第 24 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2009 年 6 月
Vol. 24 No. 6 Control and Decision Jun. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)06-0813-06

基于模糊 T-S 模型的非线性系统的 H∞鲁棒容错控制

尹作友[1,2], 张化光[1]

(1. 东北大学 a. 信息科学与工程学院, b. 流程工业综合自动化教育部重点实验室,
沈阳 110004; 2. 渤海大学 信息科学与工程学院, 辽宁 锦州 121000)

摘 要: 研究一类具有不确定和时滞的非线性系统的 H_∞鲁棒容错控制问题. 采用 T-S 模糊模型来描述非线性系统,在系统执行器失效的情况下,建立故障矩阵模型;通过引进自由加权矩阵,基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI (线性矩阵不等式) 方法,给出系统 H_∞鲁棒容错控制器存在的充分条件,保证了系统的鲁棒稳定性. 仿真实例验证了该方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 时滞; 不确定; 鲁棒; 容错; 模糊控制器

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

H∞ robust tolerant control for a class of nonlinear systems based on fuzzy T-S model

YIN Zuo-you[1,2], *ZHANG Hua-guang*[1]

(1a. College of Information Science and Engineering, 1b. Key Laboratory of Integrated Automation for the Process Industry of Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. School of Information Science and Engineering, Bohai University, Jinzhou 121000, China. Correspondent: YIN Zuo-you, E-mail: yinzuoyou@163.com)

Abstract: The problems of H_∞ robust tolerant control for a class of nonlinear systems with uncertainties and time delays are studied. The T-S fuzzy model is adopted to describe the nonlinear system. The actuator fault model is established for the actuator fault of systems. By introducing some free-weighting matrices, a sufficient condition is given based on Lyapunov stability theory and linear matrix inequality method (LMI) for the existence of the H_∞ robust tolerant control law, which can guarantee the robust stability of system. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Nonlinear system; Delay; Uncertainty; Robustness; Tolerance; Fuzzy controller

1 引 言

随着控制理论的发展,控制系统的安全性和可靠性变得越来越重要. 容错控制的研究得到了广泛重视,已成为控制领域研究的热门课题[1-5]. 文献[1]考虑了输入约束和不确定性,提出了两种容错控制方案;文献[2]针对不确定系统,基于故障检测与诊断的方法,提出自适应容错方案,改善了系统的控制性能.

由于非线性系统难以用精确的数学模型描述,经典的容错控制方法已不适用于非线性系统的容错控制. 自 Zadeh 提出模糊理论以来,各种模糊控制方法已成功地应用于非线性控制领域[6,7]. 其中由 Takagi-Sugeno 提出的 T-S 模糊模型被广泛使用. 该模糊模型可以逼近任何非线性系统,这为非线性系统容错控制提供了一种新的处理手段. 文献[8]采用 T-S 模糊模型描述具有时滞的不确定非线性系统,针对传感器故障,建立传感器故障矩阵模型,设计了输出反馈控制器,保证了系统鲁棒稳定. 文献[9]考虑了不确定时滞离散模糊系统的故障容错问题,通过设计模糊状态观测器,保证了系统具有鲁棒

收稿日期: 2008-06-19; **修回日期**: 2008-10-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60534010,60572070,60521003); 高校博士点基金项目(20070145015); 国家高技术研究发展专项基金项目(2006AA04Z183); 高等学校学科创新引智计划项目(B08015); 辽宁省自然科学基金项目(20062018).

作者简介: 尹作友(1965—),男,辽宁大连人,副教授,博士生,从事故障检测和容错控制等研究; 张化光(1959—),男,吉林省吉林市人,教授,博士生导师,从事自适应控制、非线性控制等研究.

完整性. 上述文献都没有考虑系统扰动问题.

本文针对具有不确定时滞的非线性系统,在系统具有执行器故障和扰动的情况下,对系统的容错控制进行研究,给出了系统鲁棒稳定的充分条件,以保证系统具有容错性.

2 问题描述

T-S 模糊模型是由一组 If-Then 模糊规则来描述的非线性系统. 对具有不确定时滞的非线性系统可建立一系列的模糊规则,每条规则代表一个子系统,则模糊系统 T-S 模型的第 i 条规则描述如下:

Rule i:

If $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_p(t)$ is M_{ip},

$$\begin{aligned} \text{Then } \dot{x}_i(t) = &(A_i+\Delta A_i)x(t)+\\ &(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-h)+\\ &(B_i+\Delta B_i)u(t)+D_i w(t),\\ y_i(t) = &C_i x(t),\ i=1,2,\cdots,N. \end{aligned}\tag{1}$$

其中:M_{ij} 为模糊集合;$z_1(t)\cdots z_p(t)$ 为模糊规则的前件变量;$x(t)\in R^n$,$u(t)\in R^m$ 分别为系统的状态向量和控制输入向量;$y_i(t)\in R^m$ 为系统的控制输出向量;h 为滞后时间,且满足 $0\le h<\infty$;$w(t)\in R^q$ 为扰动向量;标量 N 为模糊规则的个数;$A_i\in R^{n\times n}$ 和 $A_{di}\in R^{n\times n}$,$B_i\in R^{n\times m}$,$C_i\in R^{m\times n}$,$D_i\in R^{n\times q}$ 分别为系统、输入、输出和扰动常数矩阵;ΔA_i,ΔA_{di},ΔB_i 为不确定性实值矩阵. 假定不确定性是范数有界的,且具有如下结构:

$$[\Delta A_i \quad \Delta B_i \quad \Delta A_{di}] = MF_i(t)[N_{1i} \quad N_{2i} \quad N_{3i}].$$

其中:M,N_{1i},N_{2i},N_{3i} 是已知的适当维数实常数矩阵;$F_i(t)$ 是由 Lebesgue 可测函数构成的未知矩阵,且满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\le I$.

对于给定的数对 $(x(t),u(t))$,由单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化,可得模糊 T-S 系统的整个状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = &\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t))[(A_i+\Delta A_i)x(t)+\\ &(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-h)+\\ &(B_i+\Delta B_i)u(t)+D_i w(t)],\\ y(t) = &\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t))C_i x(t). \end{aligned}\tag{2}$$

其中

$$z(t) = [z_1(t) \quad z_2(t) \quad \cdots \quad z_p(t)],$$

$$h_i(z(t)) = \mu_i(z(t))/\sum_{i=1}^{N}\mu_i(z(t)) \ge 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t)) = 1,\ \mu_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t)).$$

这里:$M_{ij}(z_j(t))$ 表示前件变量,$z_j(t)$ 为对应于模糊集合 M_{ij} 的隶属度.

利用平行分配补偿算法(PDC),可分别对各子系统设计局部状态反馈控制器,各反馈控制器的前提条件与系统模型的前提条件相同. 则

Rule i:

If $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$and $z_p(t)$ is M_{ip},

$$\text{Then } u(t) = -K_i x(t),\ i=1,2,\cdots,N,\tag{3}$$

其中 $K_i\in R^{m\times n}$ 为反馈控制增益矩阵. 因此整个模糊控制器为

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t))K_i x(t).\tag{4}$$

将式(4) 代入(2),可得到整个闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_i(z(t))h_j(z(t))[(A_i+\Delta A_i-\\ &B_iK_j-\Delta B_iK_j)x(t)+(A_{di}+\\ &\Delta A_{di})x(t-h)+D_i w(t)],\\ y(t) = &\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t))C_i x(t). \end{aligned}\tag{5}$$

考虑系统(5) 的执行器发生故障时,引进开关执行器的故障模型矩阵

$$\begin{aligned} &L_k = \mathrm{diag}(l_1,l_2,\cdots,l_m),\\ &l_q\in[0,1],\ q=1,2,\cdots,m. \end{aligned}\tag{6}$$

其中:$l_q=0$ 表示第 q 个子系统的执行器故障;$l_q=1$ 表示第 q 个子系统执行器工作正常. $L_k=\mathrm{diag}(1,1,\cdots,1)$ 为所有执行器工作正常. 执行器故障共有 $N_l=2^m$ 种组合模式. 将该故障矩阵置于反馈增益 K 和矩阵 B 之间. 因此,具有执行器故障的闭环模糊系统(5) 可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_i(z(t))h_j(z(t))[(A_i+\Delta A_i-\\ &B_iL_kK_j-\Delta B_iL_kK_j)x(t)+(A_{di}+\\ &\Delta A_{di})x(t-h)+D_i w(t)],\\ y(t) = &\sum_{i=1}^{N} h_i(z(t))C_i x(t). \end{aligned}\tag{7}$$

对不确定时滞非线性系统的 H_∞ 鲁棒容错控制,就是设计一个反馈控制器(4),当执行器失效时,使闭环系统(7) 满足以下条件:1) 闭环系统渐近稳定($w(t)=0$);2) 在零初始条件下,对任意的 $w(t)\in L_2[0,\infty)$,满足 $\|y(t)\|_2\le\gamma\|w(t)\|_2$. 其中:$\gamma$ 是预先规定的常数,$\|\cdot\|_2$ 是 $L_2[0,\infty)$ 范数.

3 主要结果

为了证明文中的结论,首先给出如下引理:

引理 1[10] 对于任意矢量 x 和矩阵 Q,有

$$\int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s \ge \frac{1}{h}\Big(\int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}sQ\int_{t-h}^{t} x(s)\mathrm{d}s\Big).\tag{8}$$

引理 2[11] 对于具有适当维数的常数矩阵 Y,

D 和 E,其中 Y 是对称的,则

$$Y + MF(t)E + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)M^{\mathrm{T}} < 0 \tag{9}$$

对所有满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \le I$ 的矩阵 $F(t)$ 成立,当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$,使得下面的不等式成立:

$$Y + \varepsilon MM^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E < 0. \tag{10}$$

定理 1　考虑系统(7),假设 $w(t) = 0$,如果存在矩阵 $\tilde{E}_1,\tilde{E}_2,\tilde{E}_3,\tilde{E}_4,Q > 0,X > 0,Y$ 和常量 $\varepsilon_i > 0$ 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi & A_{di} + \tilde{E}_1 - \tilde{E}_2^{\mathrm{T}} & X - \tilde{E}_3^{\mathrm{T}} & \tilde{E}_1 - \tilde{E}_4^{\mathrm{T}} & XN_{1i}^{\mathrm{T}} + Y_j^{\mathrm{T}}L_kN_{2i}^{\mathrm{T}} \\ * & \tilde{E}_2 + \tilde{E}_2^{\mathrm{T}} & -X + \tilde{E}_3^{\mathrm{T}} & \tilde{E}_4^{\mathrm{T}} & XN_{3i}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\frac{1}{h}\tilde{Q} & \tilde{E}_3^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & \tilde{E}_4 + \tilde{E}_4^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

其中

$$\Xi = A_iX + XA_i^{\mathrm{T}} - Y_j^{\mathrm{T}}L_kB_i^{\mathrm{T}} - B_iL_kY_j + h\tilde{Q} - \tilde{E}_1 - \tilde{E}_1^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i MM^{\mathrm{T}},$$

$$i,\ j = 1,2,\cdots,N,\ k = 1,2,\cdots,m.$$

则执行器失效时,存在反馈控制增益 $K_i = Y_iX^{-1}$,相应故障的模糊闭环系统(7)是渐近稳定的.

证明　取 Lyapunov 函数为

$$V(x(t)) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + \int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta + \left(\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}s\right)P\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s. \tag{12}$$

沿着系统(7)对 Lyapunov 函数求导,得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = {} & \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) + hx^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - \int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\,\mathrm{d}s + (x^{\mathrm{T}}(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h))P\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s + {} \\ & \int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}sP(x(t) - x(t-h)) \le \\ & \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) + hx^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - \frac{1}{h}\left(\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}s\right)Q\left(\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s\right) + {} \\ & (x^{\mathrm{T}}(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h))P\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s + \int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}sP(x(t) - x(t-h)) = \\ & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h_i(z(t))h_j(z(t))\Big(x^{\mathrm{T}}(t)(A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i - (B_iL_kK_j)^{\mathrm{T}}P - PB_iL_kK_j + \Delta A_i^{\mathrm{T}}P + P\Delta A_i - {} \\ & (\Delta B_iL_kK_j)^{\mathrm{T}}P - P\Delta B_iL_kK_j + hQ)x(t) + x^{\mathrm{T}}(t-h)(A_{di} + \Delta A_{di})^{\mathrm{T}}Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P(A_{di} + \Delta A_{di})x(t-h) - {} \\ & \frac{1}{h}\left(\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}s\right)Q\left(\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s\right) + (x^{\mathrm{T}}(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h))P\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s + {} \\ & \int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\,\mathrm{d}sP(x(t) - x(t-h))\Big) = \\ & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h_i(z(t))h_j(z(t))\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times \begin{bmatrix} PW_{ij} + W_{ij}^{\mathrm{T}}P + hQ & P(A_{di} + \Delta A_{di}) & P \\ * & 0 & -P \\ * & * & -\frac{1}{h}Q \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s \end{bmatrix} + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h_i(z(t))h_j(z(t)) \times \\ & \left[x^{\mathrm{T}}(t)E_1 + x^{\mathrm{T}}(t-h)E_2 + \left(\int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s\right)E_3 + \left(\int_{t-h}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s\right)E_4\right] \times \\ & \left[x(t-h) - x(t) + \int_{t-h}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s\right] = \\ & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h_i(z(t))h_j(z(t))\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s \\ \int_{t-h}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times \\ & \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & P - E_3^{\mathrm{T}} & E_1 - E_4^{\mathrm{T}} \\ * & E_2 + E_2^{\mathrm{T}} & -P + E_3^{\mathrm{T}} & E_4^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\frac{1}{h}Q & E_3^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & E_4 + E_4^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s \\ \int_{t-h}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$W_{ij} = A_i + \Delta A_i - \Delta B_iL_kK_j - B_iL_kK_j,$$

$$\Pi_1 = PW_{ij} + W_{ij}^{\mathrm{T}}P + hQ - E_1 - E_1^{\mathrm{T}},$$

$$\Pi_2 = P(A_{di} + \Delta A_{di}) + E_1 - E_2^{\mathrm{T}}.$$

如果能使式(13)右边的中间矩阵是负定的,即 $\dot{V}(x(t)) < 0$,则故障模糊系统(7)是渐近稳定的.

利用引理 2,式(13) 右边的中间矩阵可进一步表示为

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & P - E_3^{\mathrm T} & E_1 - E_4^{\mathrm T} \\ * & E_2 + E_2^{\mathrm T} & -P + E_3^{\mathrm T} & E_4^{\mathrm T} \\ * & * & -\frac{1}{h}Q & E_3^{\mathrm T} \\ * & * & * & E_4 + E_4^{\mathrm T} \end{bmatrix} =$$

$$\Omega + \begin{bmatrix} \Pi_3 & P\Delta A_{di} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\Omega + \begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t)\,[\,N_{1i} + N_{2i}L_kK_j \quad N_{3i} \quad 0 \quad 0\,] +$$

$$[\,N_{1i} + N_{2i}L_kK_j \quad N_{3i} \quad 0 \quad 0\,]^{\mathrm T} F^{\mathrm T}(t) \begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} \leq$$

$$\Omega + \varepsilon_i \begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_i^{-1} \begin{bmatrix} (N_{1i} + N_{2i}L_kK_j)^{\mathrm T} \\ N_{3i}^{\mathrm T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times$$

$$[\,N_{1i} + N_{2i}L_kK_j \quad N_{3i} \quad 0 \quad 0\,] < 0. \tag{14}$$

其中

$$\Pi_3 = \Delta A_i^{\mathrm T}P + P\Delta A_i - (\Delta B_iL_kK_j)^{\mathrm T}P - P\Delta B_iL_kK_j,$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Pi_4 & PA_{di} + E_1 - E_2^{\mathrm T} & P - E_3^{\mathrm T} & E_1 - E_4^{\mathrm T} \\ * & E_2 + E_2^{\mathrm T} & -P + E_3^{\mathrm T} & E_4^{\mathrm T} \\ * & * & -\frac{1}{h}Q & E_3^{\mathrm T} \\ * & * & * & E_4 + E_4^{\mathrm T} \end{bmatrix},$$

$$\Pi_4 = A_i^{\mathrm T}P + PA_i - (B_iL_kK_j)^{\mathrm T}P - PB_iL_kK_j + hQ - E_1 - E_1^{\mathrm T}.$$

对不等式(14) 进一步利用 Schur 补性质,可得如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi & PA_{di} + E_1 - E_2^{\mathrm T} & P - E_3^{\mathrm T} & E_1 - E_4^{\mathrm T} & (N_{1i} + N_{2i}L_kK_j)^{\mathrm T} \\ * & E_2 + E_2^{\mathrm T} & -P + E_3^{\mathrm T} & E_4^{\mathrm T} & N_{3i}^{\mathrm T} \\ * & * & -\frac{1}{h}Q & E_3^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & * & E_4 + E_4^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0, \tag{15}$$

其中

$$\Xi = A_iX + XA_i^{\mathrm T} - Y_j^{\mathrm T}L_kB_i^{\mathrm T} - B_iL_kY_j + h\widetilde{Q} - \widetilde{E}_1 - \widetilde{E}_1^{\mathrm T} + \varepsilon_i MM^{\mathrm T}.$$

矩阵不等式(15) 左右两边分别乘以对角阵 $\mathrm{diag}[\,P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad I\,]$,且记 $P = X^{-1}$, $\widetilde{E}_1 = XE_1X$, $\widetilde{E}_2 = XE_2X$, $\widetilde{E}_3 = XE_3X$, $\widetilde{E}_4 = XE_4X$, $\widetilde{Q} = XQX$ 和 $K_i = Y_iX^{-1}$,则由式(15) 进一步整理可得到矩阵不等式(11). □

定理2 对于存在执行器故障系统(7), $w(t) \neq 0$,给定常数 γ,如果存在矩阵 $\widetilde{E}_1, \widetilde{E}_2, \widetilde{E}_3, \widetilde{E}_4, Q > 0$, $Y > 0$ 和常量 $\varepsilon_i > 0$ 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi & \Pi_5 & X - \widetilde{E}_3^{\mathrm T} & \widetilde{E}_1 - \widetilde{E}_4^{\mathrm T} & \Pi_6 & D_i & XC_i^{\mathrm T} \\ * & \Pi_7 & -X + \widetilde{E}_3^{\mathrm T} & \widetilde{E}_4^{\mathrm T} & XN_{3i}^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{1}{h}\widetilde{Q} & \widetilde{E}_3^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \widetilde{E}_4 + \widetilde{E}_4^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_i I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{16}$$

其中

$$\Pi_5 = A_{di} + \widetilde{E}_1 - \widetilde{E}_2^{\mathrm T},$$

$$\Pi_6 = XN_{1i}^{\mathrm T} + Y_j^{\mathrm T}L_KN_{2i}^{\mathrm T},$$

$$\Pi_7 = \widetilde{E}_2 + \widetilde{E}_2^{\mathrm T}.$$

则存在控制器 $K_i = Y_iX^{-1}$,使得该闭环系统是渐近稳定的,并且具有 H_∞ 范数小于给定界 γ.

证明 在零初始条件下,考虑闭环故障系统(7) 和 Lyapunov 函数(12),建立如下性能指标函数:

$$J = \int_0^T \Big[y^{\mathrm T}(t)y(t) - \gamma^2 w^{\mathrm T}(t)w(t) + \frac{\mathrm d}{\mathrm dt}V(x(t))\Big]\mathrm dt - V(x(t)) \leq$$

$$\int_0^T \Big[y^{\mathrm T}(t)y(t) - \gamma^2 w^{\mathrm T}(t)w(t) + \frac{\mathrm d}{\mathrm dt}V(x(t))\Big]\mathrm dt,$$

$$
\begin{aligned}
& y^{\mathrm{T}}(t)y(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t)w(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(x(t)) = \\
& y^{\mathrm{T}}(t)y(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t)w(t) + \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + \\
& x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) + hx^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s + \\
& (x^{\mathrm{T}}(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h))P\int_{t-h}^{t} x(s)\mathrm{d}s + \\
& \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}sP(x(t) - x(t-h)) \leq \\
& \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_i(z(t))h_j(z(t)) \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s \\ w^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times \\
& \begin{bmatrix} \Pi_8 & P(A_{di} + \Delta A_{di}) & P & PD_i \\ * & 0 & -P & 0 \\ * & * & -\frac{1}{h}Q & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \int_{t-h}^{t} x(s)\mathrm{d}s \\ w(t) \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{17}
$$

其中

$$\Pi_8 = PW_{ij} + W_{ij}^{\mathrm{T}}P + hQ + C_i^{\mathrm{T}}C_i .$$

如果式(17) 右边中间的矩阵小于 0,即满足性能指标 $J < 0$,再使用与定理 1 相类似的方法,利用 Schur 补性质,矩阵左右两边分别乘以对角阵 $\mathrm{diag}[P^{-1}\ P^{-1}\ P^{-1}\ P^{-1}\ I\ I\ I]$,可得矩阵不等式(16),则

$$
\begin{aligned}
& \int_0^T y^{\mathrm{T}}(t)y(t)\mathrm{d}t < \gamma^2 \int_0^T w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t \leq \\
& \gamma^2 \int_0^{\infty} w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t.
\end{aligned}
$$

□

4　仿真实例

考虑文献[12]的非线性系统

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 = & -0.1x_1^3(t) - 0.0125x_1(t-h) - \\
& 0.02x_2(t) - 0.067x_2^3(t) - \\
& 0.1x_2^3(t-h) - 0.005x_2(t)(t-h) + \\
& 0.5u_1(t) + 0.4u_2(t) + 0.1w(t), \\
\dot{x}_2 = & x_1(t) + 0.4u_1(t) + 0.5u_2(t) + 0.2w(t), \\
y_1(t) = & x_1(t), \\
y_2(t) = & x_2(t).
\end{aligned} \tag{18}
$$

其中: $x_1 \in [-1.5, 1.5]$, $x_2 \in [-1.5, 1.5]$ 隶属度函数 M_{11}, M_{12} 表示为如下形式:

$$M_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2^2(t)}{2.25},$$

$$M_{12}(x_2(t)) = 1 - M_{11}(x_2(t)) = \frac{x_2^2(t)}{2.25}.$$

具有不确定时滞的非线性系统(18) 采用如下 T-S 模糊规则:

Rule 1:

If $x_2(t)$ is M_{11},

$$
\begin{aligned}
\text{Then } \dot{x}(t) = & (A_1 + \Delta A_1)x(t) + \\
& (A_{d1} + \Delta A_{d1})x(t-h) + \\
& (B_1 + \Delta B_1)u(t) + D_1 w(t), \\
y(t) = & C_1 x(t);
\end{aligned}
$$

Rule 2:

If $x_2(t)$ is M_{12},

$$
\begin{aligned}
\text{Then } \dot{x}(t) = & (A_2 + \Delta A_2)x(t) + \\
& (A_{d2} + \Delta A_{d2})x(t-h) + \\
& (B_2 + \Delta B_2)u(t) + D_2 w(t), \\
y(t) = & C_2 x(t).
\end{aligned}
$$

其中

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = D_2 = [0.1\quad 0.2]^{\mathrm{T}},$$

$$M = [-0.1125\quad 0]^{\mathrm{T}},\ C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$N_{1i} = [1\quad 0],\ N_{2i} = [1\quad 0],\ N_{3i} = [1\quad 0].$$

故障矩阵 $L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,表示所有执行器都正常;故障矩阵 $L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,表示第 2 个执行器有故障;故障矩阵 $L_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,表示第 1 个执行器有故障. 取 $\gamma = 1$, $h = 0.5$,通过求解线性矩阵不等式(16),得到状态反馈增益

$$K_1 = \begin{bmatrix} -6.4726 & -8.4661 \\ -30.8378 & 27.8954 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -2.3652 & -2.9464 \\ 0.3535 & -1.0045 \end{bmatrix};$$

正定矩阵

$$X = \begin{bmatrix} 0.5389 & 0.3269 \\ 0.3269 & 0.2023 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.9966 & 0.6501 \\ 0.6501 & 0.5041 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{E}_1 = \begin{bmatrix} 1.1847 & 1.2197 \\ 1.2248 & 1.4890 \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{E}_2 = \begin{bmatrix} -0.5210 & -0.5655 \\ -0.4454 & -0.5749 \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{E}_3 = \begin{bmatrix} 0.4861 & 0.2686 \\ 0.3031 & 0.1730 \end{bmatrix},$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} -0.9535 & -0.9434 \\ -0.9480 & -1.0902 \end{bmatrix};$$

以及常数 $\varepsilon_1 = 7.2841$, $\varepsilon_2 = 11.6713$, $\varepsilon_{12} = 7.3475$. 当系统的初始状态 $[x_1, x_2] = [1, -0.5]$, 扰动 $w(t) = 0.5\sin(t)e^{-t}$ 时,可以得到故障矩阵分别为 L_1, L_2, L_3 所对应的 x_1, x_2 的状态曲线,如图 1 ~ 图 3 所示.

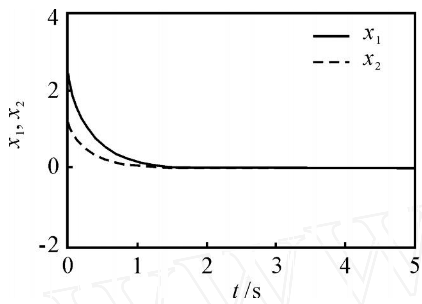

图 1 系统 x_1, x_2 状态响应曲线(故障矩阵 L_1)

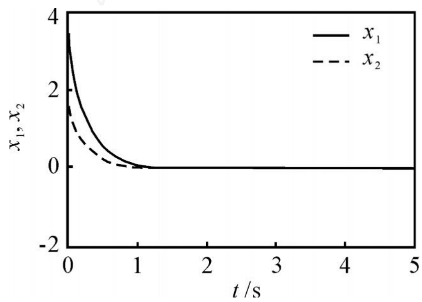

图 2 系统 x_1, x_2 状态响应曲线(故障矩阵 L_2)

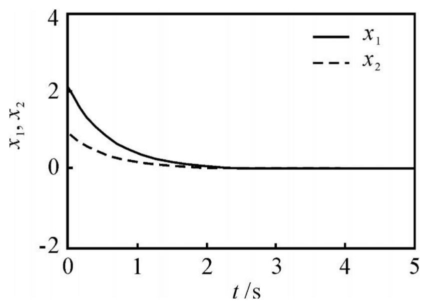

图 3 系统 x_1, x_2 状态响应曲线(故障矩阵 L_3)

仿真结果表明,当执行器失效后,闭环系统仍是鲁棒渐近稳定的.

5 结 论

由于大多数控制系统都存在非线性,对非线性系统的容错控制越来越受到人们的重视,但采用经典的容错控制方法进行处理时则较为困难. 本文针对具有不确定和时滞的非线性系统,利用模糊 T-S 模型对系统进行描述; 当执行器故障和有扰动的情况下,设计了状态反馈控制器,并基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 方法,给出了系统 H_∞ 鲁棒稳定的充分条件,从而保证了系统具有容错完整性.

参考文献(References)

[1] Prashant M, Adiwinata G, Panagiotis D C. Fault-tolerant control of nonlinear processes performance-based reconfiguration and robustness [J]. Int J of Robust Nonlinear Control, 2006, 16: 91-111.

[2] Zhan X D, Thomas P, Marios M. Adaptive fault-tolerant control of nonlinear uncertain systems: An information-based diagnostic approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(8): 1259-1274.

[3] Midori M, Jin J, Kojiro H. Stability guaranteed active fault-tolerant control system against actuator failures [J]. Robust Nonlinear Control, 2004, 14(12): 1061-1077.

[4] Yu D L, Chang T K, Yu D W. Adaptive neural model-based fault tolerant control for multi-variable processes [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2005, 18(4): 393-411.

[5] Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot Vincent. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(9): 578-1583.

[6] Zhang H G, Yang J, Su C Y. T-S fuzzy-model-based robust H_∞ design for networked control systems with uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2007, 3(4): 289-301.

[7] Lin C, Wang Q G, Lee T H. Designing of observer-based H_∞ control for fuzzy time-delay systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2008, 16(2): 534-543.

[8] Tong S C. Robust fault tolerant fuzzy control for nonlinear systems with sensor failures[C]. Proc of the 6th Int Conf on Machine Learning Cybernetics. Dalian, 2007: 19-22.

[9] Zhang L. Fault-tolerant control of uncertain time-delay discrete-time systems using T-S model [C]. Fuzzy Systems Conf, FUZZ-IEEE 2007. London: IEEE Int, 2007: 1-6.

[10] Gu K. An integral inequality in the stability problem of time-delay systems[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 2805-2810.

[11] Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties[J]. Int J of Control, 1996, 63 (4): 741-750.

[12] Lee K R, Kim J H, Jeung E T, et al. Output feedback robust H_∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 657-664.