
(He S T, Da F P. Design of state feedback control with adjustable parameter [J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(5): 613-616.)
- [12] Han Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity [J]. Automatica, 2005, 41(12): 2171-2176.

(上接第 952 页)