

文章编号: 1001-0920(2009)07-1018-05

## Sigma-Point 直接式卡尔曼滤波惯性组合导航算法

李荣冰, 刘建业, 赖际舟, 熊 剑  
(南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016)

**摘 要:** 基于西格玛点采样加权的方法, 以姿态、速度和位置等 9 个导航参数为状态向量, 以卫星导航系统的速度和位置组成 6 维观测向量, 构建直接式卡尔曼滤波器, 融惯性导航系统求解和状态估计的过程为一体, 直接描述系统导航参数动态过程. 仿真结果验证了惯性组合导航 Sigma-Point 直接式滤波方法的有效性, 表明该非线性直接式滤波方法可提高惯性组合导航系统的导航精度和对飞机、导弹等载体非线性机动过程的适应性.

**关键词:** 惯性组合导航; 西格玛点卡尔曼滤波; 直接式滤波

中图分类号: V249.3

文献标识码: A

## Sigma-Point direct Kalman filtering algorithm for inertial integrated navigation system

LI Rong-bing, LIU Jian-ye, LAI Ji-zhou, XIONG Jian

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.

Correspondent: LI Rong-bing, E-mail: lrbing@nuaa.edu.cn)

**Abstract:** A nonlinear Kalman filter with direct structure for inertial integrated navigation system is proposed based on weighted Sigma-Points samples. The direct filter takes attitude, velocity and position as state vectors with the order number of 9. And the observation vector contains 3 velocity and 3 position provided by global navigation satellites system. The filter fuses the solving of INS mechanization in navigation frame and the process of state estimation, and directly describes the dynamic process of navigation parameters of the system. GPS/INS direct filtering simulation results show the effectiveness of the proposed method which can improve the navigation accuracy and the fitness to the nonlinear maneuver of airbornes or missiles.

**Key words:** Inertial integrated navigation; Sigma-Point Kalman filtering; Direct filtering

### 1 引 言

以惯性导航为主导导航系统的组合导航是当今导航技术的主要发展方向. 以惯导系统误差为被估状态的间接式卡尔曼滤波, 针对实际工程中的随机非线性系统的状态估计问题, 将非线性滤波系统模型“线性化”, 即基于小误差状态下泰勒级数展开, 进行解析线性化. 这种处理方法有 2 个明显的缺点: (1) 有新观测量时, 观测方程需要重新线性化, 不利于系统的扩展; (2) 在强非线性的运动过程中, 解析线性化条件不成立, 会造成滤波不稳定.

针对随机非线性系统解析线性化滤波方法的不足, 近年来, 出现了基于加权统计线性回归的滤波方法, 如 UKF (Unscented Kalman Filter), 中心差分

卡尔曼滤波 (CDKF) 等, 统称为 Sigma-Point 卡尔曼滤波 (SPKF)<sup>[1-4]</sup>, 这些为以直接式非线性滤波方法解决强非线性条件下的惯性组合导航提供了契机.

本文将 Sigma-Point 卡尔曼滤波应用于组合导航, 解决惯性组合导航的非线性状态估计问题, 结合 Sigma-Point 卡尔曼滤波的特点, 建立了惯性组合导航系统的直接式滤波模型, 以微小型无人飞行器为应用对象进行仿真与验证.

### 2 Sigma-Point 卡尔曼滤波算法

将卡尔曼滤波应用于非线性系统的关键是, 能够递推算随机变量经过非线性系统后的统计量. Sigma-Point 卡尔曼滤波是利用 Sigma 点方法递推系统状态和观测值的统计特性<sup>[3-6]</sup>.

收稿日期: 2008-08-08; 修回日期: 2008-12-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60804058); 航空科学基金项目 (20070852009, 20080852012).

作者简介: 李荣冰 (1977—), 男, 山东夏津人, 讲师, 从事微惯性技术、惯性组合导航及微小型飞行器的自主导航等研究; 刘建业 (1957—), 男, 浙江桐乡人, 教授, 博士生导师, 从事惯性导航与组合导航技术等研究.

设离散随机非线性系统模型为

$$\begin{cases} X_{k/k-1} = f(X_{k-1}, u_{k-1}, v_{k-1}, k-1), \\ Z_k = H(X_{k/k-1}, w_k, k). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $k-1, k$  表示离散时刻;  $X_{k/k-1}$  和  $X_{k-1}$  分别为状态预测值和上时刻的状态估值;  $u_{k-1}$  为系统的输入项;  $v_{k-1}$  为系统噪声, 其方差为  $Q_{k-1}$ ;  $Z_k$  为测量值;  $w_k$  为测量噪声, 其方差为  $R_k$ ; 系统和测量噪声均服从高斯分布. SPKF 要解决的问题是在已知状态初值  $X_0$ , 输入控制序列  $u_0, u_1, \dots, u_{k-1}$  以及测量值序列  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$  的情况下, 估计系统的状态变量  $X_k$ .

SPKF 采用卡尔曼滤波的递推体系结构, 包括状态预测和修正两个步骤, 根据 Sigma 采样点集和加权因子的不同, SPKF 分为 Unscented 卡尔曼滤波器(UKF) 和中心差分卡尔曼滤波器(CDKF).

设状态变量维数为  $n$ , UKF 用  $2n+1$  个采样点实现状态集合的递推以及有关统计量的计算.  $k$  时刻,  $2n+1$  个加权采样 Sigma 点和各点对应的权值如下所示<sup>[1,6,7]</sup>:

$$\begin{cases} X_0 = \bar{x}, \\ X_j = \bar{x} + (\sqrt{(n+1)P_k})_j, \quad i = 1, \dots, M, \\ X_j = \bar{x} - (\sqrt{(n+1)P_k})_{(j-M)}, \\ \quad j = M+1, \dots, 2M, \\ W_0^m = \frac{1}{n+1}, \\ W_0^c = \frac{1}{n+1} + (1 - \alpha^2), \\ W_j^m = W_j^c = \frac{1}{2(n+1)}, \quad j = 1, \dots, 2M. \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\alpha = \sqrt{2(n+1) - n}$ , 和  $\beta$  均是比例因子,  $(\sqrt{(n+1)P_k})_j$  是矩阵  $(n+1)P_k$  的平方根矩阵(Cholesky 分解)的第  $j$  行或列,  $W_j^m$  和  $W_j^c$  是第  $j$  采样点的权.

中心差分卡尔曼滤波 CDKF 采用中心差分代替泰勒级数展开中的一阶和二阶导数, 对已知均值与协方差的随机变量经任意非线性变换后的均值与协方差的估计问题, Sigma 点的位置及权值按下式计算<sup>[1,2]</sup>:

$$\begin{cases} X_0 = \bar{x}, \\ X_j = \bar{x} + (\sqrt{h^2 P_k})_j, \quad j = 1, \dots, M, \\ X_j = \bar{x} - (\sqrt{h^2 P_k})_j, \quad j = M+1, \dots, 2M, \\ W_0 = \frac{h^2 - n}{h^2}, \\ W_j = \frac{1}{2h^2}, \quad j = 1, \dots, 2M. \end{cases} \quad (3)$$

与 UKF 中使用 3 个标量参数相比, CDKF 只使用一个标量比例因数  $h$ , 这一参数决定了 Sigma 点

绕均值的散布.

### 3 基于 Sigma-Point 卡尔曼滤波的直接式惯性组合导航滤波模型

Sigma-Point 卡尔曼滤波以捷联惯性导航系统的机械编排方程为状态方程, 以导航参数直接为被估状态. SPKF 组合滤波是一种直接式的滤波<sup>[5]</sup>, 状态方程和观测方程均无需进行线性化.

#### 3.1 状态方程和量测方程

导航坐标系采用“东北天”坐标系, 惯导系统采用指北方位机械编排, SPKF 状态方程如下:

$$\dot{X} = f(X(t), \begin{matrix} b \\ \dot{b} \end{matrix}, f^b, t). \quad (4)$$

根据惯性导航系统原理, 其展开式如下.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} & \dot{c} & \dot{d} \\ \dot{e} & \dot{f} & \dot{g} & \dot{h} \\ \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} & \dot{l} \\ \dot{m} & \dot{n} & \dot{o} & \dot{p} \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} & \dot{c} & \dot{d} \\ \dot{e} & \dot{f} & \dot{g} & \dot{h} \\ \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} & \dot{l} \\ \dot{m} & \dot{n} & \dot{o} & \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} & \dot{c} & \dot{d} \\ \dot{e} & \dot{f} & \dot{g} & \dot{h} \\ \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} & \dot{l} \\ \dot{m} & \dot{n} & \dot{o} & \dot{p} \end{bmatrix} dt = \\ \begin{bmatrix} 0 & -x_{.j} & -y_{.j} & -z_{.j} \\ x_{.j} & 0 & z_{.j} & -y_{.j} \\ y_{.j} & -z_{.j} & 0 & x_{.j} \\ z_{.j} & y_{.j} & -x_{.j} & 0 \end{bmatrix}, \\ q_{k,j} = e^{\frac{1}{2} l^j} q_{k-1,j}, \\ C_{b,j}^n = \begin{bmatrix} \hat{q}^2 + \hat{q}^2 & & & \\ \hat{q}^2 - \hat{q}^2 & 2(q\hat{q} - q\hat{q}) & 2(q\hat{q} - q\hat{q}) & \\ & \hat{q}^2 - \hat{q}^2 + & & \\ 2(q\hat{q} + q\hat{q}) & \hat{q}^2 - \hat{q}^2 & 2(q\hat{q} + q\hat{q}) & \\ & \hat{q}^2 - \hat{q}^2 & & \\ 2(q\hat{q} + q\hat{q}) & 2(q\hat{q} - q\hat{q}) & & \hat{q}^2 + \hat{q}^2 - \\ & & & \hat{q}^2 + \hat{q}^2 \end{bmatrix}, \\ v_{k,j} = v_{k-1,j} + (C_{b,j}^n (f^b + b_{a,j}) + g^n - \\ (2 \begin{matrix} n \\ ie \end{matrix} + \begin{matrix} n \\ en \end{matrix}, j) \times v_{k-1,j}^n) t, \\ p_{k,j} = p_{k-1,j} + v_{k,j} t. \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $X(t)$  是系统状态向量, 即  $X(t) = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p]^T$ , 依次为姿态(横滚、俯仰、航向), 速度(东向、北向、天向) 和位置(纬、经、高); 状态方差阵为  $P_k$ ,  $\begin{matrix} b \\ \dot{b} \end{matrix}$  和  $f^b$ , 分别表示机体坐标系相对于惯性坐标系的转动角速率在机体系中的投影和比力.

Sigma-point 直接式卡尔曼滤波的观测方程直接反映观测系统的测量原理, 反映测量量与系统导航参数之间的关系  $Z_k = H(X_{k/k-1}, w_k, k)$ . 在惯性卫星组合导航系统中, 以 GPS 输出的速度和位置为观测, 观测方程为

$$Z = HX + V.$$

其中:  $Z = [v_E \ v_N \ v_U \ L \ h]^T$ ,  $H = [0_{6 \times 8} \ I_{6 \times 6}]$ ,  $V$  为测量噪声. 滤波中, 噪声通过非线性系统参与状态的转移, 故将系统噪声、观测噪声和

状态向量一起组成增广向量, 即  $X^a = [X^T \quad w^T \quad v^T]^T$ , 增广向量维数记为  $M$ , 增广的方

$$差阵为 P^a = \begin{bmatrix} P_k & 0 \\ & Q \\ 0 & R \end{bmatrix}.$$

本文设计的 SPKF 的滤波状态维数为 21, 与典型的 18 阶间接式滤波相比, 滤波维数变化带来的计算量增加不显著; 状态递推阶段, SPKF 间接式滤波中的状态递推是惯导计算时间的  $2M + 1$  倍. 通常组合导航中, 组合滤波的时间远大于惯导时间. 因此整体而言, SPKF 的时间与间接式滤波的总体计算时间相当.

### 3.2 基于方向余弦矩阵的姿态采样点的生成与姿态均值和方差的计算

角度不是矢量, 在运算性质上与速度、位置参数不同, 生成采样点集时, 需要借助方向余弦矩阵或四元数的乘法等姿态解算方法; 计算姿态方差时, 借助姿态误差. 本文以方向余弦矩阵为工具, 生成姿态 Sigma 点, 实现角度方差计算.

设当前姿态为  $E_0 = [0, 0, 0]^T$ , 姿态阵为  $C_n^{b_0}$ ;  $S = \sqrt{P^a}$  为增广向量方差阵的平方根矩阵,  $P^a$  和  $S$  的维数均为  $M \times M$ ;  $S$  的 1 到 3 行, 每列均为分布在姿态的横滚、俯仰和航向的均方差向量, 记为  $[\phi_x, \phi_y, \phi_z]^T, j = 1, 2, \dots, 2M$ . 将姿态方差向量转换为方向余弦误差矩阵形式  $C_{ij}^b, j = 1, 2, \dots, 2M$ , 即

$$C_{ij}^b = \begin{bmatrix} c\phi_z c\phi_y & s\phi_z c\phi_x + s\phi_z s\phi_x & - \\ c\phi_z s\phi_y s\phi_x & c\phi_z s\phi_y c\phi_x & \\ -s\phi_z c\phi_y & c\phi_z c\phi_x - c\phi_z s\phi_x & + \\ s\phi_z s\phi_y s\phi_x & s\phi_z s\phi_y c\phi_x & \\ s\phi_y & -c\phi_y s\phi_x & c\phi_y c\phi_x \end{bmatrix},$$

式中  $c$  和  $s$  分别表示余弦和正弦函数. 利用方向余弦矩阵的性质, 得到 Sigma 点姿态对应的方向余弦矩阵  $C_n^b = C_n^{b_0} \cdot C_{ij}^b, j = 1, 2, \dots, 2M$ . 由  $\{C_n^b, j = 1, 2, \dots, 2M\}$  得到对称分布在  $E_0 = [0, 0, 0]^T$  周围的  $2M$  个姿态采样点.

姿态均值和方差的计算均需要各采样点姿态矩阵的平台误差角. 以  $C_n^{b_0}$  作为姿态均值对应的方向余弦矩阵  $C_n^{b, \text{mean}}$  的初始估计,  $\{C_n^b, j = 1, 2, \dots, 2M\}$  中各个采样点方向余弦矩阵分别与  $C_n^{b, \text{mean}}$  相乘,

$C_{ij}^{b, \text{mean}} = (C_n^{b, \text{mean}})^T C_n^b, j = 1, 2, \dots, 2M$ , 得到平台误差角向量  $\{\bar{\phi}_j, j = 1, 2, \dots, 2M\}$ . 平台误差角向量均值为  $\bar{\phi}_m = \sum_{j=0}^{2M} W_j^m \bar{\phi}_{k-1, j}$ . 为减小以  $C_n^{b_0}$  代替  $C_n^{b, \text{mean}}$  引入的误差, 用  $\bar{\phi}_m$  修正  $C_n^{b, \text{mean}}$  后代代. 将  $\{\bar{\phi}_j, j = 1, 2, \dots, 2M\}$  与各 Sigma 点的速度偏差、位置偏差构成

状态预测的偏差量  $\{X_{k/k-1, j} - \hat{x}_{k/k-1}, j = 0, 1, \dots, 2M\}$ , 计算方差阵  $P_{xx}$  和  $P_{xz}$ .

### 3.3 惯性组合导航 SPKF 直接式滤波流程

SPKF 直接式滤波流程包括初始化、状态预测和测量更新 3 部分. SPKF 初始化, 参数 (UKF) 或  $h$  参数 (CDKF), 计算 Sigma 点的加权统计权值向量  $W_j^m, W_j^c, j = 0, 1, \dots, 2M$ . 利用惯导姿态自对准, GPS 位置和速度, 初始化状态向量: 姿态、速度和位置, 初始化增广的方差阵  $P^a$ , 得采样点集  $\{x_{j,0}, j = 0, 1, \dots, 2M\}$ .

以采样点集  $\{x_{j,0}, j = 0, 1, \dots, 2M\}$  作为 SPKF 状态递推的初值, 采集 INS 惯性传感器的角速率和比力, 推动 SPKF 的状态采样点集的递推, 得到  $k$  时刻系统状态, 记为  $X_{k/k-1, j}$ .

在 GPS 测量时刻, 根据预测的状态和系统测量模型, 对测量值进行预测, 有  $Z_{k, j} = HX_{k, j} + v_j$ .

在获得测量值和预测值后, 计算新息, 通过增益矩阵, 获得各个状态的误差修正量, SPKF 中新息和滤波增益矩阵的计算都涉及到对状态预测集、测量预测集一、二阶矩 (均值和方差) 的计算<sup>[8-10]</sup>. 通过 Sigma 点集得到的状态预测的均值和方差为

$$\begin{cases} \hat{x}_{k/k-1} = \sum_{j=0}^{2M} W_j^m X_{k/k-1, j}, \\ P_{xx} = \sum_{j=0}^{2M} W_j^c (X_{k/k-1, j} - \hat{x}_{k+1/k}) (X_{k/k-1, j} - \hat{x}_{k/k-1})^T; \end{cases}$$

估计观测值的均值和方差为

$$\begin{cases} Z^c = \sum_{j=0}^{2M} W_j^m Z_{k, j}, \\ P_{zz} = \sum_{j=0}^{2M} W_j^c (Z_{k, j} - Z^c) (Z_{k, j} - Z^c)^T; \end{cases}$$

状态预测和观测估值之间的协方差为

$$P_{xz} = \sum_{j=0}^{2M} W_j^c (X_{k/k-1, j} - \hat{x}_{k/k-1}) (Z_{k, j} - Z^c)^T;$$

计算滤波增益为

$$K_k = P_{xz} (P_{zz})^{-1};$$

状态和方差更新为

$$\begin{cases} \hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (Z^c - Z^c), \\ P_k = P_{xx} - K_k P_{xz}^T. \end{cases}$$

### 3.4 SPKF 直接式滤波器参数设定

UKF 中与一、二阶矩的权值关系最为密切, 是 UKF 滤波稳定性的首要决定因素. 随着  $W_j^m$  的增大, 采样点分布范围变大, 除中心点外的采样点权值变小, 统计线性化将失去统计意义. 较小时, 方差阵  $P_k$  不正定、 $P_{zz}$  奇异, 滤波数值不稳定, 无法计算滤波增益  $K$ . 对于惯性卫星组合导航, 通过仿真实验, 在 1 ~ 5 之间较为合适.

对于 CDKF,  $h^2$  1. 多次仿真表明,  $h < 400$  的情况下滤波稳定, 各导航参数性能较好.

### 4 惯性组合导航 SPKF 滤波仿真及分析

以微型飞行器为应用载体构建如图 1 所示的仿真验证系统. 该仿真系统采用飞行动态仿真和真实导航传感器误差数据生成动态数据的方式, 惯性器件和 GPS 误差由实验室对实际器件测试的数据文件中注入. 微小型飞行器飞行航迹包括以下过程——加速, 爬升, 平直飞行, 转弯, 以及进一步爬升, 下滑, 最后进行盘旋状态, 如图 2. 仿真时间为 600 s.

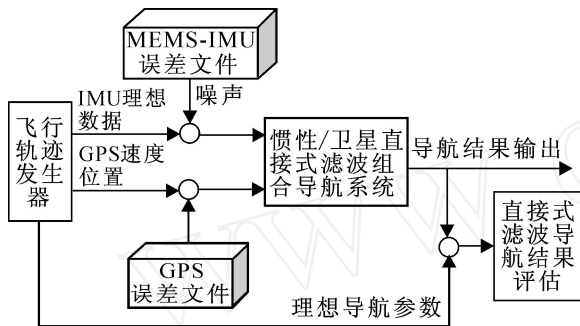


图 1 直接式滤波仿真系统结构图

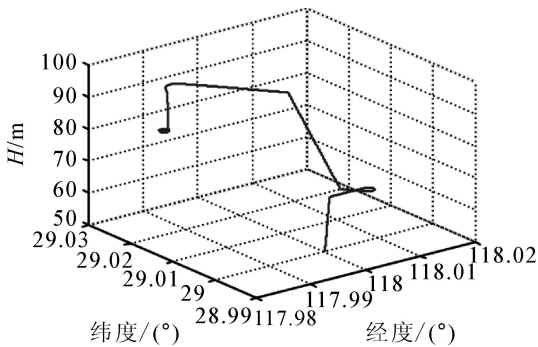


图 2 飞行仿真的航迹

微小型无人飞行器的初始姿态设为载体水平, 航向  $90^\circ$ , 初始位置  $(118^\circ, 29^\circ, 50\text{m})$ , 滤波器的初始参数主要包括惯性传感器的噪声参数, 系统状态的初值和方差阵的初值, SPKF 中的 Sigma 点伸缩因子. 依据目前 MEMS 惯性传感器的性能指标, MEMS 陀螺噪声均方根设为  $0.5^\circ/\text{s}$ , MEMS 加速度计噪声均方根设为  $10^{-3}\text{g}$ , 微型 GPS 的测速误差  $0.5\text{m/s}$ , 定位误差  $8\text{m}(1)$ .

基于 SPKF 的惯性组合导航系统得到的姿态如图 3 所示, 姿态误差与定位误差分别如图 4 和图 5 所示. 其中: 实线为 CDKF, 虚线为 UKF. UKF 姿态精度为  $0.5^\circ$ , 航向  $1^\circ(1)$ , 定位精度  $4\text{m}(\text{CEP})$ ; CDKF 姿态精度为  $0.3^\circ$ , 航向  $0.5^\circ(1)$ , 定位精度为  $5\text{m}(\text{CEP})$ . 后者姿态精度较高, 前者的位置精度略高. 这两者精度的差别主要是由于 UKF 和 CDKF 不同权值的选取方式, 使得系统对姿态和对位置的观

测程度不同. 仿真结果表明, 基于 UKF 和 CDKF 的直接式惯性组合滤波方法稳定. 在微型飞行器的典型飞行条件下, 直接式滤波能够适应各种飞行状态. 与常规线性卡尔曼滤波相比, 该滤波方法具有较高的精度.

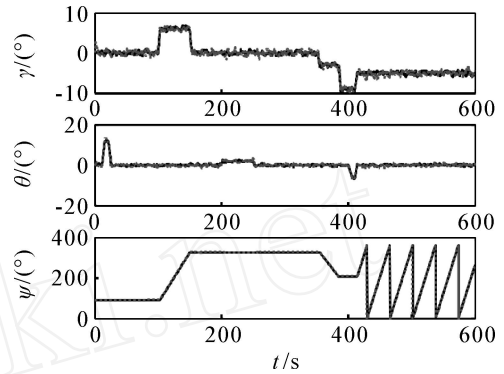


图 3 姿态曲线

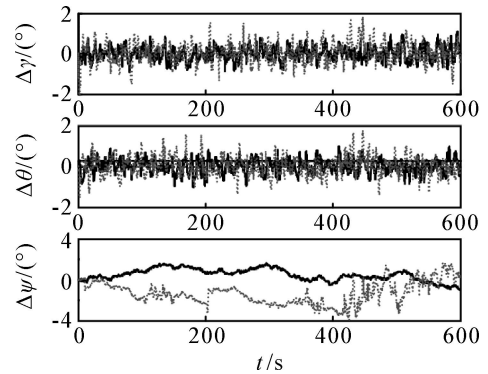


图 4 姿态误差曲线

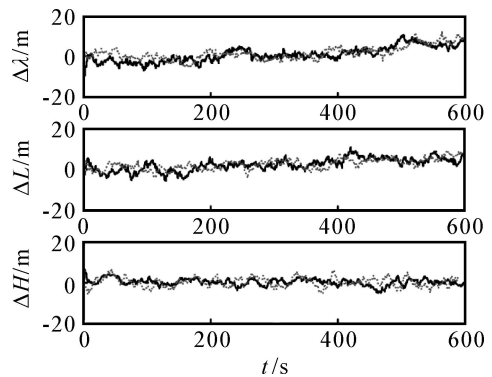


图 5 位置误差曲线

### 5 结 论

本文研究了惯性组合导航中基于统计线性化的非线性系统直接式滤波与估计方法. 利用方向余弦矩阵与姿态角之间的关系, 实现了状态向量中姿态角采样点的生成与各采样点姿态角误差一、二阶矩的统计计算. 以应用于微型飞行器的 GPS/INS 为对象, 仿真验证了惯性组合导航系统中 Sigma-Point 直接式滤波方法的有效性, 算法性能较常规线性卡尔曼滤波器优越, 可有效避免非线性滤波模型线性化后的模型误差, 适合于解决高动态条件

下的飞行器非线性滤波与状态估计问题.

### 参考文献(References)

- [1] Rudolph van der Merwe, Eric A Wan. Sigma-Point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models [C]. Workshop on Advances in Machine Learning. Montreal, 2003: 1-27.
- [2] Nørgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627-1638.
- [3] Dunik J, Simandl M, Straka O, et al. Performance analysis of derivative-free filters [C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and the European Control Conf 2005. Seville, 2005: 1941-1946.
- [4] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [5] 齐国元, 陈增强, 袁著祉. 非线性系统智能状态估计研究进展与展望 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 813-818.  
(Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z. Evolution and prospect of intelligent state estimation for nonlinear system [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(6): 813-818.)
- [6] 段方, 刘建业, 李荣冰. 基于平淡卡尔曼滤波的微小卫星姿态确定算法 [J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(11): 1899-1903.  
(Duan F, Liu J Y, Li R B. A micro-satellite attitude determination algorithm based on unscented Kalman filter [J]. J of Shanghai Jiaotong University, 2005, 39(11): 1899-1903.)
- [7] Wu Y X, Hu D W, Wu M P, et al. Unscented Kalman filtering for additive noise case: Augmented versus nonaugmented [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(5): 357-360.
- [8] Kraft E. A quaternion-based unscented Kalman filter for orientation tracking [C]. Proc of the Sixth Int Conf of Information Fusion. Cairns, 2003: 47-54.
- [9] Wang Q, Rizo C, Li Y, et al. Application of a Sigma-Point Kalman filter for alignment of MEMS-IMU [C]. 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Monterey, 2008: 44-52.
- [10] Schubert R, Mattern N, Wanielik G. Chemnitz an evaluation of nonlinear filtering algorithms for integrating GNSS and inertial sensor [C]. 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Monterey, 2008: 25-29.

(上接第 1017 页)

- [2] Song S H, Kim J K.  $H_\infty$  control of discrete-time linear systems with norm-bound uncertainties and time delay in state [J]. Automatica, 1998, 34(1): 137-139.
- [3] 张刚, 王执钐. 不确定时滞系统相容指标下的鲁棒容错控制器设计 [J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 666-692.  
(Zhang G, Wang Z Q. Robust fault-tolerant controller design for nonlinear uncertain time-delay systems with constraints of consistent indices [J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 666-692.)
- [4] 谢立. 含传感器增益故障的不确定离散时滞系统静态输出反馈鲁棒  $H_\infty$  容错控制 [J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(3): 290-299.  
(Xie L. Static output feedback robust  $H_\infty$  fault tolerant control for uncertain discrete-time delayed systems against gain failures in sensors [J]. J of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(3): 290-299.)
- [5] 刘鹏, 周东华. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 78-80.  
(Liu P, Zhou D H. Study on robust fault tolerant control of uncertain linear time-delay systems [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(3): 78-80.)
- [6] 张颖伟, 王小刚, 王明顺. 基于观测器的时滞系统容错控制 [J]. 东北大学学报, 2006, 27(8): 839-842.  
(Zhang Y W, Wang X G, Wang M S. Observer based fault tolerant control of time delayed systems [J]. J of Northeastern University, 2006, 27(8): 839-842.)
- [7] Yang Y, Yang G H, Soh Y C. Reliable control of discrete-time systems with actuator failure [J]. IEE Proc—Control Theory Applications, 2000, 147(4): 428-432.
- [8] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(Yu L. Robust control—Linear matrix inequality methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [9] Hao Q, Cheng C W. State feedback control for time-delayed systems with actuator failures [C]. Proc of ACC. Denyer: IEEE, 2003: 827-832.
- [10] Nian X, Feng J. Guaranteed-cost control of a linear uncertain system with multiple time-varying delays: An LMI approach [J]. IEE Proc Control Theory Applications, 2003, 150(1): 17-22.