文章编号：1001-0920(2009)08-1187-05

一种具有正态随机变量的多属性决策方法

姜广田，樊治平，刘　洋，张　晓
（东北大学 工商管理学院，沈阳 110004）

摘　要：针对具有正态随机变量的多属性决策问题，提出一种决策分析方法．首先运用概率统计知识对具有正态随机变量的决策矩阵进行处理，得到每个方案的综合效用值，通过分析可知方案的综合效用值仍是正态随机变量；然后依据 3σ 原则确定每个方案的综合效用值所在的区间，并通过区间数的比较来建立两两方案之间比较的优势可能度矩阵；再后依据优势可能度矩阵，运用 PROMETHEE Ⅱ方法得到方案的排序结果；最后通过一个算例说明了该方法的有效性和可行性．

关键词：多属性决策；正态随机变量；PROMETHEE Ⅱ；方案排序
中图分类号：C934　　　**文献标识码**：A

Method for multiple attribute decision making with normal random variables

JIANG Guang-tian, FAN Zhi-ping, LIU Yang, ZHANG Xiao
(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: JIANG Guang-tian, E-mail: jgt500@163.com)

Abstract: This paper proposes a method for solving the multiple attribute decision making problems with normal random variables. Firstly, the comprehensive utility value of each alternative is obtained by disposing the decision matrix with normal random variables using probability and statistics knowledge. And by the analysis, the comprehensive utility value of each alternative is still normal random variable. Then the interval of the comprehensive utility value of each alternative is determined according to 3σ rule, and the dominance possibility degree matrix for pairwise comparison of alternatives is built through comparisons of the intervals. Based on the dominance possibility degree matrix, PROMETHEE Ⅱ method is used to obtain the ranking of alternatives. Finally, a numerical example shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: Multiple attribute decision making; Normal random variable; PROMETHEE Ⅱ; Alternative ranking

1　引　　言

多属性决策是与多个属性有关的有限方案选择问题．在现实中，由于多属性决策问题的复杂性和不确定性，属性值的测量或评价结果可能是随机变量的形式，其中属性值服从或近似服从正态分布的随机变量是最常见的形式[1,2]．例如产品的使用寿命、一批产品的合格率、顾客或市场的需求等，有时就是服从正态分布的[1-3]．如何解决具有正态随机变量的多属性决策问题，具有重要的意义．

目前，对于属性值为正态随机变量的多属性决策问题，具有针对性的决策分析方法还不多[4,5]，但可看到一些相关的随机多属性决策方法[6-10]，例如基于随机占优的方法[6-8]、SMAA 方法[9,10]等．需要指出的是，运用基于随机占优的方法来解决具有正态随机变量的随机多属性决策问题，只能定性地确定部分两两方案之间的占优关系，而不能确定占优的程度；运用 SMAA 方法是基于蒙特卡洛仿真的计算结果，所得到的方案排序结果是在一定置信度意义下的排序结果．

基于上述分析，本文提出一种解决具有正态随机变量的多属性决策方法．该方法运用概率统计知识对正态随机变量进行处理，建立两两方案比较的

收稿日期：2009-03-26；**修回日期**：2009-05-12．
基金项目：国家自然科学基金项目(70701008)；国家创新研究群体科学基金项目(70721001)；国家杰出青年科学基金项目(70525002)．
作者简介：姜广田(1978—)，男，辽宁大连人，博士生，从事决策理论与方法的研究；樊治平(1961—)，男，江苏镇江人，教授，博士生导师，从事决策分析、运作管理等研究．

优势可能度矩阵;在此基础上,运用 PROMETHEE Ⅱ方法进行方案的排序.

2 预备知识

如果连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2},-\infty<x<\infty$,其中 μ 和 σ^2 分别为期望和方差,则称 X 服从参数为 μ 和 σ^2 的正态分布,记为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$. 特别地,当 $\mu=0$ 和 $\sigma=1$ 时,称 X 服从标准正态分布,其概率密度和累积分布函数分别为

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2},\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\varphi(t)\mathrm{d}t.$$

依据概率统计知识中的 3σ 原则[1,2],可知 X 的值落在区间$[\mu-3\sigma,\mu+3\sigma]$ 内的概率为

$$P\{\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma\}=99.74\%.$$

若 $Y=aX+b(a\neq 0)$,则 Y 也是连续随机变量,且概率密度为

$$f(y)=\frac{1}{|a|}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-[(y-b)/a-\mu]^2/2\sigma^2}=\frac{1}{|a|\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-[y-(b+a\mu)]^2/2(a\sigma)^2},\quad -\infty<y<\infty.$$

因此 Y 也是正态随机变量,即

$$aX+b\sim N(a\mu+b,a^2\sigma^2).\tag{1}$$

考虑 n 个相互独立的正态随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$,即 $X_i\sim N(\mu_i,\sigma_i^2),i=1,2,\cdots,n$. 依据概率统计知识[1,2] 可知,这些正态随机变量的线性组合 $c_1X_1+c_2X_2+\cdots+c_nX_n(c_1,c_2,\cdots,c_n$ 是不全为0的常数)仍服从正态分布,即

$$c_1X_1+c_2X_2+\cdots+c_nX_n\sim N(\sum_{i=1}^{n}c_i\mu_i,\sum_{i=1}^{n}c_i^2\sigma_i^2).\tag{2}$$

3 决策方法

考虑具有正态随机变量的多属性决策问题. 设 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}(m\geqslant 2)$ 为备选方案集合,A_i 表示第 i 个决策方案;$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}(n\geqslant 2)$ 为属性集合,C_j 表示第 j 个属性,且 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 相互独立;属性权重向量为 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$,$w_j$ 为属性 C_j 的权重或重要程度,满足 $\sum_{j=1}^{n}w_j=1$ 且 $w_j\geqslant 0,j=1,2,\cdots,n$.

记 $\boldsymbol{X}=[X_{ij}]_{m\times n}$ 为决策矩阵,其中 X_{ij} 表示方案 A_i 对应于属性 C_j 的属性值,本文考虑 X_{ij} 是正态随机变量,即 $X_{ij}\sim N(\mu_{ij},\sigma_{ij}^2)$. 所要解决的问题是依据决策矩阵 $\boldsymbol{X}$ 和属性权重向量 $\boldsymbol{w}$,如何选择最优方案或进行方案的排序.

下面阐述本文提出的决策方法. 首先将决策矩阵 $\boldsymbol{X}=[X_{ij}]_{m\times n}$ 规范化为 $\boldsymbol{Z}=[Z_{ij}]_{m\times n}$. 正态随机变量的分布区间为$(-\infty,\infty)$,而现实决策问题中均不可能为$-\infty$或$\infty$,因此依据 3σ 原则,考虑使99.74%的随机变量的取值规范化到区间$[0,1]$ 内. 关于 Z_{ij} 的计算公式表述如下:

当 C_j 为效益型属性时,有

$$Z_{ij}=\frac{X_{ij}-h_j}{k_j-h_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n.\tag{3}$$

根据式(1) 可知,$Z_{ij}\sim N(\tilde{\mu}_{ij},\tilde{\sigma}_{ij}^2)$,且

$$\tilde{\mu}_{ij}=\frac{\mu_{ij}-h_j}{k_j-h_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n;\tag{4}$$

$$\tilde{\sigma}_{ij}=\frac{\sigma_{ij}}{k_j-h_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n.\tag{5}$$

其中

$$h_j=\max\{0,\min_{\forall i}h_{ij}^L\},k_j=\max_{\forall i}k_{ij}^U,$$
$$h_{ij}^L=\mu_{ij}-3\sigma_{ij},\ k_{ij}^U=\mu_{ij}+3\sigma_{ij},$$
$$i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n.$$

当 C_j 为成本型属性时,有

$$Z_{ij}=\frac{k_j-X_{ij}}{k_j-h_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n.\tag{6}$$

根据式(1) 可知,$Z_{ij}\sim N(\tilde{\mu}_{ij},\tilde{\sigma}_{ij}^2)$,且

$$\tilde{\mu}_{ij}=\frac{k_j-\mu_{ij}}{k_j-h_j},\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n;\tag{7}$$

$$\tilde{\sigma}_{ij}=\frac{\sigma_{ij}}{k_j-h_j},i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n.\tag{8}$$

其中 h_j,k_j,h_{ij}^L 和 k_{ij}^U 同上.

然后依据决策分析中的加权法则,方案 A_i 的综合效用值为

$$Z_i=\sum_{j=1}^{n}w_jZ_{ij},\ i=1,2,\cdots,m.\tag{9}$$

根据式(2) 可知,$Z_i\sim N(\bar{\mu}_{ij},\bar{\sigma}_{ij}^2)$,且

$$\bar{\mu}_i=\sum_{j=1}^{n}w_j\bar{\mu}_{ij},\ i=1,2,\cdots,m;\tag{10}$$

$$\bar{\sigma}_i^2=\sum_{j=1}^{n}w_j^2\tilde{\sigma}_{ij}^2,\ i=1,2,\cdots,m.\tag{11}$$

为了便于分析,将方案 A_i 的综合效用值 Z_i 映射为区间数$[a_i^L,a_i^U]$. 其中

$$a_i^L=\bar{\mu}_i-3\bar{\sigma}_i,\ i=1,2,\cdots,m;\tag{12}$$

$$a_i^U=\bar{\mu}_i+3\bar{\sigma}_i,\ i=1,2,\cdots,m.\tag{13}$$

考虑任意两个方案 A_i 和 A_k,它们的综合效用值的映射区间数为 $\tilde{a}_i=[a_i^L,a_i^U]$ 和 $\tilde{a}_k=[a_k^L,a_k^U]$.

依据概率统计知识中的 3σ 原则，可知方案的实际综合效用值将以 99.74% 的概率落在区间 $[a_i^L, a_i^U]$ 和 $[a_k^L, a_k^U]$ 内. 因此可考虑通过对区间数 $\tilde{a}_i$ 和 $\tilde{a}_k$ 的比较，得到两个方案之间的优势关系. 对于任意两个区间数 $\tilde{a}_i$ 和 $\tilde{a}_k$，可能有下列 3 种情况[11]：

1) 若 $a_i^L = a_k^L$ 和 $a_i^U = a_k^U$，则 $\tilde{a}_i$ 等价于 $\tilde{a}_k$，即 $\tilde{a}_i = \tilde{a}_k$；

2) 若 $a_i^L \geqslant a_k^U$，则 $\tilde{a}_i > \tilde{a}_k$；

3) 若 $a_k^L < a_i^L < a_k^U \leqslant a_i^U$，$a_i^L < a_k^L < a_k^U \leqslant a_i^U$ 或 $a_i^L \leqslant a_k^L < a_k^U < a_i^U$，则 $\tilde{a}_i$ 与 $\tilde{a}_k$ 相互交叉.

设 ξ_i 和 ξ_k 分别为区间数 $\tilde{a}_i$ 和 $\tilde{a}_k$ 的实际值(即方案 A_i 和 A_k 的实际综合效用值)，可考虑通过计算 $\xi_i \geqslant \xi_k$ 和 $\xi_k \geqslant \xi_i$ 的概率，得到 $\tilde{a}_i > \tilde{a}_k$ 和 $\tilde{a}_k > \tilde{a}_i$ 的可能度.

依据上述 3 种情况，$\tilde{a}_i > \tilde{a}_k$ 的可能度 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k}$ 定义为

$$p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} = \begin{cases} 0.5,\ \tilde{a}_i = \tilde{a}_k; \\ 1,\ \tilde{a}_i > \tilde{a}_k; \\ \int_{a_k^U}^{a_i^U} f_i(x)\mathrm{d}x + \int_{a_i^L}^{a_k^U} f_i(x)\mathrm{d}x \int_{a_k^L}^{a_i^L} f_k(y)\mathrm{d}y + \\ \int_{a_i^L}^{a_k^U} f_i(x) \int_{a_i^L}^{x} f_k(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x, \\ \quad a_k^L < a_i^L < a_k^U \leqslant a_i^U; \\ \int_{a_k^U}^{a_i^U} f_i(x)\mathrm{d}x + \int_{a_k^L}^{a_k^U} f_i(x) \int_{a_k^L}^{x} f_k(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x, \\ \quad a_i^L < a_k^L < a_k^U \leqslant a_i^U \text{ or} \\ \quad a_i^L \leqslant a_k^L < a_k^U < a_i^U. \end{cases} \tag{14}$$

相应地，$\tilde{a}_k > \tilde{a}_i$ 的可能度 $p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i}$ 为

$$p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} = \begin{cases} 0.5,\ \tilde{a}_i = \tilde{a}_k; \\ 0,\ \tilde{a}_i > \tilde{a}_k; \\ \int_{a_i^L}^{a_k^U} f_k(x) \int_{a_i^L}^{x} f_i(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x, \\ \quad a_k^L < a_i^L < a_k^U \leqslant a_i^U; \\ \int_{a_i^L}^{a_k^L} f_i(x)\mathrm{d}x + \int_{a_k^L}^{a_k^U} f_k(x) \int_{a_k^L}^{x} f_i(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x, \\ \quad a_i^L < a_k^L < a_k^U \leqslant a_i^U \text{ or} \\ \quad a_i^L \leqslant a_k^L < a_k^U < a_i^U. \end{cases} \tag{15}$$

在式(14)和(15)中，根据累积概率分布的定义可知

$$\int_{a_k^U}^{a_i^U} f_i(x)\mathrm{d}x = F_i(a_i^U) - F_i(a_k^U) = \\ \Phi\frac{a_i^U - \mu_i}{\sigma_i} - \Phi\frac{a_k^U - \mu_i}{\sigma_i}, \tag{16}$$

$$\int_{a_i^L}^{a_k^U} f_i(x)\mathrm{d}x = F_i(a_k^U) - F_i(a_i^L) = \\ \Phi\frac{a_k^U - \mu_i}{\sigma_i} - \Phi\frac{a_i^L - \mu_i}{\sigma_i}, \tag{17}$$

$$\int_{a_k^L}^{a_i^L} f_k(x)\mathrm{d}x = F_k(a_i^L) - F_k(a_k^L) = \\ \Phi\frac{a_i^L - \mu_k}{\sigma_k} - \Phi\frac{a_k^L - \mu_k}{\sigma_k}. \tag{18}$$

其中 $\Phi(*)$ 为标准正态分布的累积概率分布函数，可通过查标准正态分布表得到.

计算式(14)和(15)得到的 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k}$ 和 $p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i}$，实际上分别是事件 $\xi_i \geqslant \xi_k$ 和 $\xi_k \geqslant \xi_i$ 发生的概率(对于连续随机变量事件 $\xi_i = \xi_k$ 发生的概率可认为是 0)，因此 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} + p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} = 1$.

依据式(14)和(15)，通过计算两个区间数 $\tilde{a}_i$ 和 $\tilde{a}_k$ 之间比较的可能度，可确定方案 A_i 和方案 A_k 之间比较的优势关系. 具体地，若 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} = 1$ 或 $p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} = 0$，则 A_i 严格优于 A_k，记为 $A_i \underset{p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} = 1}{\succ} A_k$；若 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} = 0.5$ 或 $p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} = 0.5$，则 A_i 等价于 A_k，记为 $A_i \sim A_k$；若 $0.5 < p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} < 1$ 或 $0 < p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} < 0.5$，则 A_i 优于 A_k 的可能度为 $p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k}$，记为 $A_i \underset{p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k}}{\succ} A_k$；若 $0 < p_{\tilde{a}_i > \tilde{a}_k} < 0.5$ 或 $0.5 < p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i} < 1$，则 A_k 优于 A_i 的可能度为 $p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i}$，记为 $A_k \underset{p_{\tilde{a}_k > \tilde{a}_i}}{\succ} A_i$.

对方案 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 综合效用值的映射区间数 $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \cdots, \tilde{a}_m$ 进行两两比较，依据式(14)和(15)，可建立关于两两方案比较的优势可能度矩阵

$$\boldsymbol{P} = [p_{ik}]_{m\times m} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix}.$$

其中 p_{ik} 是 $\tilde{a}_i > \tilde{a}_k$ 的可能度，可视为方案 A_i 优于方案 A_k 的可能度，且 $p_{ik} + p_{ki} = 1$，$p_{ii} = 0.5$，$i, k = 1, 2, \cdots, m$.

依据矩阵 $\boldsymbol{P} = [p_{ik}]_{m\times m}$，运用PROMETHEE Ⅱ方法[12]可得到方案的排序结果. 具体计算过程如下：

首先计算方案 A_i 的流出流和流入流，即

$$\phi^+(A_i) = \sum_{t=1}^{m} p_{it},\ i = 1, 2, \cdots, m; \tag{19}$$

$$\phi^-(A_i) = \sum_{s=1}^{m} p_{si},\ i = 1, 2, \cdots, m. \tag{20}$$

其中：$\phi^+(A_i)$ 表示方案 A_i 优于其他所有方案的总程度，$\phi^+(A_i)$ 越大，说明方案 A_i 越好；$\phi^-(A_i)$ 表示其他所有方案优于方案 A_i 的总程度，或方案 A_i 劣于其

他所有方案的总程度，$\phi^-(A_i)$ 越小，说明方案 A_i 越好.

依据 $\phi^+(A_i)$ 和 $\phi^-(A_i)$，可计算方案 A_i 的净流，即

$$\phi(A_i) = \phi^+(A_i) - \phi^-(A_i),\ i = 1,2,\cdots,m. \tag{21}$$

显然，$\phi(A_i)$ 越大，方案 A_i 越好. 因此，依据 $\phi(A_i)$ 值的大小，可对方案进行排序.

综上所述，解决具有正态随机变量的多属性决策方法的计算步骤如下：

步骤 1：根据式(3) ～ (8)，建立规范化决策矩阵 $\boldsymbol{Z} = [Z_{ij}]_{m\times n}$.

步骤 2：根据式(9) ～ (11)，计算每个方案的综合效用值 Z_i，$Z_i \sim N(\bar{\mu}_{ij},\bar{\sigma}_{ij}^2)$，$i = 1,2,\cdots,m$.

步骤 3：根据式(12) 和(13)，将每个方案的综合效用值 Z_i 映射为区间数 $\tilde{a}_i = [a_i^L, a_i^U]$，$i = 1,2,\cdots,m$.

步骤 4：根据式(14) ～ (18)，计算两两方案比较的优势可能度 p_{ik}，$i,k = 1,2,\cdots,m$，并建立优势可能度矩阵 $\boldsymbol{P} = [p_{ik}]_{m\times m}$.

步骤 5：根据式(19) 和(20)，计算 $\phi^+(A_i)$ 和 $\phi^-(A_i)$，$i = 1,2,\cdots,m$.

步骤 6：根据式(21) 计算 $\phi(A_i)$，$i = 1,2,\cdots,m$，并依据 $\phi(A_i)$ 值的大小对所有方案进行排序.

4 算 例

下面采用文献[4] 提供的数据作为算例，用于说明本文提出方法的有效性. 考虑一个多指标电力零售商选择问题. 在该问题中，有 9 个备选电力零售商($A_1,A_2,\cdots,A_9$) 和 4 个指标或属性(C_1,C_2,C_3,C_4)，其中 C_1,C_2,C_3 和 C_4 分别表示长期利润、短期利润、市场份额和绿色能源市场份额. 假设决策者提供的属性权重向量为 $w = (0.12,0.13,0.63,0.12)^{\mathrm{T}}$，并且每个备选电力零售商针对各指标的评价结果是服从正态分布的随机变量. 其构成的决策矩阵如表 1 所示.

为了解决该决策问题，现简要说明采用上面给出的方法的计算过程.

首先根据式(3) ～ (8) 建立规范化决策矩阵如表 2 所示. 根据式(9) ～ (11) 得到每个方案的综合效用值，各综合效用值均为正态随机变量，即

$$Z_1 \sim N(0.5248,0.0049),$$
$$Z_2 \sim N(0.5089,0.0048),$$
$$Z_3 \sim N(0.4485,0.0048),$$
$$Z_4 \sim N(0.5241,0.0048),$$
$$Z_5 \sim N(0.6154,0.0047),$$
$$Z_6 \sim N(0.5397,0.0048),$$
$$Z_7 \sim N(0.5231,0.0046),$$
$$Z_8 \sim N(0.5216,0.0048),$$
$$Z_9 \sim N(0.5038,0.0046).$$

根据式(14) 和(15)，将各方案的综合效用值映射为区间数，即

$$\tilde{a}_1 = [0.3149,0.7346],\ \tilde{a}_2 = [0.3020,0.7158],$$
$$\tilde{a}_3 = [0.2405,0.6565],\ \tilde{a}_4 = [0.3172,0.7310],$$
$$\tilde{a}_5 = [0.4093,0.8214],\ \tilde{a}_6 = [0.3325,0.7469],$$
$$\tilde{a}_7 = [0.3186,0.7276],\ \tilde{a}_8 = [0.3144,0.7289],$$
$$\tilde{a}_9 = [0.2992,0.7083].$$

然后根据式(14) ～ (18) 计算两两方案之间比较的优势可能度，并建立优势可能度矩阵如表 3 所示. 依据优势度可能矩阵，根据式(19) 和(20) 计算得到

$$\phi^+(A_1) = 4.5694,\ \phi^+(A_2) = 4.0287,$$
$$\phi^+(A_3) = 2.1606,\ \phi^+(A_4) = 4.5486,$$
$$\phi^+(A_5) = 7.2866,\ \phi^+(A_6) = 5.0768,$$
$$\phi^+(A_7) = 4.5128,\ \phi^+(A_8) = 4.4635,$$
$$\phi^+(A_9) = 3.8530,\ \phi^-(A_1) = 4.4306,$$
$$\phi^-(A_2) = 4.9713,\ \phi^-(A_3) = 6.8394,$$

表 1 具有正态随机变量的决策矩阵

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$N(439,143^2)$	$N(163,36^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_2	$N(426,125^2)$	$N(159,31^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(14.8,6.5^2)$
A_3	$N(264,135^2)$	$N(104,32^2)$	$N(13.1,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_4	$N(444,125^2)$	$N(163,31^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_5	$N(605,115^2)$	$N(220,31^2)$	$N(11.0,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_6	$N(449,126^2)$	$N(166,32^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(4.3,6.5^2)$
A_7	$N(449,107^2)$	$N(164,27^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_8	$N(457,126^2)$	$N(165,32^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(9.3,6.5^2)$
A_9	$N(453,107^2)$	$N(163,27^2)$	$N(12.1,0.5^2)$	$N(14.8,6.5^2)$

表 2　规范化决策矩阵

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$N(0.5379, 0.1505^2)$	$N(0.4918,0.1180^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_2	$N(0.5516,0.1316^2)$	$N(0.5049,0.1016^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.5685,0.1895^2)$
A_3	$N(0.7221,0.1421^2)$	$N(0.6852,0.1049^2)$	$N(0.2941,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_4	$N(0.5326,0.1316^2)$	$N(0.4918,0.1016^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_5	$N(0.3632,0.1211^2)$	$N(0.3049,0.1016^2)$	$N(0.7059,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_6	$N(0.5274,0.1326^2)$	$N(0.4820,0.1049^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.8746,0.1895^2)$
A_7	$N(0.5274,0.1126^2)$	$N(0.4885,0.0885^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_8	$N(0.5189,0.1326^2)$	$N(0.4852,0.1049^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.7289,0.1895^2)$
A_9	$N(0.5232,0.1126^2)$	$N(0.4918,0.088\ 5^2)$	$N(0.4902,0.098^2)$	$N(0.5685,0.1895^2)$

表 3　优势可能度矩阵

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
A_1	0.5000	0.5643	0.7806	0.5026	0.1777	0.4396	0.5069	0.5127	0.5852
A_2	0.4357	0.5000	0.7315	0.4378	0.1369	0.3760	0.4418	0.4480	0.5210
A_3	0.2194	0.2685	0.5000	0.2196	0.0436	0.1757	0.2215	0.2274	0.2849
A_4	0.4974	0.5622	0.7804	0.5000	0.1742	0.4366	0.5044	0.5102	0.5832
A_5	0.8223	0.8631	0.9564	0.8258	0.5000	0.7814	0.8299	0.8321	0.8757
A_6	0.5604	0.6240	0.8243	0.5634	0.2186	0.5000	0.5681	0.5734	0.6445
A_7	0.4931	0.5582	0.7785	0.4956	0.1701	0.4319	0.5000	0.5059	0.5794
A_8	0.4873	0.5520	0.7726	0.4898	0.1679	0.4266	0.4941	0.5000	0.5731
A_9	0.4148	0.4790	0.7151	0.4168	0.1243	0.3555	0.4206	0.4269	0.5000

$$\phi^-(A_4) = 4.4514,\ \phi^-(A_5) = 1.7134,$$
$$\phi^-(A_6) = 3.9232,\ \phi^-(A_7) = 4.4872,$$
$$\phi^-(A_8) = 4.5365,\ \phi^-(A_9) = 5.1470.$$

根据式(21)计算每个方案的净流为

$$\phi(A_1) = 0.1389,\ \phi(A_2) = -0.9426,$$
$$\phi(A_3) = -4.6788,\ \phi(A_4) = 0.0972,$$
$$\phi(A_5) = 5.5731,\ \phi(A_6) = 1.1537,$$
$$\phi(A_7) = 0.0256,\ \phi(A_8) = -0.0731,$$
$$\phi(A_9) = -1.2940.$$

最后依据所得每个方案的净流值,可得到方案的排序结果为

$$A_5 \succ A_6 \succ A_1 \succ A_4 \succ A_7 \succ A_8 \succ A_2 \succ A_9 \succ A_3.$$

5　结　　论

本文给出一种具有正态随机变量的多属性决策方法.该方法是运用概率统计知识对正态随机变量进行处理,建立两两方案之间比较的优势可能度矩阵.在此基础上,运用 PROMETHEE Ⅱ方法得到方案的排序结果.该方法具有概念清晰、计算过程简单等特点,为解决具有正态随机变量的多属性决策问题提供了一种新的途径,具有较高的实际应用价值.

参考文献(References)

[1] 盛骤,谢式千,潘承毅.概率论与数理统计[M].北京:高等教育出版社,2001.
(Sheng Z, Xie S Q, Pan C Y. Probability and statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.)

[2] 陈希孺.概率论与数理统计[M].北京:科学出版社,2000.
(Chen X R. Probability and statistics [M]. Beijing: Science Press, 2000.)

[3] Chahar K, Taaffe K. Risk averse demand selection with all-or-nothing orders [J]. Omega, 2009, 37(5): 996-1006.

[4] Lahdelma R, Makkonen S, Salminen P. Multivariate Gaussian criteria in SMAA [J]. European J of Operational Research, 2006, 170(3): 957-970.

[5] Shengbao Y, Chaoyuan Y. Approach to stochastic multi-attribute decision problems using rough sets theory [J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(1): 103-108.

[6] Maciej N. Preference and vote thresholds in multicriteria analysis based on stochastic dominance [J]. European J of Operational Research, 2004, 158(2): 339- 350.

[7] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute dominance for determinist, stochastic and fuzzy decision problems [J]. European J of Operational Research, 2004, 159(1): 196-206.

(下转第 1197 页)