

文章编号: 1001-0920(2009)07-1059-06

## 基于瞬态相对模型的轨道机动目标运动参数估计

李元凯, 敬忠良, 胡士强

(上海交通大学 空天科学技术研究院, 上海 200240)

**摘要:** 空间目标可能存在未知的机动, 针对该类目标相对导航问题, 提出一种基于瞬态相对模型的运动参数估计方法. 该方法依据轨道密切性思想, 在瞬态意义下建立相对运动模型和机动辨识算法, 然后通过密切轨道到参考轨道的量测变换对冻结时间模型进行状态滤波, 可为目标机动下的自主导航提供所需的相对状态与目标机动参数估值. 误差分析表明, 所得估值偏差均有界. 仿真验证了该方法在目标存在机动情况下的有效性和一般性.

**关键词:** 非开普勒; 未知机动; 瞬态模型; 相对导航; 参数估计

中图分类号: V448.22

文献标识码: A

## Transient relative model based kinematical parameter estimation for orbital maneuvering target

LI Yuan-kai, JING Zhong-liang, HU Shi-qiang

(Aerospace Science and Technology Institution, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China.

Correspondent: LI Yuan-kai, E-mail: yuankai.li@sju.edu.cn)

**Abstract:** Unknown maneuver is possibly existed for space target. For solving the problem of relative navigation of that type of target, a kinematic parameter estimation method based on transient relative model is proposed. According to osculation property of orbit, relative motion model and identification algorithm of target maneuver are built in transient sense. Then state estimation on frozen-time model is given through measurement transformation from osculating to referenced orbit. This method can simultaneously estimate the values of relative state and target maneuver required by autonomous navigation for maneuvering target. Error analysis shows that the estimation error is bounded. Simulation illustrates its effectiveness and generality under the situation of target maneuver existed.

**Key words:** Non-Keplerian; Unknown maneuver; Transient model; Relative navigation; Parameter estimation

### 1 引言

空间操作的任务需求不断促进空间相对运动的研究. 自 Clohessy 和 Wiltshire<sup>[1]</sup> 建立奠基性的近距离圆轨道方程以来, 为提高模型精度和通用性, 从圆轨道到椭圆轨道描述<sup>[2-6]</sup>, 从引力一阶近似到高阶近似<sup>[7,8]</sup>, 从无摄运动到自然摄动力影响<sup>[9]</sup>, 如地球扁率<sup>[10,11]</sup>、太阳光压<sup>[12]</sup>、大气阻力<sup>[13]</sup>等, 人们已对确知轨道相对模型进行了大量研究. 近年来该类模型常被应用于两星交会或绕飞跟踪任务中, 并结合滤波算法通过视线量测估计相对状态, 为辅星自主提供相对导航信息<sup>[14]</sup>.

然而由于种种原因, 目标航天器存在发生未知的机动或大幅扰动的可能性, 追踪航天器则需对此施加相应机动以进行相对状态的及时修正, 故而两

星可能运行于事先不确知的非开普勒轨道. 在该情况下, 如何建立有效模型并准确估计导航所需的运动参数, 目前还少有研究. 然而, 该问题对于后续的追踪星在合适的时机实施合适的机动决策, 从而以较小代价延长自主跟踪时段而言, 具有重要意义.

与以往的轨道确知情况相比, 目标存在未知机动将带来两点影响: 一是参考轨道的选取. 由于两星机动均事先未知, 其轨道亦不确知, 无法简单依照主辅星建立坐标系. 二是相对模型受控项可能非零, 且为未知运动参量.

为此, 本文以轨道密切性为依据, 提出一种适用于变轨目标机动跟踪的更具一般性的导航方法, 能同时有效获取相对状态与目标机动估值, 为追踪星的后续控制决策提供了必要前提.

收稿日期: 2008-06-11; 修回日期: 2008-11-04.

基金项目: 国家 863 计划项目(2006AA704312); 国家自然科学基金项目(60775022, 60674107).

作者简介: 李元凯(1981—), 男, 安徽滁州人, 博士生, 从事航天器相对动力学、导航制导与控制的研究; 敬忠良(1960—), 男, 四川南部人, 教授, 博士生导师, 从事目标跟踪、信息融合处理与控制等研究.

## 2 问题描述

在编队保持或交会的末段,两星接近,相对位置满足量测与跟踪要求.目标星随时可能进行不确定的机动,追踪星应自主产生必要的控制,以保证两星始终处于既定需求下的近距离飞行状态.在该任务背景下,对两星相对状态与目标机动进行有效估计以获取相对导航信息,这是必要前提.

然而与以往不同,目标的未知机动和追踪星的控制机动可能同时存在,这将对建立相对模型和参考坐标系产生直接影响.即使在不考虑自然力摄动的情况下,目标的未知机动也会使其运行于非开普勒轨道,对于追踪星而言其运行轨道不确定.与此同时,追踪星要对目标机动及时作出反应,从而也将处于受其影响的非开普勒轨道上.因此,两星运行轨道和本体坐标系均难以作为参考轨道和参考坐标系.

考虑到追踪星的实时状态可由本体的惯性导航装置提供,并假设追踪星初始运行轨道已知,选取追踪星初始轨道及其在该轨道上的当地坐标系作为参考轨道和参考坐标系,记为 LVLH0,并记追踪星密切轨道当地坐标系为 LVLH1.坐标系如图 1 所示.于是,相对运动方程在 LVLH0 下得以建立,在不考虑自然力摄动下,具有仿射非线性的一般形式,即

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(X(t), {}^0c, {}^0r) + B(U_T(t) - U_C(t)), \\ Y(t) = h(Z^0(t)) = CX(t) + {}^0(t). \end{cases}$$

其中:状态变量  $X(t)$  为相对位置和速度构成的向量,  $U_T(t)$  和  $U_C(t)$  分别为目标星和追踪星机动,  ${}^0c$  和  ${}^0r$  分别为两星初始轨道参数,  $Z^0(t)$  表示相对量测  $Z(t)$  在 LVLH0 中的投影,  $Y(t)$  为该投影的笛卡尔坐标,  ${}^0(t)$  为量测噪声在 LVLH0 中的投影坐标.

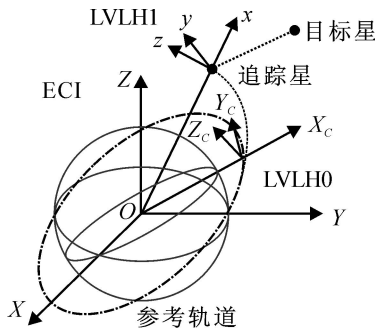


图 1 相对运动坐标系

通过近距离假设和非线性引力项近似,得到椭圆参考轨道的时变线性方程

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A({}^0c(t))X(t) + B(U_T(t) - U_C(t)), \\ Y(t) = h(Z^0(t)) = CX(t) + {}^0(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$A({}^0c(t)) = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad C = [I_{3 \times 3} \quad O_{3 \times 3}],$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} (t)^2 + 2\mu/r_c(t)^3 & \dot{(t)} & 0 \\ -\dot{(t)} & (t)^2 - \mu/r_c(t)^3 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu/r_c(t)^3 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 2(t) & 0 \\ -2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Z(t) = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad Z^0(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$h(Z^0(t)) = [{}^0 \cos {}^0 \cos {}^0 \quad {}^0 \cos {}^0 \sin {}^0 \quad {}^0 \sin {}^0]^T.$$

其中:  $\mu$  为地心引力常数;  $\dot{(t)}$  和  $r_c$  分别为  $t$  时刻追踪星对应于参考轨道的角速度、角加速度和地心距;  $(t)$  和  $(t)$  分别为相对距离、方位角和高低角分量.

## 3 基于瞬态模型的运动参数估计方法

### 3.1 瞬态相对运动模型

Lagrange 密切轨道条件表明,受摄卫星在任意当前时刻处于当前瞬时轨道上,相邻时刻的瞬时轨道在当前时刻与当前轨道相切,切点处位置与速度矢量在相邻时刻瞬时轨道上保持不变,实际运行轨道即为各密切轨道切点的包络.由此可认为,对于运行于非开普勒轨道上的两星,在任意瞬时时刻各自运行在开普勒密切轨道上,并且在无穷小的时间段内处于自由飞行状态.于是受控模型(1)在瞬时  $t$  时刻等价于无控模型

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A({}^0c(t))X(t), \\ Y(t) = h(Z^0(t)) = CX(t) + {}^0(t). \end{cases} \quad (2)$$

上式反映了非开普勒轨道瞬时相对运动规律.

### 3.2 变量空间的坐标匹配

注意到式(2)在各时刻的参考坐标系始终为 LVLH0,因此其外部输入输出空间与内部状态空间均以 LVLH0 为基准.在 LVLH1 坐标系下的相对量测  $Z(t)$  需变换到 LVLH0 坐标系上,形成参考量测  $Z^0(t)$ ;噪声  $(t)$  也需转换为参考量测噪声  ${}^0(t)$ ,以实现模型量测输入空间的坐标匹配.

### 3.3 相对状态滤波

将瞬态模型(2)表示为状态转移矩阵形式

$$\begin{cases} X(t_2) = \Phi(t_2, t_1)X(t_1), \\ Y(t_2) = h(Z^0(t_2)) = CX(t_2) + {}^0(t_2). \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $t_2 = t_1 + \Delta t$ ,  $\Delta t \in [0, T]$ ,  $T$  为量测采样周期.

一旦确立状态转移函数  $(t_2, t_1)$ , 相对状态便可利用量测输入由多种递推滤波算法得出.

状态转移函数有多种较为精确的解析解<sup>[6,8]</sup>, 但其形式复杂, 更适于离线统计运算. 精度的代价往往是实时性的牺牲. 对于追踪星决策机动的实时性需求而言, 降低运算强度以增强可靠性更为必要.

考虑到式(2)为慢时变参数模型, 利用冻结时间法在各采样周期  $t$  内固化模型参数. 令  $t_1 = k \cdot t$ , 取第  $k$  个采样间隔系统矩阵为  $A(\cdot_c(k))$ , 有

$$\begin{cases} \dot{X}(k) = A(\cdot_c(k)) X(k), \\ Y(k) = h(Z^0(k)) = CX(k) + \cdot^0(k). \end{cases} \quad (4)$$

于是

$$(t_2, t_1) = (\cdot \ t) = \exp\{A(\cdot_c(k)) \ t\}. \quad (5)$$

得到以参考轨道根数为离散时变参数的状态转移近似矩阵. 虽然时间冻结引起的误差会对精度造成一定影响, 但其运算简洁直观, 对于追踪星的实时决策是有积极意义的.

### 3.4 机动参数辨识

无控模型(2)描述的是两星在瞬时时刻的相对运动, 基于该模型的相对状态估值并不能反映运动的长期规律. 然而, 描述长期运动规律的受控模型(1)存在目标机动的未知参量, 故有必要对其辨识.

相邻采样时刻的相对状态变量关系如图 2 所示. 有

$$X_T(t) = X(t_+/t_+) - X(t_+/t) + X_C(t). \quad (6a)$$

其中:  $X$  表示  $t$  内状态变量的变化量,  $X(t_+/t_+)$  为  $t_+$  时刻的滤波估值,  $X(t_+/t)$  为  $t$  时刻滤波估值在该时刻密切轨道上对  $t_+$  时刻的预报.

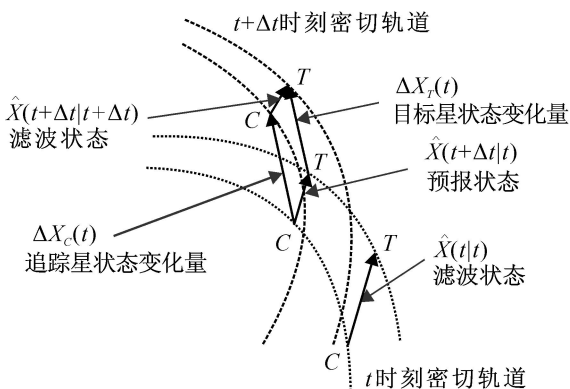


图 2 目标未知机动的相对运动变量关系  
在连续采样意义下  $t \rightarrow 0$ , 上式取极限则有

$$U_T(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{X_T(t)}{t} \right]_V = [ \dot{X}(t|t) - A(\cdot_c) X(t|t) ]_V + U_C(t), \quad (6b)$$

其中  $[\cdot]_V$  表示六维矩阵或列向量的下 3 行分量. 该式说明, 式(6a) 与(1) 在小采样间隔下等价.

## 4 算法流程

### 4.1 初值假设与变量定义

对初始条件进行下列假设: 1) 追踪星初始时刻无控飞行下的初始惯性状态  $X_C^{ECI}(t_0)$  或轨道参数已知; 2) 初始时刻两星相对状态  $X(t_0|t_0)$  已知, 若未知, 则起始阶段存在动态趋稳的过渡过程, 并不影响长期结果; 3) 初始时刻相对状态的误差方差  $P(t_0)$  给定; 4) 量测噪声为零均值高斯白噪声, 即  $E(t) = 0, \text{var}(\cdot(t)) = R$ , 且与相对状态不相关, 即  $E[\cdot(t) X^T(t)] = 0$ .

在各量测采样时刻, 相对量测  $Z(t)$ 、追踪星自主惯性导航状态  $X_C^{ECI}(t)$  和追踪星控制矢量  $U_C(t)$  为实时输入变量, LVL H0 下的相对状态  $X(t|t)$  和目标机动矢量  $U_T(t)$  估值为实时输出结果.

### 4.2 算法步骤与结构框图

1) 由  $X_C^{ECI}(t_0)$  确定初始轨道的轨道参数, 并依据下式递推任意  $t$  时刻的参考轨道惯性空间状态  $X_C^{0ECI}(t)$  和系统矩阵  $A(\cdot_c(t))$ :

$$a = \left( \frac{2}{r_c(t_0)} - \frac{v_c^2(t_0)}{\mu} \right)^{-1},$$

$$e = \left[ \left( \frac{r_c(t_0) v_c(t_0)}{\sqrt{\mu a}} \right)^2 + \left( 1 - \frac{r_c(t_0)}{a} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$E_e(t_0) = \tan^{-1} \left( \frac{r_c(t_0) v_c(t_0)}{\sqrt{\mu a}} / \left( 1 - \frac{r_c(t_0)}{a} \right) \right),$$

$$M(t) = (t - t_0) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + M(t_0) =$$

$$E_e(t) - e \sin E_e(t),$$

$$f(t) = 2 \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+e} \tan \frac{E_e(t)}{2}}{\sqrt{1-e}} \right),$$

$$r_c(t) = a(1 - e^2) / (1 + e \cos f(t)),$$

$$\dot{\cdot}(t) = \sqrt{\mu a(1 - e^2)} / r_c(t),$$

$$\dot{\cdot}(t) = - \frac{2\mu}{r_c^3(t)} \sqrt{(1 - e^2)(a^2 e^2 - (a - r_c(t))^2)}.$$

2) 根据  $t$  时刻  $X_C^{0ECI}(t)$  和自主惯性导航状态  $X_C^{ECI}(t)$  进行相对量测  $Z(t)$  与噪声  $\cdot(t)$  的空间匹配, 从 LVL H1 经 ECI 转换到 LVL H0. 即

$$Z^0(t) = [I(X_C^{0ECI})]^T I(X_C^{ECI}) Z(t),$$

$$\cdot^0(t) = [I(X_C^{0ECI})]^T I(X_C^{ECI}) (\cdot(t)).$$

其中  $I(X)$  为由变量  $X$  所确定的变换矩阵, 且

$$I = \begin{bmatrix} \cos & -\sin & 0 \\ \sin & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \cos & -\sin & 0 \\ \sin & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$= \tan^{-1}(-A/B),$$

$$i = \tan^{-1}(\sqrt{A^2 + B^2}/C),$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{z/\sin i}{x \cos + y \sin}\right),$$

$$A = y\dot{z} - z\dot{y}, B = z\dot{x} - x\dot{z},$$

$$C = x\dot{y} - y\dot{x},$$

$$X = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T.$$

3) 基于  $t$  时刻的滤波估值  $X(t/t)$  和相对模型

(3) 导出  $t_+ = t + \Delta t$  时刻的预报值

$$X(t_+/t) = \Phi(t_+, t) X(t/t),$$

其中的状态转移矩阵取式(5).

4) 由式(3)对  $t_+$  时刻参考量测  $Z^0(t_+)$  进行卡尔曼滤波, 得到状态估值  $X(t_+/t_+)$  和方差  $P(t_+/t_+)$ .

5) 根据式(6a) 辨识得到目标机动及其方差

$$\hat{U}_T(t) = \left[ \frac{X(t_+/t_+) - X(t_+/t)}{\Delta t} \right]_V + U_C(t), \quad (7a)$$

$$P = \frac{P(t_+/t_+) + \Phi(t_+, t) P(t/t) \Phi^T(t_+, t)}{\Delta t^2}, \quad (7b)$$

$$\text{var } \hat{U}_T(t) = \text{diag}[P_{44} \quad P_{55} \quad P_{66}]. \quad (7c)$$

6)  $t = t + \Delta t$ , 返回 2).

整个流程结构如图 3 所示.

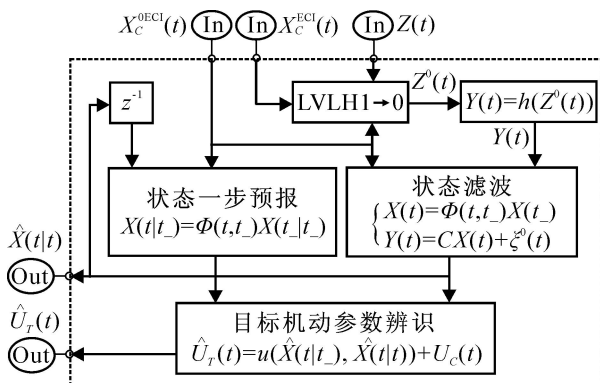


图3 轨道机动目标的运动参数估计算法框图

### 5 运动参数估计误差分析

不考虑自然力摄动, 相对运动的一般状态方程为

$$\dot{X}(t) = f(X(t), \begin{matrix} 0 \\ c \\ 0 \end{matrix}, \begin{matrix} 0 \\ r \end{matrix}) + B(U_T(t) - U_C(t)). \quad (8)$$

有状态转移真函数  $\bar{\Gamma}(t_2, t_1)$ , 目标机动真值  $\bar{U}_T(t)$ , 则相对状态真值为

$$\bar{X}(t_2) = \bar{\Gamma}(t_2, t_1) \bar{X}(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \bar{\Gamma}(t_2, \tau) B(\bar{U}_T(\tau) - U_C(\tau)) d\tau.$$

#### 5.1 误差结构

记瞬态模型(2)有精确状态转移矩阵  $\Gamma_1(t_2, t_1)$ , 所取冻结模型近似矩阵  $\Gamma_2(t_2, t_1)$ , 相对状态和目标机动估值分别为  $X_2(t)$  和  $U_{T2}(t)$ , 则有估值偏差

$$\tilde{X}_2(t) = X_2(t) - \bar{X}(t) = \bar{X}_2(t) - \bar{X}(t) + \Delta_2(t),$$

$$\tilde{U}_{T2}(t) = U_{T2}(t) - \bar{U}_T(t). \quad (9)$$

其中:  $\bar{X}_2(t) = E X_2(t)$ , 状态估计值确定性偏差和滤波残差分别为  $X_2(t) = \bar{X}_2(t) - \bar{X}(t)$  和  $\Delta_2(t)$ . 分别记模型线性化与时间冻结引起的状态转移矩阵差为  $\tilde{\Gamma}_1 = \Gamma_1 - \bar{\Gamma}$  和  $\tilde{\Gamma}_{21}^F = \Gamma_2 - \Gamma_1$ , 且  $\tilde{\Delta}_2 = \tilde{\Delta}_1 + \tilde{\Delta}_{21}^F$ ,  $t_+ = t + \Delta t$ .

将式(7a) 代入(9), 得到机动和状态偏差为

$$\tilde{U}_{T2}(t_+) = \tilde{U}_{T1}(t, \tilde{\Delta}_1) + \tilde{U}_{T2}^F(t, \tilde{\Delta}_{21}^F) + \tilde{U}_{T2}(t, \Delta_2) + \tilde{U}_T(t, \Delta_1), \quad (10)$$

$$\tilde{X}_2(t) = \tilde{X}_1(t) + \tilde{X}_2^U(t) + \tilde{X}_2^F(t) + \tilde{X}_2^{FV}(t) + \tilde{X}_2(t) + \tilde{X}_2(t), \quad (11)$$

$$\tilde{U}_{T1}(t, \tilde{\Delta}_1) = [-\tilde{\Delta}_1(t, t_+) \bar{X}(t_+)/\Delta t]_V,$$

$$\tilde{U}_{T2}^F(t, \tilde{\Delta}_{21}^F) = [-\tilde{\Delta}_{21}^F(t, t_+) \bar{X}(t_+)/\Delta t]_V,$$

$$\tilde{U}_{T2}(t, \Delta_2) =$$

$$[(\Delta_2(t) - \Delta_2(t, t_+) \Delta_2(t_+))/\Delta t]_V,$$

$$\tilde{U}_T(t, \Delta_1) =$$

$$[(\bar{X}(t) - \bar{\Gamma}(t, t_+) \bar{X}(t_+))/\Delta t - \bar{U}_T(t_+)]_V,$$

$$\tilde{X}_1(t) = \tilde{\Delta}_1(t, t_+) \bar{X}(t_+) +$$

$$\int_{t_+}^t \tilde{\Delta}_1(t, \tau) B(\bar{U}_T(\tau) - U_C(\tau)) d\tau,$$

$$\tilde{X}_2^U(t) = \int_{t_+}^t \Delta_2(t, \tau) d\tau \cdot B U_{T1}(t_+),$$

$$\tilde{X}_2^F(t) = \tilde{\Delta}_{21}^F(t, t_+) \bar{X}(t_+) +$$

$$\int_{t_+}^t \tilde{\Delta}_{21}^F(t, \tau) B(\bar{U}_T(\tau) - U_C(\tau)) d\tau,$$

$$\tilde{X}_2^{FV}(t) = \int_{t_+}^t \Delta_2(t, \tau) d\tau \cdot B U_{T2}^F(t_+),$$

$$\tilde{X}_2(t) = \Delta_2(t, t_+) \Delta_2(t_+) +$$

$$\int_{t_+}^t \Delta_2(t, \tau) d\tau \cdot B U_{T2}(t_+),$$

$$\tilde{X}_2(t) = \int_{t_+}^t \Delta_2(t_+, \tau) B U_T(\tau) d\tau.$$

上式表明, 机动偏差(10) 由模型线性化、时间冻结、滤波残差和离散采样量测所产生, 分别对应上标为  $\tilde{\Delta}_1$ ,  $\tilde{\Delta}_{21}^F$  和  $\Delta_2$  的各项. 状态偏差(11) 受相同因素影响, 区别在于, 非线性和时间冻结除了带来直接的系统误差  $\tilde{X}_1$  和冻结误差  $\tilde{\Delta}_{21}^F$  外, 还通过受其影响的机动参数导致间接的系统误差  $\tilde{X}_2^U$  和冻结误差  $\tilde{X}_2^{FV}$ .

#### 5.2 有界性证明

机动偏差和状态偏差均为有界.

证明 首先证明机动偏差有界. 模型线性化误差有界,  $\forall t_1, t_2$  有  $M_{1,2} > 0$ . 令

$$\Gamma_1(t_2, t_1) = M_1, \quad \Gamma_2(t_2, t_1) = M_2, \quad (12)$$

$$\tilde{\Gamma}_1(t_2, t_1)$$

$$\sup \|\Gamma_1(t_2, t_1) - \bar{\Gamma}(t_2, t_1)\| = M,$$

$$\sup_{t_1, t_2} \|\tilde{x}_{21}^F(t_2, t_1) - \tilde{x}_{11}(t_2, t_1)\| = M^F \quad (13)$$

考虑到对任意六维矩阵或向量  $S$  有

$$\| [S]_V \| = \sqrt{[S]_V [S]_V^T}$$

$$\sqrt{\max | \lambda |^2} = \| S \|$$

成立,其中  $\| \lambda \|$  为  $S$  的谱半径. 结合式(10) 可得

$$\tilde{U}_{T1}(t, \tilde{x}_1) = [ \tilde{x}_1(t, t_0) ]_V [ \bar{X}(t) ]_V / t$$

$$M \| \bar{X}(t) \| / t, \quad (14)$$

$$\tilde{U}_{T2}^F(t, \tilde{x}_{21}^F) = M^F \| \bar{X}(t) \| / t. \quad (15)$$

故模型误差项和冻结误差项有界.

滤波算法的噪声残差  $\tilde{x}_2(t)$  能量有限且渐趋收敛,故  $\exists \epsilon_2 > 0$  使得  $t$  足够大时有  $\|\tilde{x}_2(t)\| < \epsilon_2$ , 则

$$\tilde{U}_{T2}(t, \tilde{x}_2) = (\|\tilde{x}_2(t)\| + M_2 \epsilon_2) / t$$

$$(1 + M_2) \epsilon_2 / t. \quad (16)$$

故噪声误差项有界收敛.

采样误差项仅受采样周期  $t_s$  的影响,由式(6b)可知该项在连续量测下为零,离散采样量测下有界.

综上,机动偏差有界且部分项收敛.

状态偏差证明与之类似.  $\exists [t_0, t]$  使得

$$\int_{t_0}^t \tilde{x}_1(t, \tau) B(\bar{U}_T(\tau) - U_C(\tau)) d\tau = \tilde{x}_1(t, t_0) B(\bar{U}_T(t_0) - U_C(t_0)) t$$

成立. 对于直接系统误差  $\tilde{x}_1$  不难得到

$$\tilde{x}_1(t) = M (\| \bar{X}(t) \| + \| \bar{U}_T(t) - U_C(t) \|), \quad (17)$$

显然该项有界. 实际上在目标机动确知时,其为唯一误差项,常取与式(13) 相关的函数作为误差指标<sup>[15]</sup>, 以此对模型偏差程度作出评价.

考虑  $\tilde{x}_2^U$  为  $\tilde{x}_2$  的泛函,  $\exists [t_0, t]$  使

$$\int_{t_0}^t \tilde{x}_2(t, \tau) d\tau = \tilde{x}_2(t, t_0).$$

结合式(14) 有

$$\tilde{x}_2^U(t) = \sqrt{M_2 M \| \bar{X}(t) \|} \tilde{x}_2^U(t) [ \tilde{x}_2^U(t) ]^T \quad (18)$$

该项有界. 同理得到

$$\tilde{x}_2^F(t) = M^F (\| \bar{X}(t) \| + \| \bar{U}_T(t) - U_C(t) \|), \quad (19)$$

$$\tilde{x}_2^{Fv}(t) = M_2 M^F \| \bar{X}(t) \|, \quad (20)$$

其中  $\tilde{x}_2^F [t_0, t]$  存在. 对于慢变参数系统,  $M^F$  为小量,因此冻结误差项均有界且为小量.

对于噪声误差项  $\tilde{x}_2$ , 有

$$\tilde{x}_2(t) = M_2 (2 + M_2) \epsilon_2 \quad (21)$$

有界收敛. 于是状态偏差有界且部分项收敛.

### 5.3 小 结

上述分析可得出几点结论:1) 状态与机动估值总误差有界,由模型线性化、时间冻结、滤波算法降噪性能及离散采样共同影响而引起. 其中:系统误差和冻结误差有界,噪声残差有界收敛,采样误差固有不可控. 2) 系统误差是稳态误差的主要成分. 其中:  $\tilde{x}_1$  的积分项可控,由相对机动决定,对追踪星施加控制以逼近目标机动矢量可使其削弱;其他各项则需通过降低模型线性化误差  $M$  来改善. 3) 滤波残差可由提升滤波算法的鲁棒性和降噪性能分别加以抑制. 4) 冻结误差为可容忍的小量,是式(5) 拥有较小运算量的代价.

### 6 仿真实例

两星初始时刻轨道参数如表 1 所示. 相对位置标准差 1 m,相对速度标准差 0.1 m/s,量测噪声的距离标准差 1 m,角度标准差 0.001 rad. 假定目标星于第 300 s 起,在径向和纵向上存在 0.5 m/s<sup>2</sup> 的连续机动,持续时间 5 min. 仿真时间 1000 s.

表 1 初始轨道参数

	$i / (^\circ)$	$i' / (^\circ)$	$a / \text{km}$	$e$	$u$	$f / (^\circ)$
目标星	45	28.5	6688.137	0	0	315.5
追踪星	45	28.5	6678.137	0	0	315

#### 6.1 目标星机动飞行,追踪星自由飞行

相对位置、相对速度以及目标机动的估值误差如图 4 所示. 可以看出,追踪星与轨道机动目标的相对运动参数得到有效估计,并且估计偏差有界.

如图 4 所示,在目标非机动段,随时间推移产生微弱偏差,这是由于追踪星仍自由飞行,相对距离增大,近距离假设条件弱化,  $\tilde{x}_1$  增加,致使系统误差  $\tilde{x}_1$  和  $\tilde{x}_1^U$  进一步放大. 这时可采取非线性误差较低的更为精确的相对模型来削弱.

在目标机动段,偏差较为明显. 一方面是因为目标机动干扰使得滤波误差  $\tilde{x}_2$  产生额外偏移,偏移程度取决于滤波算法固有的抗扰能力. 另一方面还受相对机动的影响,使  $\tilde{x}_1$  和  $\tilde{x}_2^F$  具有非零积分项所致. 若追踪星在目标机动过程中能及时产生相应的机动策略进行受控跟踪,则偏差即可得到显著抑制.

#### 6.2 目标星机动飞行,追踪星受控飞行

追踪星受控飞行的机动矢量给定,为第 300 s 起径向和纵向 0.5 m/s<sup>2</sup> 的连续机动,持续时间 5 min.

图 5 为相对状态与目标机动的估计误差. 与追踪星自由飞行情况相比,引入控制矢量后跟踪误差得以显著降低. 这是由于追踪星控制矢量越接近目标机动矢量,相对机动越小. 这不仅减小了  $\tilde{x}_1$  和  $\tilde{x}_2^F$  的积分项,还使相对状态的受控波动得到缓和,

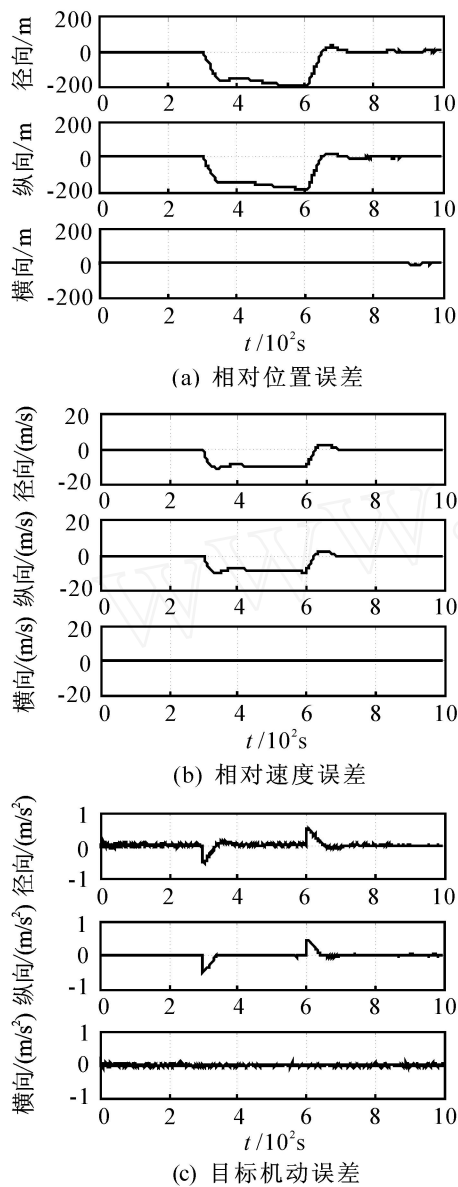


图4 追踪星自由飞行下的运动参数估计误差

削弱了滤波过程中的扰动程度,从而降低了相对状态与目标机动的估计偏差.该特性对于目标机动下设计追踪星机动跟踪规律提出了必然要求.

## 7 结 论

本文针对目标轨道不确定机动情况的相对导航问题提出了一种运动参数估计方法.该方法以轨道密切性为依据建立瞬态模型和机动算法,可对相对位置、相对速度及目标机动作出有效估计.误差分析表明,参量估值存在由系统误差、滤波残差和采样误差组成的有界偏差.提高相对模型精度可减小系统误差,提升状态滤波算法的鲁棒性可削弱扰动下的滤波误差,而对追踪星进行适当控制则可同时对两者进行有效抑制.另外,基于冻结时间的状态转移近似矩阵还附加了可忽略的冻结误差,但其运算简洁,在高实时性场合比精确矩阵更为可取.

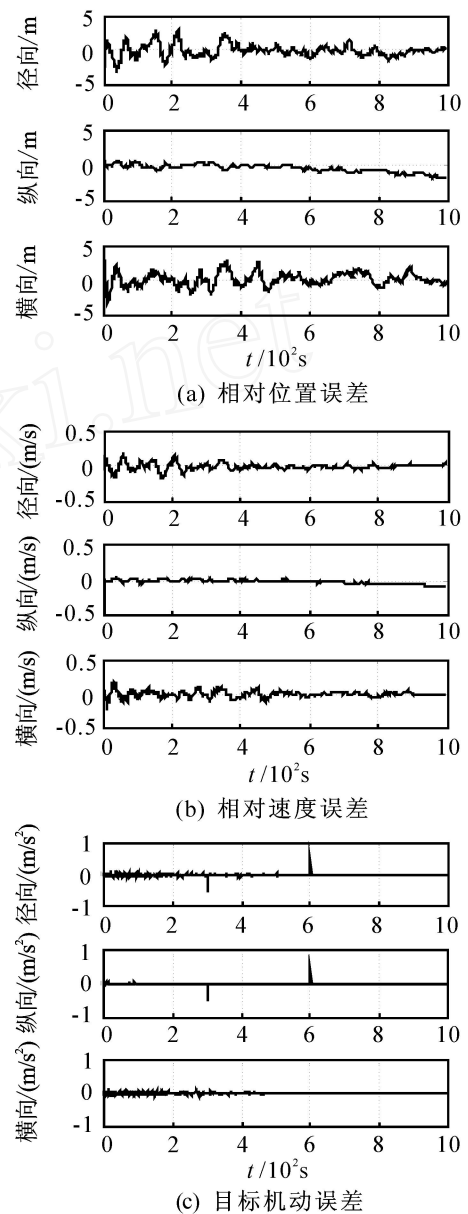


图5 追踪星受控飞行下的运动参数估计误差

值得注意的是,瞬态模型以追踪星初始轨道为参考,在运动参数估计前预处理,对输入空间进行坐标匹配,并未涉及两星实际运行轨道,因此该方法具有一般性,对任意一方自由或机动飞行的相对运动参数估计问题均适用.特别是在末段交会或编队保持等需要追踪星及时决策机动的场合下,该方法所获得的相对状态和目标机动估值为设计追踪星控制规律提供了先决条件,这对实现变轨目标的长期近距离机动跟踪,在目标轨道多变的环境下有效完成监测任务起到重要作用.

## 参考文献(References)

- [1] Clohessy W, Wiltshire R. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. J of the Astronautical Sciences, 1960, 27(9): 653-678.

(下转第 1069 页)

- Maximization of possibility and probability [J]. European J of Operational Research, 2008, 188(2): 530-539.
- [10] Ammar E E. On solutions of fuzzy random multiobjective quadratic programming with application in portfolio problem[J]. Information Sciences, 2008, 178(2): 468-484.
- [11] 吕恩琳, 钟佑明. 模糊概率随机变量[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(4): 434-440.  
(Lv E L, Zhong Y M. Random variable with fuzzy probability[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2003, 24(4): 434-440.)
- [12] 柳美, 孙玉琴, 李安贵. 模糊概率随机变量的数学期望和方差[J]. 包头钢铁学院学报, 2006, 25(3): 296-298.  
(Liu M, Sun Y Q, Li A G. Mathematical expectation and variance of random variable with fuzzy probability [J]. J of Baotou University of Iron and Steel Technology, 2006, 25(3): 296-298.)
- [13] 徐泽水. 基于期望值的模糊多属性决策法及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 109-119.  
(Xu Z S. Method based on expected values for fuzzy multiple attribute decision making problems with preference information on alternative [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2004, 24(1): 109-119.)
- [14] De Luca A, Termini S. A definition of nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory [J]. Information and Control, 1972, 20(2): 301-312.
- [15] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.  
(Xu Z S, Da Q L. Possibility degree method for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)

(上接第 1064 页)

- [2] DeVries J P. Elliptic elements in terms of small increments of position and velocity components [J]. AIAA Journal, 1963, 1(9): 2626-2629.
- [3] Tschauner J, Hempel P. Rendezvous with an elliptical orbital target [J]. Acta Astronautica, 1965, 11(2): 104-109.
- [4] Tschauner J. Elliptic orbit rendezvous [J]. AIAA Journal, 1967, 5(6): 1110-1113.
- [5] Melton G R. Time-explicit representation of relative motion between elliptical orbits [J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(4): 604-610.
- [6] Broucke A R. Solution of elliptic rendezvous problem with the time as independent variable[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(4): 615-621.
- [7] Shulman Y, Scott J J. Terminal rendezvous for elliptical orbits[C]. Proc of the 4th AIAA Aerospace Sciences Meeting. Los Angeles, 1966: 533-544.
- [8] Euler E A, Shulman Y. Second-order solution to the elliptical rendezvous problem[J]. AIAA Journal, 1967, 5(5): 1033-1035.
- [9] Gurfil P. Generalized solutions for relative spacecraft orbits under arbitrary perturbations [J]. Acta Astronautica, 2007, 60(2): 61-78.
- [10] Ross I M. Linearized dynamic equations for spacecraft subject to J2 perturbations[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(4): 657-659.
- [11] Schaub H. Relative orbit geometry through classical orbit element differences[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 27(5): 839-848.
- [12] Gurfil P, Idan M, Kasdin N J. Neural adaptive control for deep-space formation flying [J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(3): 491-501.
- [13] Humi M, Carter T. Rendezvous equations in a central-force field with linear drag[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(1): 47-79.
- [14] Psiaki M L. Autonomous orbit determination for two spacecraft from relative position measurements[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1999, 22(2): 305-312.
- [15] Alfriend K T, Yan H. Evaluation and comparison of relative motion theories[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2005, 28(2): 254-261.