

文章编号: 1001-0920(2009)06-0819-06

全局稳定的分散自适应神经网络反推跟踪控制

陈为胜, 李俊民

(西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071)

摘要: 针对一类不确定大规模系统, 研究其全局稳定的分散自适应神经网络反推跟踪控制问题. 在假设不匹配的未知关联项满足部分已知的非线性 Lipschitz 条件下, 采用神经网络作为前馈补偿器, 逼近参考信号作为输入的未知关联函数; 设计者可根据参考信号的界预先确定神经网络逼近域, 同时保证了闭环系统的全局稳定性. 仿真实例验证了控制算法的有效性.

关键词: 神经网络; 分散控制; 全局稳定; 反推方法

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Globally stable decentralized adaptive neural network backstepping tracking control

CHEN Wei-sheng, LI Jur-min

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: CHEN Wei-sheng, E-mail: wshchen@126.com)

Abstract: A globally stable decentralized adaptive neural network backstepping tracking control problem is addressed for a class of uncertain large-scale systems. Under the assumption that the mismatched unknown interconnections satisfy partly known nonlinear Lipschitz condition, neural networks are used as feedforward compensators to approximate the unknown interconnections depending on the reference signals. Thus, the designer can determine the neural network approximation domain based on the bounds of reference signals, and the proposed control approach can guarantee the global stability of closed-loop system. Simulation examples show the effectiveness of the control algorithm.

Key words: Neural network; Decentralized control; Globally stable; Backstepping technique

1 引言

大规模系统通常是指一类通过状态或输出而相互关联的子系统, 对于关联大系统的有效且实用的控制策略之一便是分散控制. 分散控制是指仅利用各子系统的局部信息和各子系统间的少量交换信息为各子系统设计若干局部控制器, 以实现既定的控制目标. 目前该领域已取得了很多研究成果^[1-11], 这些成果基本上可分为两类: 一类是放松对关联项界的限制, 例如关联项被已知或部分已知函数所界定^[1]; 另一类是放松对关联项结构的限制, 例如匹配条件^[2]. 为了放松对关联项界的限制, 神经网络^[3] (或模糊系统^[4]) 被用于逼近未知关联项或关联项的上界函数. 然而, 神经网络和模糊系统对连续函数的逼近能力仅限于一个紧集上, 因此这些控制方案只

能保证闭环系统半全局稳定, 设计者也不能给出逼近域的确定方法, 而且, 未知的关联项必须满足匹配条件. 为了放松对关联项结构的限制, 即匹配条件, 反推方法^[1,5,6] 被引入分散控制领域用以处理不匹配的关联系统, 例如分散严格反馈系统^[5], 分散输出反馈系统^[6]. 就分散跟踪控制问题而言, 现有的研究结果大都假设关联项已知^[5,6].

值得一提的是, 最近文献^[7]提出了一种新的分散控制思想. 在假设各子系统预先知道其他子系统参考信号的前提下, 通过采用参考信号取代控制器中的关联输出信号, 提出一种分散自适应精确跟踪控制设计方法. 特别是文献^[8-11]将这种思想延伸到分散自适应神经网络控制, 但所提出的控制方案仅能确保闭环系统的半全局渐近稳定性.

收稿日期: 2008-05-26; 修回日期: 2008-10-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804021, 60374015).

作者简介: 陈为胜(1977—), 男, 山东莒县人, 副教授, 博士, 从事学习控制、神经网络控制等研究; 李俊民(1965—), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、网络化控制等研究.

基于以上讨论,同时受自适应反推神经网络控制设计方法的启发^[12,13],本文力求设计一种全局稳定的分散自适应反推神经网络跟踪控制方案,同时给出一种确定神经网络逼近域的方法.需要强调的是逼近域的确定是非常重要的,例如在径向基函数神经网络设计中,它直接决定着基函数中心的选择.目前这两个问题依然是神经网络控制领域的公开难题,其主要设计困难在于如何确保在控制过程中,神经网络输入始终滞留在一个预先给定的紧集上.在假定各子系统控制器预先分享了其他子系统的参考信号条件下,本文认为以上两个问题是可以解决的.本文的主要创新概括如下:

首先,现有的神经网络控制方法均采用神经网络作为反馈补偿器以拟合依赖于系统状态或输出的未知函数.由于神经网络逼近特性只能在紧集上才能实现,现有方案只能确保闭环系统半全局稳定,而且不能预先确定逼近域.对此,本文将采用神经网络作为前馈补偿器逼近依赖于参考信号的未知函数,并采用自适应鲁棒方法处理函数置换误差,从而确保了闭环系统的全局稳定性,同时给出了采用参考信号界确定神经网络逼近域的方法.

其次,就分散跟踪控制问题而言,本文的分散控制方法仅采用关联项的部分已知的非线性 Lipschitz 函数,不要求关联项已知.这不同于现有的文献^[5,6],它们要求关联项必须已知.

本文中采用 $\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的 2 范数, $\lambda_{\max}(B)$ 和 $\lambda_{\min}(B)$ 表示正定矩阵 B 的最大和最小特征值.

2 问题描述和系统转化

2.1 问题描述

考虑由 N 个子系统构成的大规模系统,第 i 个子系统方程描述如下:

$$i \begin{cases} \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1} + a_{i,j}^T \bar{x}_{i,j} + f_{i,j}(Y), \\ \quad j = 1, 2, \dots, n_i - 1; \\ \dot{x}_{i,n_i} = u_i + a_{i,n_i}^T \bar{x}_{i,n_i} + f_{i,n_i}(Y); \\ y_i = x_{i,1}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}]^T \in R^{n_i}$, $y_i \in R$ 和 $u_i \in R$ 分别表示子系统状态、输出和控制输入; $\bar{x}_{i,j} = [x_{i,1}, \dots, x_{i,j}]^T \in R^j$; $Y = [y_1, \dots, y_N]^T \in R^N$ 是子系统间的输出互联信号; $a_{i,j} \in R^{n_i \times j}$ 表示未知常值向量; $f_{i,j}: R^j \rightarrow R^{n_i}$ 是已知的光滑向量函数; $f_{i,j}: R^N \rightarrow R$ 表示子系统间的未知关联项.

注 1 现有的分散自适应反推跟踪控制算法大多假设关联项已知,例如文献^[5]中的 $f_{i,j}(\cdot)$,文献^[6]中的 $G_{i,j}(\cdot)$.然而本文不再要求系统(1)的关

联项 $f_{i,j}(\cdot)$ 已知.此外,在笔者以往的工作中^[9-11],神经网络用作反馈补偿器直接逼近系统关联项,因此只能获得半全局的闭环稳定性.本文的不同之处在于采用神经网络作为前馈补偿器,从而使得闭环系统全局稳定,并且可以根据参考信号确定神经网络逼近域.

全局稳定分散跟踪控制问题描述如下:假定各子系统控制器 u_i 仅能利用子系统状态 x_i 和所有参考信号 $Y_r(t) = [y_{1,r}(t), \dots, y_{N,r}(t)]^T \in R^N$,设计如下形式的分散自适应状态反馈跟踪控制方案:

$$\begin{cases} u_i = u_i(x_i, Y_r(t), \mathbf{p}_i), \\ \dot{\mathbf{p}}_i = \dot{\mathbf{p}}_i(x_i, Y_r(t), \mathbf{p}_i), \end{cases} \quad (2)$$

使得所有闭环信号全局一致最终有界,同时确保所有子系统跟踪误差 $y_i(t) - y_{i,r}(t)$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \|y_i(\cdot) - y_{i,r}(\cdot)\|^2 d\omega \leq \varpi \quad (3)$$

其中 ϖ 是一个大小可调的设计参数.为实现上述目标,对系统(1)作以下假设:

假设 1 关联项 $f_{i,j}(Y)$ 满足

$$\|f_{i,j}(Y) - f_{i,j}(Y_r)\| \leq \sum_{m=1}^N \delta_{i,j,m} \|y_m - y_{m,r}\| / h_{i,j,m}(y_m, Y_r). \quad (4)$$

其中: $\delta_{i,j,m}$ 是未知参数, $h_{i,j,m}(y_m, Y_r)$ 是已知光滑函数.

假设 2^[10] 各子系统参考信号 $y_{i,r}(t)$ 及其前 $n(n = \max\{n_1, \dots, n_N\})$ 阶导数是连续有界的,从而 $Y_r(t) = [y_{1,r}(t), \dots, y_{N,r}(t)]^T \in R^N$, 其中 Ω 是一个紧集.

2.2 神经网络逼近和系统转化

主要的设计难点在于如何处理未知的关联项 $f_{i,j}(Y)$.与现有的神经网络控制方案不同,为了获得全局的稳定性,本文将采用已知的参考信号 Y_r 取代不可测的关联信号 Y ,因此,可将未知关联项 $f_{i,j}(Y)$ 重写为

$$f_{i,j}(Y) = f_{i,j}(Y_r) + \Delta_{i,j}(Y, Y_r), \quad (5)$$

其中 $\Delta_{i,j}(Y, Y_r) = f_{i,j}(Y) - f_{i,j}(Y_r)$ 称为置换误差.根据假设 1,置换误差 $\Delta_{i,j}(Y, Y_r)$ 满足

$$\|\Delta_{i,j}\| \leq \sum_{m=1}^N \delta_{i,j,m} \|y_m - y_{m,r}\| / h_{i,j,m}(y_m, Y_r). \quad (6)$$

另一方面,在紧集 Ω 上,式(5)中的未知函数 $f_{i,j}(Y_r)$ 可以采用径向基函数神经网络逼近^[10]

$$f_{i,j}(Y_r) = b_{i,j}^T \Phi_{i,j}(Y_r) + \epsilon_{i,j}(Y_r). \quad (7)$$

其中: $\Phi_{i,j}(Y_r) = [s_{i,j,1}(Y_r), \dots, s_{i,j,q_{i,j}}(Y_r)]^T \in R^{q_{i,j}}$ 是已知光滑向量函数; $q_{i,j} > 1$ 表示神经网络节点数;基函数 $s_{i,j,k}(Y_r)$ ($1 \leq k \leq q_{i,j}$) 通常选择为高

斯函数 $s_{i,j,k}(Y_r) = \exp\{-Y_r - \mu_{i,j,k}^2 / h_{i,j}^2\}$, 这里 $\mu_{i,j,k}$ 和 $h_{i,j} > 0$ 分别表示基函数 $s_{i,j,k}(Y_r)$ 的中心和宽度; 最优权值向量 $b_{i,j} \in R^{q_{i,j}}$ 定义为

$$b_{i,j} = \arg \min_{b_{i,j}} \left\{ \sup_{Y_r} | f_{i,j}(Y_r) - \Phi_{i,j}^T b_{i,j} | \right\}; \quad (8)$$

$f_{i,j}(Y_r)$ 表示神经网络逼近误差. 将式(7)代入(5), 得

$$f_{i,j}(Y) = b_{i,j}^T \Phi_{i,j}(Y_r) + \dot{x}_{i,j}(Y, Y_r) + \dot{x}_{i,j}(Y_r). \quad (9)$$

注 2 在所有现存的自适应神经网络控制方法中^[8-13], 神经网络都直接用于逼近依赖于系统状态或输出的函数, 这可导致两个缺点, 即只能确保闭环系统的半全局稳定性并且不能预先确定神经网络逼近域. 然而在式(9)中, 本文采用神经网络逼近 $f_{i,j}(Y_r)$ 而不是 $f_{i,j}(Y)$, 因此, 一方面防止了在反推设计中关联信号 Y 的微分; 另一方面, 设计者可以基于参考信号 Y_r 的界预先确定神经网络逼近域, 并在假设 1 的条件下实现闭环系统全局稳定.

将式(9)代入(1), 系统(1)可转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,j} = x_{i,j+1} + \Phi_{i,j}^T(\bar{x}_{i,j}, Y_r) + \dot{x}_{i,j} + \dot{x}_{i,j}, \\ \quad j = 1, 2, \dots, n_i - 1; \\ \dot{x}_{i,n_i} = u_i + \Phi_{i,n_i}^T(\bar{x}_{i,n_i}, Y_r) + \dot{x}_{i,n_i} + \dot{x}_{i,n_i}; \\ y_i = x_{i,1}. \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$i = [a_{i,1}^T \mid b_{i,1}^T \mid a_{i,2}^T \mid b_{i,2}^T \mid \dots \mid a_{i,n_i}^T \mid b_{i,n_i}^T]^T,$$

$$i,j = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} \dots \mathbf{0} & \Phi_{i,j}^T \\ \hline \mathbf{0} \dots \mathbf{0} & \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \end{array} \right]^T.$$

$\begin{matrix} j-1 & & n_i \\ \hline k=1 & (p_{i,k}+q_{i,k}) & \\ & & k=j+1 \end{matrix}$

现在对神经网络逼近误差 $f_{i,j}(Y_r)$ 作以下假设:
假设 3^[10] 在紧集 Ω 上, 神经网络逼近误差 $f_{i,j}(Y_r)$ 有界, 即 $|f_{i,j}(Y_r)| \leq \bar{f}_{i,j}$. 其中: $\bar{f}_{i,j}$ 表示 $|f_{i,j}(Y_r)|$ 的最小上界, $\bar{f}_i = \max\{\bar{f}_{i,1}, \dots, \bar{f}_{i,n_i}\}$.

3 全局稳定的分散控制器设计

下面将采用自适应反推方法为系统(10)设计分散自适应神经网络控制算法, 其中考虑了置换误差项 $\dot{x}_{i,j}$ 和神经网络逼近误差 $f_{i,j}$. 为了简化, 仅给出主要的设计过程.

3.1 分散控制设计

定义坐标变换

$$\begin{cases} z_{i,1} = y_i - y_{r,1}, \\ z_{i,j} = x_{i,j} - \dot{x}_{i,j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n_i, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\dot{x}_{i,j-1}$ 是有待于设计的稳定化函数. 沿着式(10), 对(11)求导, 得

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1} = z_{i,2} + \dot{x}_{i,1} + \Phi_{i,1}^T \dot{x}_{i,1} + \dot{x}_{i,1} + \dot{x}_{i,1} - \dot{y}_{i,r}; \\ \dot{z}_{i,j} = z_{i,j+1} + \dot{x}_{i,j} + \Phi_{i,j}^T \dot{x}_{i,j} + \dot{x}_{i,j} + \dot{x}_{i,j} - \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial x_{i,j}} (\hat{x}_{i,j-1} - \dot{x}_{i,j-1} - \hat{x}_{i,j-1}) - \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial \hat{x}_{i,j-1}} (\hat{x}_{i,j-1} - \dot{x}_{i,j-1} - \hat{x}_{i,j-1}), \\ \quad j = 2, \dots, n_i - 1; \\ \dot{z}_{i,n_i} = u_i + \dot{x}_{i,n_i} + \Phi_{i,n_i}^T \dot{x}_{i,n_i} + \dot{x}_{i,n_i} + \dot{x}_{i,n_i}. \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\hat{x}_{i,j}$ 和 $\hat{x}_{i,j}$ 分别表示 $x_{i,j}$ 和 $\dot{x}_{i,j}$ 的估计; $\dot{x}_{i,j} > 0$ 和 $\dot{x}_{i,j} > 0$ 是自适应增益; $\dot{x}_{i,j} > 0$ 是修正系数; $\dot{x}_{i,j}$ 和 $\dot{x}_{i,j}$ 是有待于设计的调节函数;

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = \dot{x}_{i,1}(\bar{x}_{i,1}, Y_r); \\ \dot{x}_{i,j} = \dot{x}_{i,j}(\bar{x}_{i,j}, Y_r) - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} \dot{x}_{i,k}(\bar{x}_{i,k}, Y_r), \\ \quad j = 2, \dots, n_i; \\ \dot{x}_{i,1} = \dot{x}_{i,1}; \\ \dot{x}_{i,j} = \dot{x}_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} \dot{x}_{i,k}, \quad j = 2, \dots, n_i; \\ \dot{x}_{i,1} = \dot{x}_{i,1}; \\ \dot{x}_{i,j} = \dot{x}_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} \dot{x}_{i,k}, \quad j = 2, \dots, n_i; \\ \dot{x}_{i,j} = - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} x_{i,k+1} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial y_{i,r}^{(k-1)}} y_{i,r}^{(k)} - \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial y_{i,r}^{(j-1)}} y_{i,r}^{(j)} - \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial \hat{x}_{i,j-1}} (\hat{x}_{i,j-1} - \dot{x}_{i,j-1} - \hat{x}_{i,j-1}) - \frac{\partial f_{i,j-1}}{\partial \hat{x}_{i,j-1}} (\hat{x}_{i,j-1} - \dot{x}_{i,j-1} - \hat{x}_{i,j-1}), \\ \quad j = 2, \dots, n_i. \end{cases}$$

这里 $\hat{x}_{i,j}$ 表示未知参数

$$\hat{x}_{i,j} = \max_{1 \leq m \leq N, 1 \leq k \leq n_N} \left\{ \frac{1}{2} \vartheta_{m,k,i}^2 \right\}$$

的估计.

基于式(12), 稳定化函数和控制律设计为

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1} = - (c_{i,1} + d_{i,1}) z_{i,1} - \Phi_{i,1}^T \hat{x}_{i,1} - \hat{x}_{i,1} z_{i,1} - \hat{x}_{i,1} z_{i,1}; \\ \dot{z}_{i,j} = - z_{i,j-1} - (c_{i,j} + d_{i,j}) z_{i,j} - \dot{x}_{i,j} - \sum_{k=2}^{j-1} \dot{x}_{i,k} z_{i,k} - \Phi_{i,j}^T \hat{x}_{i,j} - \hat{x}_{i,j} z_{i,j}, \\ \quad j = 2, \dots, n_i - 1; \\ u_i = - z_{i,n_i-1} - (c_{i,n_i} + d_{i,n_i}) z_{i,n_i} - \dot{x}_{i,n_i} - \sum_{k=2}^{n_i-1} \dot{x}_{i,k} z_{i,k} - \Phi_{i,n_i}^T \hat{x}_{i,n_i} - \hat{x}_{i,n_i} z_{i,n_i}. \end{cases} \quad (13)$$

其中: $c_{i,j} > 0$ 是可调节的控制增益参数, 其他变量定义如下:

$$\begin{aligned}
 d_{i,j} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\partial z_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} \right)^2, \\
 i,j &= 1 + \sum_{k=1}^{j-1} \left(\left(\frac{\partial z_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} \right)^2 + \frac{1}{4} \right), \\
 i &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^{n_m} \sum_{k=1}^j h_{m,k,i}^2 (y_i, Y_r), \\
 i,j,k &= - \frac{\partial z_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}} z_{i,j-1} - \frac{\partial z_{i,j-1}}{\partial \hat{x}_{i,k}} \hat{x}_{i,k}, \\
 i,j &= z_{i,j} \tanh \frac{z_{i,j-1}}{i}.
 \end{aligned}$$

$i > 0$ 也是可调节的控制参数.

此外, 参数自适应律设计为

$$\begin{cases}
 \dot{\hat{x}}_i = i (z_{i,1}^2 - \hat{x}_i), \\
 \dot{\hat{x}}_i = i (z_{i,n_i} - \hat{x}_i), \\
 \dot{\hat{x}}_i = i (z_{i,n_i} - \hat{x}_i),
 \end{cases} \quad (14)$$

其中 $i > 0$ 是自适应增益.

调节函数设计为

$$\begin{cases}
 i,1 = z_{i,1}; \\
 i,j = z_{i,j-1} + z_{i,j} z_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i; \\
 i,1 = z_{i,1} z_{i,1}; \\
 i,j = z_{i,j-1} + z_{i,j} z_{i,j}, \quad j = 2, \dots, n_i.
 \end{cases} \quad (15)$$

将式(13)代入(12), 可得以下闭环误差系统:

$$\begin{cases}
 \dot{z}_{i,1} = - (c_{i,1} + d_{i,1}) z_{i,1} + z_{i,2} - \sum_{i=1}^T \tilde{x}_i + z_{i,1} + z_{i,1} - \hat{x}_i z_{i,1} - \hat{x}_i z_{i,1}; \\
 \dot{z}_{i,j} = - z_{i,j-1} - (c_{i,j} + d_{i,j}) z_{i,j} + z_{i,j+1} - \sum_{i,j}^T \tilde{x}_i + z_{i,j} + z_{i,j} - \hat{x}_i z_{i,j} - \hat{x}_i z_{i,j}; \\
 \dot{z}_{i,n_i} = - z_{i,n_i-1} - (c_{i,n_i} + d_{i,n_i}) z_{i,n_i} - \sum_{i,n_i}^T \tilde{x}_i + z_{i,n_i} + z_{i,n_i} - \hat{x}_i z_{i,n_i} - \hat{x}_i z_{i,n_i}; \\
 \dot{z}_{i,k,n_i} = - z_{i,k,n_i-1} - (c_{i,k,n_i} + d_{i,k,n_i}) z_{i,k,n_i} - \sum_{i,k,n_i}^T \tilde{x}_i + z_{i,k,n_i} + z_{i,k,n_i} - \hat{x}_i z_{i,k,n_i} - \hat{x}_i z_{i,k,n_i}.
 \end{cases} \quad (16)$$

其中 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$ 表示 x_i 的估计误差.

3.2 稳定性分析

以下定理说明了闭环大系统的全局稳定性和跟踪性能.

定理 1 在假设 1 ~ 假设 3 下, 考虑由系统(1), 分散控制律(13)和自适应律(14)组成的闭环大系统, 对于任意有界的初始条件, 有以下特点成立:

- 1) 所有信号 $z_{i,j}, x_{i,j}, \hat{x}_i, \hat{x}_i, \hat{x}_i$ 和 u_i 全局一致有界;
- 2) 跟踪误差 $z_{i,1}$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t z_{i,1}^2(\tau) d\tau \leq \omega \quad (17)$$

其中 $\omega > 0$ 是大小可调的常数.

证明 定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{n_i} z_{i,m}^2 + \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i^2. \quad (18)$$

沿着式(14)和(16)对 V 求导, 得

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[- \sum_{j=1}^{n_i} (c_{i,j} + d_{i,j}) z_{i,j}^2 - \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j} (z_{i,j} + z_{i,j}) - \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 - \sum_{i=1}^N (\tilde{x}_i^T \dot{\tilde{x}}_i + \tilde{x}_i^T \dot{\tilde{x}}_i + \tilde{x}_i^T \dot{\tilde{x}}_i) \right]. \quad (19)
 \end{aligned}$$

经详细推导, 容易获得以下不等式:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j} z_{i,j} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} [d_{i,j} z_{i,j}^2 + z_{i,j} z_{i,1}^2]; \quad (20)$$

$$z_{i,j} z_{i,j} z_{i,j} z_{i,j} + z_{i,j} z_{i,j} = 0.2785; \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2} (\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i) + \frac{1}{2} (\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i). \quad (22)
 \end{aligned}$$

将不等式(20) ~ (22)代入(19), 得

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} c_{i,j} z_{i,j}^2 + \frac{1}{2} (\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i) + v \\
 & - lV + v. \quad (23)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 l &= \min_{i=1, \dots, N} \left\{ 2c_{i,j}, \frac{1}{\max(z_{i,j}^2)}, z_{i,j}, z_{i,j} \right\}, \\
 v &= \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2} (\tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T \tilde{x}_i) + n_i z_{i,n_i} \right].
 \end{aligned}$$

1) 类似于文献[11], 从式(23)可得

$$V(t) \leq V(0) e^{-lt} + \frac{v}{l}, \quad \forall t \geq 0. \quad (24)$$

从式(24)可得, $V(t)$ 是一致有界的, 从而 $z_{i,j}, \hat{x}_i, \hat{x}_i$ 和 \hat{x}_i 一致有界. 由于 $z_{i,1}$ 和 $y_{i,r}$ 有界, $y_i = z_{i,1} + y_{i,r}$ 也有界. 考虑到 $x_{i,2} = z_{i,2} + z_{i,1}$, 由于 $z_{i,1}$ 是关于 $Y_r, \dot{y}_r, z_{i,j}, \hat{x}_i, \hat{x}_i$ 和 \hat{x}_i 的光滑函数, 稳定化函数 $z_{i,1}$ 也有界, 从而 $x_{i,2}$ 有界. 遵循同样的方式, 可证得 $x_{i,j}, z_{i,j}$ 和 u_i 都一致有界.

2) 考虑式(23), 有

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} c_{i,j} z_{i,j}^2 - \dot{V} + v. \quad (25)$$

对式(25)两端积分, 可得

$$\sum_{i=1}^N \int_0^t c_{i,1} z_{i,1}^2(\tau) d\tau \leq V(0) + vt. \quad (26)$$

因而从式(26)容易获得(17)成立. 其中 $\omega = v/c$, $c = \min\{c_{1,1}, \dots, c_{N,1}\}$.

4 仿真研究

为了说明本文控制算法的有效性,考虑以下两个相互关联的非线性子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} + f_{1,1}(Y), \\ \dot{x}_{1,2} = u_1 + a_{1,2} \quad 1,2(\bar{x}_{1,2}) + f_{1,2}(Y), \\ y_1 = x_{1,1}; \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} + f_{2,1}(Y), \\ \dot{x}_{2,2} = u_2 + a_{2,2} \quad 2,2(\bar{x}_{2,2}) + f_{2,2}(Y), \\ y_2 = x_{2,1}. \end{cases} \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned}
 &1,2(\bar{x}_{1,2}) = x_{1,1} x_{1,2}, \\
 &2,2(\bar{x}_{2,2}) = x_{2,1} \sin(x_{2,2}), \\
 &f_{1,1}(Y) = y_1 y_2, f_{1,2}(Y) = y_1 + y_2, \\
 &f_{2,1}(Y) = -y_1^2 y_2, f_{2,2}(Y) = y_1^2 + y_2^2,
 \end{aligned}$$

参考信号选为 $y_{1,r}(t) = 0.5 \sin t + 0.5 \sin(0.5t)$ 和 $y_{2,r}(t) = \sin(0.5t)$.

容易验证

$$\begin{aligned}
 &|f_{1,1}(Y) - f_{1,1}(Y_r)| \\
 &|y_1 - y_{1,r} \quad y_2| + |y_2 - y_{2,r} \quad y_{1,r}|, \\
 &|f_{1,2}(Y) - f_{1,2}(Y_r)| \quad |y_1 - y_{1,r}| + |y_2 - y_{2,r}|, \\
 &|f_{2,1}(Y) - f_{2,1}(Y_r)| \\
 &|y_1 - y_{1,r} \quad (y_1 + y_{1,r}) y_2| + |y_2 - y_{2,r} \quad y_{1,r}^2|, \\
 &|f_{2,2}(Y) - f_{2,2}(Y_r)| \\
 &|y_1 - y_{1,r} \quad y_1 + y_{1,r}| + |y_2 - y_{2,r} \quad y_2 + y_{2,r}|.
 \end{aligned}$$

根据第 3 节所提出的控制策略(限于篇幅,这里只给出设计参数),由于 $-1 \leq y_{i,r} \leq 1$,可预先设定逼近于 $\phi_{i,j} = [-1, 1] \times [-1, 1]$.在仿真中设计神经网络 $\phi_{i,j}^T \phi_{i,j}(Y_r)$ 各有 11^2 个节点,中心 $\mu_{i,j}$ 均匀覆盖,宽度 $h_{i,j} = 0.4$.控制参数选择为 $c_{i,j} = 0.2, i = 0.01, i = 0.0001$.自适应增益选择 $\sigma_i = \text{diag}\{1, \dots, 1\}, i = 0.2, i = 0.5$.所有初始条件设定为零.仿真结果如图 1 和图 2 所示.

为了说明本文控制算法的应用,在保持上述控制器参数不变的情况下,将其用于控制通过弹簧关联的倒立摆系统^[9]

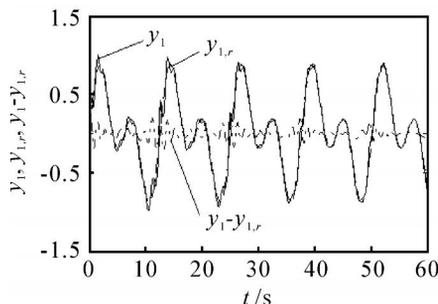


图 1 子系统(27)的输出 y_1 ,参考信号 $y_{1,r}$ 和跟踪误差 $y_1 - y_{1,r}$

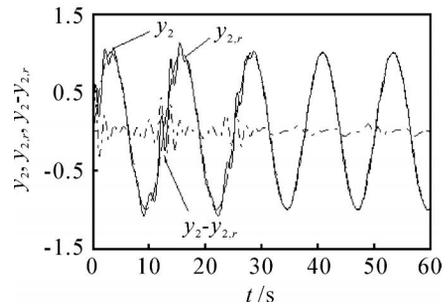


图 2 子系统(28)的输出 y_2 ,参考信号 $y_{2,r}$ 和跟踪误差 $y_2 - y_{2,r}$

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2}, \\ \dot{x}_{1,2} = \frac{1}{J_1} u_1 + \left(\frac{m_1 g r}{J_1} - \frac{k r^2}{4 J_1} \right) \sin x_{1,1} + \frac{k r}{2 J_1} (l - b) + \frac{k r^2}{4 J_1} \sin y_2, \\ y_1 = x_{1,1}; \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2}, \\ \dot{x}_{2,2} = \frac{1}{J_2} u_2 + \left(\frac{m_2 g r}{J_2} - \frac{k r^2}{4 J_2} \right) \sin x_{2,1} + \frac{k r}{2 J_2} (l - b) + \frac{k r^2}{4 J_2} \sin y_1, \\ y_2 = x_{2,1}. \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2}, \\ \dot{x}_{1,2} = \frac{1}{J_1} u_1 + \left(\frac{m_1 g r}{J_1} - \frac{k r^2}{4 J_1} \right) \sin x_{1,1} + \frac{k r}{2 J_1} (l - b) + \frac{k r^2}{4 J_1} \sin y_2, \\ y_1 = x_{1,1}; \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2}, \\ \dot{x}_{2,2} = \frac{1}{J_2} u_2 + \left(\frac{m_2 g r}{J_2} - \frac{k r^2}{4 J_2} \right) \sin x_{2,1} + \frac{k r}{2 J_2} (l - b) + \frac{k r^2}{4 J_2} \sin y_1, \\ y_2 = x_{2,1}. \end{cases} \quad (30)$$

其中:假设 $J_1 = J_2 = 1$,未知参数 $m_1 = 2, m_2 = 2.5, k = 100, r = 0.5, l = 0.5, g = 9.8, b = 0.4$.以上参数的物理意义参见文献[9].初始条件仍为零,参考信号为 $y_{1,r} = \sin t \sin(0.5t), y_{2,r} = \cos t$.仿真结果如图 3 和图 4 所示.

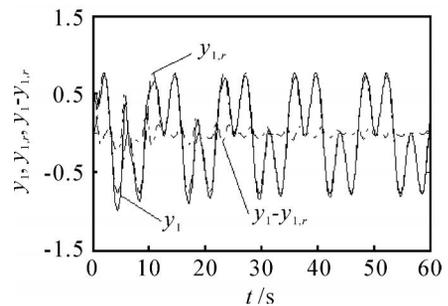


图 3 子系统(29)的输出 y_1 ,参考信号 $y_{1,r}$ 和跟踪误差 $y_1 - y_{1,r}$

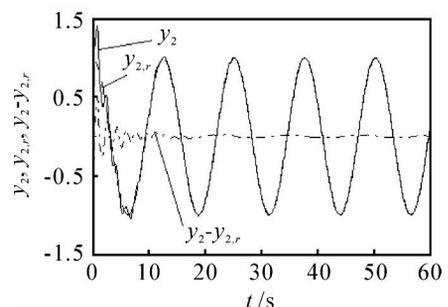


图 4 子系统(30)的输出 y_2 ,参考信号 $y_{2,r}$ 和跟踪误差 $y_2 - y_{2,r}$

从图中可以看出,所设计的分散控制方案能实现良好的控制性能,而且跟踪误差可以调节得很小.这进一步验证了所提出的控制方案的有效性.

5 结 论

本文提出了一种全局稳定的分散自适应神经网络反推跟踪控制方法.其主要特点在于,该控制方法能够确保闭环系统的全局稳定性;同时给出了一种基于参考信号的界确定神经网络逼近域的方法.这两个问题是神经网络控制领域的公开问题.为了解决以上问题,需要对关联项作一些假设.在分散自适应神经网络控制领域还有很多问题需要进一步研究,例如如何解决状态关联的自适应神经网络反推跟踪控制问题等.

参考文献(References)

- [1] Liu S J, Zhang J F, Jiang Z P. Decentralized adaptive output-feedback stabilization for large-scale stochastic nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 238-251.
- [2] Narendra K S. Decentralised adaptive control with partial communication[J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 2006, 153(5): 546-555.
- [3] Huang S N, Tan K K, Lee T H. Decentralized control of a class of large-scale nonlinear systems using neural networks[J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1645-1649.
- [4] Yousef H. Adaptive fuzzy semi-decentralized control for a class of large-scale nonlinear systems with unknown interconnections[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2006, 16(15): 687-708.
- [5] Jain S, Khorrami F. Decentralized adaptive control of a class of large-scale interconnected nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2): 136-157.
- [6] Jiang Z P. Decentralized and adaptive nonlinear tracking of large-scale systems via output-feedback[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2122-2128.
- [7] Narendra S, Oleng N. Exact output tracking in decentralized adaptive control systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(2): 390-395.
- [8] Hovakimyan N. Coordinated decentralized adaptive output feedback control of interconnected systems[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2005, 16(1): 185-194.
- [9] Chen W S, Li J M. Decentralized output-feedback neural control for systems with unknown interconnections[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2008, 38(1): 258-266.
- [10] 陈为胜,李俊民.非线性时滞大系统自适应神经网络分散控制[J].*控制与决策*,2006,21(8):873-878.
(Chen W S, Li J M. Adaptive neural network decentralized control for nonlinear time-delay large-scale systems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(8): 873-878.)
- [11] 陈为胜,李俊民.非线性关系统自适应神经网络输出反馈分散控制[J].*控制理论与应用*,2008,25(4):650-654.
(Chen W S, Li J M. Adaptive neural network output-feedback decentralized control for nonlinear interconnected systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2008, 25(4): 650-654.)
- [12] Chen W S, Li J M. Adaptive neural tracking control for unknown output feedback nonlinear time-delay systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(5): 799-803.
- [13] Chen W S, Li J M. Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems using neural networks[J]. *J of Control Theory and Applications*, 2006, 4(4): 313-320.