第 24 卷 第 7 期 控 制 与 决 策 2009 年 7 月
Vol. 24 No. 7 Control and Decision Jul. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)07-1013-05

不确定时滞系统执行器故障模式下的满意容错控制

薄翠梅[1,2], 王执铨[1], 张广明[2], 张登峰[1]
(1. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094; 2. 南京工业大学 自动化学院, 南京 210009)

摘 要: 针对含有不确定参数的离散时滞系统,在执行器增益故障情况下,研究了含时滞记忆的状态反馈满意容错控制器的设计问题. 在采用合理的执行器故障描述条件下,分别给出了无外界扰动输入时含有时滞记忆和无时滞记忆状态反馈鲁棒容错控制器的存在条件;进一步给出了在 H_∞ 扰动衰减指标约束下,含有时滞记忆和无时滞记忆状态反馈鲁棒容错控制器的设计方法. 仿真算例验证了该方法的有效性.

关键词: 不确定时滞系统; 执行器故障; 时滞记忆; H_∞ 容错控制
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Satisfactory fault tolerant control for uncertain discrete time delayed systems against actuator failures

BO Cui-mei[1,2], *WANG Zhi-quan*[1], *ZHANG Guang-ming*[2], *ZHANG Deng-feng*[1]
(1. School of Automation, Nanjing University of Sciences and Technology, Nanjing 210094, China; 2. School of Automation, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China. Correspondent: BO Cui-mei, E-mail: lj_bcm@163.com)

Abstract: The problem of state feedback satisfactory fault-tolerant control is investigated for uncertain discrete-time delayed systems against actuator failures. Sufficient conditions for the existence of robust fault tolerant stabilization controllers with time-dalay memory are given. Then, the satisfactory fault tolerant controllers with H_∞ constraints are designed based on the solutions of a group of linear matrix inequalities. Numerical examples show the effectiveness of the results.

Key words: Uncertain time-delay systems; Actuators failures; Time-dalay memory; Robust H_∞ control

1 引 言

在工业系统中普遍存在着时滞现象,其是影响系统稳定性的主要因素[1]. 考虑到不确定性的广泛存在和执行器或传感器发生故障对系统性能的影响,使得不确定时滞系统的满意容错控制的研究更具有实际意义[2]. 目前大多数时滞系统的反馈控制采用无记忆反馈控制方法[3],对于时滞影响较小或本身时滞量较小的系统较为有效,但对于时滞影响较大的系统则很难达到控制目标[4]. 本文研究在执行器故障情况下,不确定离散时滞系统的含时滞记忆的状态反馈满意容错控制器的设计问题.

2 问题描述

考虑如下的线性不确定离散时滞系统:

$$
\begin{aligned}
&x(k+1) = \\
&(A+\Delta A)x(k) + (A_d+\Delta A_d)x(k-d) + \\
&(B+\Delta B)u(k) + (B_w+\Delta B_w)\omega(k), \\
&z(k) = \\
&(C_1+\Delta C_1)x(k) + (C_{1d}+\Delta C_{1d})x(k-d) + \\
&(D_1+\Delta D_1)u(k) + (D_{1w}+\Delta D_{1w})\omega(k), \\
&y(k) = C_2 x(k).
\end{aligned} \tag{1}
$$

式中: $x(k)\in R^n$, $u\in R^p$, $\omega(k)\in R^q$ 分别为系统状态向量、输入向量和干扰向量; $z(k)\in R^k$ 为系统评价输出向量; $y(k)\in R^k$ 为系统实际输出向量; ΔA, ΔA_d, ΔB, ΔB_w, ΔC_1, ΔC_{1d}, ΔD_1, ΔD_{1w} 表示模型参数不确定项,且满足如下广义匹配条件:

$$[\Delta A \quad \Delta A_d \quad \Delta B \quad \Delta B_w] :=$$

收稿日期: 2008-07-23; **修回日期**: 2008-11-13.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574082,60804027); 江苏省高校自然科学基金项目(07KJB510042); 江苏省自然科学基金项目(BK2006176); 江苏省"青蓝工程"青年优秀骨干教师培养计划项目.
作者简介: 薄翠梅(1973—),女,内蒙古包头人,博士生,从事复杂非线性系统的故障诊断与容错控制的研究; 王执铨(1939—),男,武汉人,教授,博士生导师,从事满意容错控制、混沌控制等研究.

$$H_1 F_1(t)[E_1 \quad E_2 \quad E_3 \quad E_4],$$
$$[\Delta C_1 \quad \Delta C_{1d} \quad \Delta D_1 \quad \Delta D_{1w}] :=$$
$$H_2 F_2(t)[E_5 \quad E_6 \quad E_7 \quad E_8]. \tag{2}$$

其中:$H_1, H_2, E_1 \sim E_8$ 均为已知的适维实常数矩阵;不确定摄动矩阵 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 为未知的时变实函数矩阵,且范数有界满足

$$F_1^{\mathrm T}(k) F_1(k) \le I, \; F_2^{\mathrm T}(k) F_2(k) \le I. \tag{3}$$

考虑执行器增益故障,引入开关阵[7]

$$M = \mathrm{diag}[m_1, m_2, \cdots, m_p], \tag{4}$$

式中 $0 \le m_{il} \le m_i \le m_{iu}$ 且 $m_{iu} \le 1$. 显然,当 $m_1 = 0$ 时,第 i 个执行器完全失效;当 $m_i = 1$ 时,第 i 个执行器正常工作;当 $0 \le m_{il} < m_i < m_{iu}$ 且 $m_i \ne 1$ 时,第 i 个执行器部分失效. 引入如下矩阵:

$$M_0 = \mathrm{diag}[m_{01}, m_{02}, \cdots, m_{0p}],$$
$$J = \mathrm{diag}[j_1, j_2, \cdots, j_p],$$
$$|L| = \mathrm{diag}[|l_1|, |l_2|, \cdots, |l_p|].$$

式中

$$m_{oi} = (m_{il} + m_{iu})/2,$$
$$j_1 = (m_{iu} - m_{il})/(m_{iu} + m_{il}),$$
$$l_i = (m_i - m_{0i})/m_{0i},$$

得到

$$M = M_0(I + L), \; |L| \le J \le I. \tag{5}$$

本节的研究目的是:针对不确定离散时滞系统(1),在一般的执行器故障模式下,分别设计含时滞记忆和无时滞记忆的状态反馈控制器,使得系统满足如下约束条件:

1) 在无外部扰动输入时,在执行器故障条件下,闭环系统仍维持鲁棒渐近稳定;

2) 从扰动输入 $\omega(k)$ 到被控输出 $z(k)$ 的传递函数矩阵满足

$$\sum_{k=0}^{\infty} z^{\mathrm T}(k) z(k) \le \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \omega^{\mathrm T}(k) \omega(k).$$

3 主要结果与证明

3.1 含时滞记忆的状态反馈容错控制器的设计

对于系统(1),考虑执行器故障条件下,设计含时滞记忆的状态反馈控制器为

$$u(k) = M K_1 x(k) + M K_2 x(k-d), \tag{6}$$

式中 K_1 和 K_2 为待求的状态反馈增益矩阵. 则包含执行器故障的闭环系统状态方程为

$$\begin{aligned} x(k+1) = {} & (\overline{A} + \overline{B} M K_1) x(k) + (\overline{A}_d + \\ & \overline{B} M K_2) x(k-d) + (\overline{B}_w) \omega(k), \\ z(k) = {} & (\overline{C}_1 + \overline{D} M K_1) x(k) + (\overline{C}_{1d} + \\ & \overline{D_1} M K_2) x(k-d) + (\overline{D_{1w}}) \omega(k). \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$\overline{A} = A + \Delta A, \; \overline{A_d} = A_d + \Delta A_d, \; \overline{B}_w = B_w + \Delta B_w,$$
$$\overline{C} = C + \Delta C, \; \overline{C}_{1d} = C_{1d} + \Delta C_{1d},$$
$$\overline{D_1} = D_1 + \Delta D_1, \; \overline{D_{1w}} = D_{1w} + \Delta D_{1w}.$$

在分析和推导过程中,需要用到以下几个引理:

引理 1(舒尔补)[8] 对给定的对称矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$,以下 3 个条件是等价的:

1) $S < 0$;

2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^{\mathrm T} S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;

3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^{\mathrm T} < 0$. (8)

其中 S_{11} 是 $r \times r$ 维的.

引理 2[8] 给定 R_1, R_2 为适当维数的实常值矩阵,Y 为任意的对称实矩阵,假设 $\Sigma(t)$ 为时变适维对角矩阵,满足 $|\Sigma(t)| \le U$ 且 $\exists t > 0$ 使得 $|\Sigma(t)| = U$, U 为正定对角矩阵,则

$$Y + R_1 \Sigma R_2 + R_2^{\mathrm T} \Sigma^{\mathrm T} R_1^{\mathrm T} < 0 \tag{9}$$

的充要条件是存在正常数 $\beta > 0$,使得

$$Y + \beta R_1 U R_1^{\mathrm T} + \beta^{-1} R_2^{\mathrm T} U R_2 < 0. \tag{10}$$

定理 1 在执行器故障情况下,含时滞记忆的状态反馈闭环系统(7),当外部干扰为 0 时,若存在 S_1, S_2 和正定矩阵 X, Y 满足

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T} M_0 B^{\mathrm T} & XE_1^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T} M_0 E_3^{\mathrm T} & X & S_1^{\mathrm T} J^{1/2} \\ 0 & -Y & YA_d^{\mathrm T} + S_2^{\mathrm T} M_0 B^{\mathrm T} & YE_2^{\mathrm T} + S_2^{\mathrm T} M_0 E_3^{\mathrm T} & 0 & S_2^{\mathrm T} J^{1/2} \\ * & * & \Theta_1 & \varepsilon_2 B M_0 J M_0 E_3^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & \varepsilon_2 E_3 M_0 J M_0 B^{\mathrm T} & \Theta_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Y & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

则闭环系统渐近稳定,此时控制器增益分别为

$$K_1 = S_1 X^{-1}, \; K_2 = S_2 Y^{-1}.$$

其中

$$\Theta_1 = -X + \varepsilon_1 H H^{\mathrm T} + \varepsilon_2 B M_0 J M_0 B^{\mathrm T},$$
$$\Theta_2 = -\varepsilon_1 I + \varepsilon_2 E_3 M_0 J M_0 E_3^{\mathrm T}.$$

证明 引入 Lyapunov 函数为

$$V(x(k), k) = x^{\mathrm T}(k) P x(k) + \sum_{i=k-d}^{k-1} x^{\mathrm T}(i) R x(i). \tag{12}$$

按照闭环系统(7),对式(12)求差分可得

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k), k) = {} & V(x(k+1), k+1) - V(x(k), k) = \\ & x^{\mathrm T}(k+1) P x(k+1) - x^{\mathrm T}(k) P x(k) + \end{aligned}$$

$$x^{\mathrm T}(k)Rx(k) - x^{\mathrm T}(k-d)Rx(k-d) \le [x^{\mathrm T}(k)\quad x^{\mathrm T}(k-d)]W\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$W = \begin{bmatrix} A^{\mathrm T} + K_1^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} \\ A_d^{\mathrm T} + K_2^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} \end{bmatrix}(P^{-1} - \varepsilon_1 HH^{\mathrm T})^{-1} \times [A + BK_1M \quad A_d + BK_2M] + \begin{bmatrix} R-P & 0 \\ 0 & -R \end{bmatrix} + \varepsilon_1^{-1}\begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} + K_1^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} \\ E_2^{\mathrm T} + K_2^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} \end{bmatrix} \times [E_1 + E_3MK_1 \quad E_2 + E_3MK_2]. \quad (14)$$

当 $W < 0$ 时,有

$$\Delta V(x(k),k) \le -\lambda_{\min}(-W)\left\| \begin{matrix} x(k) \\ x(k-d) \end{matrix} \right\|^2 < 0,$$

则闭环系统(7) 为鲁棒渐近稳定.

令 $X = P^{-1}$, $Y = R^{-1}$,对 $W < 0$ 的两边乘以 $\mathrm{diag}\{X, Y\}$,运用矩阵 Schur 补定理,式(14) 等价于

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} & XE_1^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} & X \\ 0 & -Y & YA_d^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} & YE_2^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & -X + \varepsilon_1 HH^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & 0 & \varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & * & -Y \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

将故障描述矩阵(5) 代入式(15) ,并定义

$$Y_0 = \begin{bmatrix} -X & 0 & XA^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & XE_1^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & X \\ 0 & -Y & YA_d^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & YE_2^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & -X + \varepsilon_1 HH^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & 0 & \varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & * & -Y \end{bmatrix}, \quad (16)$$

并应用引理 3,存在正常数 $\varepsilon_2 > 0$,使得

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & XE_1^{\mathrm T} + XK_1^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & X \\ 0 & -Y & YA_d^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & YE_2^{\mathrm T} + YK_2^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & \Theta_1 & \varepsilon_2 BM_0JM_0E_3^{\mathrm T} & 0 \\ * & * & \varepsilon_2 E_3M_0JM_0B^{\mathrm T} & \Theta_2 & 0 \\ * & * & * & * & -Y \end{bmatrix} + \varepsilon_2^{-1}[0\quad 0\quad XK_1\quad YK_2\quad 0]^{\mathrm T} \times J[0\quad 0\quad XK_1\quad YK_2\quad 0] < 0. \quad (17)$$

定义矩阵变量 $S_1 = K_1X$, $S_2 = K_2Y$,再次应用矩阵 Schur 补性质,可得到线性矩阵不等式(12) . 如果条件(12) 成立,闭环系统渐近稳定,定理得证. □

推论 1　在执行器故障情况下,对于不确定时滞离散系统(1) ,引入无时滞记忆的状态反馈,当外部干扰 $w(k) = 0$ 时,若存在 S_1, S_2 和正定矩阵 X, Y 满足

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & XE_1^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & X & S_1^{\mathrm T}J^{1/2} \\ 0 & -Y & YA_d^{\mathrm T} & YE_2^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & \Theta_1 & \varepsilon_2 BM_0JM_0E_3^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Theta_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Y & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

则存在无时滞记忆的状态反馈容错控制器

$$u(k) = MKx(k) = S_1X^{-1}x(k),$$

在此控制器作用下,闭环系统渐近稳定.

3.2　含时滞记忆的状态反馈鲁棒 H_∞ 控制器设计

当系统存在外界干扰输入时,研究含时滞记忆的状态反馈的设计问题.

定理 2　在执行器故障情况下,对于不确定时滞离散系统(1) ,含时滞记忆的状态反馈闭环系统(7) ,对于给定的干扰衰减系数 $\gamma > 0$,若存在 S_1, S_2 和正定矩阵 X, Y 满足

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & 0 & XA^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & XC_1^{\mathrm T} + S_1^{\mathrm T}M_0D_1^{\mathrm T} \\ 0 & -Y & 0 & YA_d^{\mathrm T} + S_2^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & YC_{1d}^{\mathrm T} + S_2^{\mathrm T}M_0D_1^{\mathrm T} \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_w^{\mathrm T} & D_{1w}^{\mathrm T} \\ * & * & * & \Sigma_1 & \varepsilon_3 BM_0JM_0D_1^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & \Sigma_2 \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$
\leftarrow\begin{bmatrix}
XE_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & XG_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}M_0G_3^{\mathrm T} & X & S_1^{\mathrm T}J^{1/2}\\
YE_2^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}M_0E_3^{\mathrm T} & YG_2^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}M_0G_3^{\mathrm T} & 0 & S_2^{\mathrm T}J^{1/2}\\
E_4^{\mathrm T} & G_4^{\mathrm T} & 0 & 0\\
\varepsilon_3BM_0JM_0E_3^{\mathrm T} & \varepsilon_3BM_0JM_0G_3^{\mathrm T} & 0 & 0\\
\varepsilon_3D_1M_0JM_0G_3^{\mathrm T} & \varepsilon_3D_1M_0JM_0G_3^{\mathrm T} & 0 & 0\\
\Sigma_3 & \varepsilon_3E_3M_0JM_0G_3^{\mathrm T} & 0 & 0\\
* & \Sigma_4 & 0 & 0\\
* & * & -Y & 0\\
* & * & * & -\varepsilon_3 I
\end{bmatrix} < 0. \tag{19}
$$

则存在含时滞记忆的状态反馈控制器(6) 使得闭环系统(7) 渐近稳定,且 H_∞ 范数小于给定界 γ,此时状态控制器分别为 $K_1 = S_1X^{-1}$, $K_2 = S_2Y^{-1}$. 其中

$$\Sigma_1 = -X + \varepsilon_1H_1H_1^{\mathrm T} + \varepsilon_3BM_0JM_0B^{\mathrm T},$$

$$\Sigma_2 = -I + \varepsilon_2H_2H_2^{\mathrm T} + \varepsilon_3D_1M_0JM_0D_1^{\mathrm T},$$

$$\Sigma_3 = -\varepsilon_1I + \varepsilon_3E_3M_0JM_0E_3^{\mathrm T},$$

$$\Sigma_4 = -\varepsilon_2I + \varepsilon_3G_3M_0JM_0G_3^{\mathrm T}.$$

证明　引入与式(12) 相同的 Lyapunov 函数,并引入如下性能函数:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k) - \gamma w^{\mathrm T}(k)w(k)]. \tag{20}$$

由于闭环系统是鲁棒二次稳定的,在零初始条件下,对于任何非零外部扰动输入 $w(k)$,若有

$$J \leqslant \sum_{k=0}^{\infty}[z^{\mathrm T}(k)z(k) - \gamma w^{\mathrm T}(k)w(k) + \Delta V(x(k),k)] < 0, \tag{21}$$

则闭环系统不仅渐近稳定,而且 H_∞ 范数小于给定的约束界 γ. 定义 J^* 为

$$
J^* = z^{\mathrm T}(k)z(k) - \gamma w^{\mathrm T}(k)w(k) + \Delta V(x(k),k) = [x^{\mathrm T}(k)\quad x^{\mathrm T}(k-d)\quad w^{\mathrm T}(k)]W\begin{bmatrix}x(k)\\ x(k-d)\\ w(k)\end{bmatrix}. \tag{22}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
W = {} & \begin{bmatrix}A^{\mathrm T}+K_1^{\mathrm T}MB^{\mathrm T}\\ A_d^{\mathrm T}+K_2^{\mathrm T}MB^{\mathrm T}\\ B_w^{\mathrm T}\end{bmatrix}(P^{-1}-\varepsilon_1H_1H_1^{\mathrm T})^{-1}\times\\
& [A+BK_1M\quad A_d+BK_2M\quad B_w] + \\
& \begin{bmatrix}R-P & 0 & 0\\ 0 & -R & 0\\ 0 & 0 & -\gamma^2 I\end{bmatrix} + \varepsilon_1^{-1}\begin{bmatrix}E_1^{\mathrm T}+K_1^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T}\\ E_2^{\mathrm T}+K_2^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T}\\ E_4^{\mathrm T}\end{bmatrix}\times\\
& [E_1+E_3MK_1\quad E_2+E_3MK_2\quad E_4] + \\
& \begin{bmatrix}C_1^{\mathrm T}+K_1^{\mathrm T}MD_1^{\mathrm T}\\ C_{1d}^{\mathrm T}+K_2^{\mathrm T}MD_1^{\mathrm T}\\ D_{1w}^{\mathrm T}\end{bmatrix}(I-\varepsilon_2H_2H_2^{\mathrm T})^{-1}\times\\
& [C_1+D_1K_1M\quad C_{1d}+D_1K_2M\quad D_{1w}] + \\
& \varepsilon_2^{-1}\begin{bmatrix}G_1^{\mathrm T}+K_1^{\mathrm T}MG_3^{\mathrm T}\\ G_2^{\mathrm T}+K_2^{\mathrm T}MG_3^{\mathrm T}\\ G_4^{\mathrm T}\end{bmatrix}\times\\
& [G_1+G_3MK_1\quad G_2+G_3MK_2\quad G_4].
\end{aligned} \tag{23}
$$

令 $X = P^{-1}$, $Y = R^{-1}$,对 $W < 0$ 的两边分别乘以 $\mathrm{diag}\{X, Y\}$,反复利用矩阵的 Schur 定理. 定义新的矩阵变量 $S_1 = K_1X$, $S_2 = K_2Y$,可得

$$
\begin{bmatrix}
-X & 0 & 0 & XA^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} & XC_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}MD_1^{\mathrm T}\\
* & -Y & 0 & YA_d^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}MB^{\mathrm T} & YC_{1d}^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}MD_1^{\mathrm T}\\
* & * & -\gamma^2 I & B_w^{\mathrm T} & D_{1w}^{\mathrm T}\\
* & * & * & -X+\varepsilon_1H_1H_1^{\mathrm T} & 0\\
* & * & * & 0 & -I+\varepsilon_2H_2H_2^{\mathrm T}\\
* & * & * & * & *\\
* & * & * & * & *\\
* & * & * & * & *
\end{bmatrix}\rightarrow
$$

$$
\leftarrow\begin{bmatrix}
XE_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} & XG_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}MG_3^{\mathrm T} & X\\
YE_2^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}ME_3^{\mathrm T} & YG_2^{\mathrm T}+S_2^{\mathrm T}MG_3^{\mathrm T} & 0\\
E_4^{\mathrm T} & G_4^{\mathrm T} & 0\\
0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0\\
-\varepsilon_1 I & 0 & 0\\
* & -\varepsilon_2 I & 0\\
* & * & -Y
\end{bmatrix} < 0. \tag{24}
$$

将故障描述矩阵(5) 代入线性矩阵不等式(24),应用引理2,存在正常数 $\varepsilon_3 > 0$,并进一步应用 Schur 补定理,可得式(24) 等价于式(19). 可知若条件(19) 成立,则有 $J \leqslant J^* < 0$,闭环系统鲁棒渐近稳定,且有 H_∞ 范数小于给定的约束界 γ. 定理得证. □

推论 2　在执行器故障情况下,对于不确定时滞离散系统(1),设计无时滞记忆的状态反馈闭环系统,对于给定的干扰衰减系数 $\gamma > 0$,若存在 S_1 和正定矩阵 X, Y 满足

$$
\begin{bmatrix}
-X & 0 & 0 & XA^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}M_0B^{\mathrm T} & XC_1^{\mathrm T}+S_1^{\mathrm T}M_0D_1^{\mathrm T}\\
0 & -Y & 0 & YA_d^{\mathrm T} & YC_{1d}^{\mathrm T}\\
0 & 0 & -\gamma^2 I & B_w^{\mathrm T} & D_{1w}^{\mathrm T}\\
* & * & * & \Sigma_1 & \varepsilon_3BM_0JM_0D_1^{\mathrm T}\\
* & * & * & * & \Sigma_2\\
* & * & * & * & *\\
* & * & * & * & *\\
* & * & * & * & *\\
* & * & * & * & *
\end{bmatrix}\rightarrow
$$

$$
\leftarrow \begin{bmatrix}
XE_1^{\mathrm{T}} + S_1^{\mathrm{T}} M_0 E_3^{\mathrm{T}} & XG_1^{\mathrm{T}} + S_1^{\mathrm{T}} M_0 G_3^{\mathrm{T}} & X & S_1^{\mathrm{T}} J^{1/2} \\
YE_2^{\mathrm{T}} & YG_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\
E_4^{\mathrm{T}} & G_4^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\
\varepsilon_3 BM_0 JM_0 E_3^{\mathrm{T}} & \varepsilon_3 BM_0 JM_0 G_3^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\
\varepsilon_3 D_1 M_0 JM_0 G_3^{\mathrm{T}} & \varepsilon_3 D_1 M_0 JM_0 G_3^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\
\Sigma_3 & \varepsilon_3 E_3 M_0 JM_0 G_3^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\
* & \Sigma_4 & 0 & 0 \\
* & * & -Y & 0 \\
* & * & * & -\varepsilon_3 I
\end{bmatrix} < 0, \tag{25}
$$

则存在无时滞记忆的状态反馈容错控制器 $u(k) = MK_1 x(k)$, $K = S_1 X^{-1}$ 在此控制器作用下,闭环系统鲁棒渐近稳定,且有 H_∞ 范数小于给定的约束界 γ.

4　仿真实例

下面通过一个数值算例说明上述容错控制器设计方法的有效性. 考虑不确定离散时滞系统(1),其中参数矩阵为

$$
A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0.1 \\ -0.2 & 1 & 0 \\ 0.5 & -0.3 & -1 \end{bmatrix},
$$

$$
A_d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix},
$$

$$
B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0.5 \\ 1 & 3 & 0.2 \\ 0.1 & 1.2 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.01 \\ 0.05 \end{bmatrix},
$$

$$
C_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.6 & 0.5 \\ 0.3 & -0.5 & 0.5 \end{bmatrix},
$$

$$
C_{1d} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & -0.3 \\ -0.4 & -0.2 & 0.1 \end{bmatrix},
$$

$$
D_1 = \begin{bmatrix} -2.5 & -1 & 1 \\ 0.5 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{1w} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}.
$$

不确定参数矩阵为

$H_1 = \mathrm{diag}([0.3\ \ 0.1\ \ -0.5])$,

$E_1 = \mathrm{diag}([1\ \ 0\ \ 0.5])$,

$E_2 = \mathrm{diag}([0.3\ \ 0.2\ \ 0.4])$,

$E_3 = \mathrm{diag}([0.25\ \ 0.1\ \ 0.3])$,

$E_4 = [0.1;0.1;0.5]$, $H_2 = \mathrm{diag}([0.3\ \ 0.2])$,

$G_1 = \mathrm{diag}([1\ \ 0.2\ \ 0.5])$,

$G_2 = \mathrm{diag}([0.1\ \ 0.2\ \ 0.3])$,

$G_3 = \mathrm{diag}([0.2\ \ 0.1\ \ 0.2])$, $G_4 = [0.1;0.1;0]$.

执行器故障模型

$$
M_L = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.95 \end{bmatrix}, \quad M_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
$$

直接计算可得

$$
M_0 = \begin{bmatrix} 0.95 & 0 & 0 \\ 0 & 0.95 & 0 \\ 0 & 0 & 0.975 \end{bmatrix},
$$

$$
J = \begin{bmatrix} 0.0526 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0526 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0256 \end{bmatrix}.
$$

系统时滞为 $d = 3$,由定理 1,可得到含时滞记忆的状态反馈控制器增益为

$$
K_1 = \begin{bmatrix} -0.0545 & -0.0272 & -0.2951 \\ 0.2271 & -0.2780 & 0.9167 \\ -1.7182 & 1.1280 & 1.0595 \end{bmatrix},
$$

$$
K_2 = \begin{bmatrix} -0.0653 & 0.0259 & -0.0570 \\ 0.0549 & -0.0896 & 0.1830 \\ 0.0981 & 0.0152 & -0.5006 \end{bmatrix}.
$$

由定理 2 得到无时滞记忆的状态反馈控制器增益为

$$
K_1 = \begin{bmatrix} -0.0495 & -0.0345 & -0.3505 \\ 0.2084 & -0.2753 & 0.9531 \\ -1.6095 & 1.0410 & 0.9188 \end{bmatrix}.
$$

给定干扰衰减系数 $\gamma = 2$,则由定理 3 可得到含时滞记忆的状态反馈 H_∞ 控制器增益为

$$
K_1 = \begin{bmatrix} 0.4060 & -0.3109 & -0.8306 \\ 1.2167 & -0.1311 & 1.5122 \\ -1.1151 & 0.2687 & -0.5681 \end{bmatrix},
$$

$$
K_2 = \begin{bmatrix} -0.0340 & 0.0338 & 0.2234 \\ 0.2677 & 0.0075 & 0.5169 \\ 0.0146 & -0.0591 & -0.3813 \end{bmatrix}.
$$

由定理 4,可得到无时滞记忆的状态反馈 H_∞ 控制器增益为

$$
K_1 = \begin{bmatrix} 0.3855 & -0.1803 & -0.2078 \\ 1.4716 & 0.0740 & 2.6539 \\ -1.0897 & 0.2107 & -0.6147 \end{bmatrix}.
$$

5　结　　论

本文考虑在采用执行器故障合理描述的情况下,研究了不确定时滞离散系统在 H_∞ 指数衰减约束下的满意容错控制设计问题. 采用线性矩阵不等式方法,给出含时滞记忆和无时滞记忆的状态反馈控制器的求解过程. 仿真算例表明,采用时滞记忆的状态反馈可以解决无时滞记忆状态反馈在时滞影响或本身时滞量较大时容易失效的问题. 但该方法要求时滞项已知,若时滞状态不能测量,实现困难,则只能采用无记忆状态反馈或自适应方案解决.

参考文献(References)

[1] Christopher Edwards, Chee Pin Tan. Sensor fault tolerant control using sliding mode observers [J]. Control Engineering Pratice, 2006, 14(18): 897-908.

(下转第 1022 页)

下的飞行器非线性滤波与状态估计问题.

参考文献(References)

[1] Rudolph van der Merwe, Eric A Wan. Sigma-Point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models [C]. Workshop on Advances in Machine Learning. Montreal, 2003: 1-27.

[2] Nørgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627-1638.

[3] Dunik J, Simandl M, Straka O, et al. Performance analysis of derivative-free filters[C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and the European Control Conf 2005. Seville, 2005: 1941-1946.

[4] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.

[5] 齐国元, 陈增强, 袁著祉. 非线性系统智能状态估计研究进展与展望[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 813-818.
(Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z. Evolution and prospect of intelligent state estimation for nonlinear system[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(6): 813-818.)

[6] 段方, 刘建业, 李荣冰. 基于平淡卡尔曼滤波的微小卫星姿态确定算法[J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(11): 1899-1903.
(Duan F, Liu J Y, Li R B. A micro-satellite attitude determination algorithm based on unscented Kalman filter[J]. J of Shanghai Jiaotong University, 2005, 39(11): 1899-1903.)

[7] Wu Y X, Hu D W, Wu M P, et al. Unscented Kalman filtering for additive noise case: Augmented versus nonaugmented[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(5): 357-360.

[8] Kraft E. A quaternion-based unscented Kalman filter for orientation tracking[C]. Proc of the Sixth Int Conf of Information Fusion. Cairns, 2003: 47-54.

[9] Wang Q, Rizos C, Li Y, et al. Application of a Sigma-Point Kalman filter for alignment of MEMS-IMU[C]. 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Monterey, 2008: 44-52.

[10] Schubert R, Mattern N, Wanielik G. Chemnitz an evaluation of nonlinear filtering algorithms for integrating GNSS and inertial sensor[C]. 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Monterey, 2008: 25-29.

(上接第 1017 页)

[2] Song S H, Kim J K. H_∞ control of discrete-time linear systems with norm-bound uncertainties and time delay in state[J]. Automatica, 1998, 34(1): 137-139.

[3] 张刚, 王执铨. 不确定时滞系统相容指标下的鲁棒容错控制器设计[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 666-692.
(Zhang G, Wang Z Q. Robust fault-tolerant controller design for nonlinear uncertain time-delay systems with constrains of consistent indices [J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 666-692.)

[4] 谢立. 含传感器增益故障的不确定离散时滞系统静态输出反馈鲁棒 H_∞容错控制[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(3): 290-299.
(Xie L. Static output feedback robust H_∞ fault tolerant control for uncertain discrete-time delayed systems against gain failures in sensors [J]. J of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(3): 290-299.)

[5] 刘鹏, 周东华. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 78-80.
(Liu P, Zhou D H. Study on robust fault tolerant control of uncertain linear time-delay systems [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(3): 78-80.)

[6] 张颖伟, 王小刚, 王明顺. 基于观测器的时滞系统容错控制[J]. 东北大学学报, 2006, 27(8): 839-842.
(Zhang Y W, Wang X G, Wang M S. Observer based fault tolerant control of time delayed systems[J]. J of Northeastern University, 2006, 27(8): 839-842.)

[7] Yang Y, Yang G H, Soh Y C. Reliable control of discrete-time systems with actuator failure[J]. IEE Proc —Control Theory Applications, 2000, 147(4): 428-432.

[8] 俞立. 鲁棒控制 ——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequality methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[9] Hao Q, Cheng C W. State feedback control for time-delayed systems with actuator failures [C]. Proc of ACC. Denyer: IEEE, 2003: 827-832.

[10] Nian X, Feng J. Guaranteed-cost control of a linear uncertain system with multiple time-varying delays: An LMI approach [J]. IEE Proc Control Theory Applications, 2003, 150(1): 17-22.