第 24 卷 第 8 期　　控 制 与 决 策　　2009 年 8 月
Vol. 24 No. 8　　Control and Decision　　Aug. 2009

文章编号：1001-0920(2009)08-1198-05

基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法

王坚强，孙　腾，陈晓红
（中南大学 商学院，长沙 410083）

摘　要：针对准则权重不完全确定且方案的准则值为梯形模糊数的多准则决策问题，提出一种基于前景理论的模糊多准则决策方法. 该方法将决策者的风险心理因素引入多准则决策，根据前景理论及模糊数距离公式，定义梯形模糊数的前景价值函数，并以此构建方案综合前景值最大化的非线性规划模型，求解模型得出最优权向量，最终确定出方案的排序. 最后通过实例说明了该方法的有效性和可行性.

关键词：前景理论；梯形模糊数前景价值函数；模糊多准则决策
中图分类号：C934　　**文献标识码**：A

Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information

WANG Jian-qiang, *SUN Teng*, *CHEN Xiao-hong*
(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@mail.csu.edu.cn)

Abstract: With regard to uncertain multi-criteria decision-making problems, in which the criteria weights are incompletely certain and the criteria value of alternatives are in the form of trapezoidal fuzzy numbers, a fuzzy multi-criteria decision-making approach based on prospect theory is proposed. In this method, risk psychological factors of decision makers are introduced into multi-criteria fuzzy decision-making, and a prospect value function of trapezoidal fuzzy numbers is defined based on prospect theory and the formula for measuring the distance between fuzzy numbers. And a non-linear programming model which satisfies maximum integrated prospect value can be enacted. After that, the genetic algorithm is used to solve the model to attain the criteria weights, and the order of alternatives can be listed consequently. Finally, an example illustrates the feasibility and validity of this approach.

Key words: Prospect theory; Prospect value function of trapezoidal fuzzy number; Multi-criteria fuzzy decision-making

1 引　　言

在社会经济生活中，存在着大量多准则决策问题. 目前，关于准则权系数和准则值都确定的多准则决策理论和方法较为完善；准则权系数不完全和准则值确定的决策问题，以及准则权系数和准则值都不完全的决策问题，其研究也取得了一定的进展. 在实际应用中，决策对象的准则值不能完全确定，它往往是模糊值. 权系数确定且准则值为模糊数的决策问题，以及权系数和准则值均为模糊数的决策问题，已有较多的研究. 对于准则权系数信息不完全且准则值为模糊数，并考虑决策者风险态度的多准则决策问题，研究得则较少. 在实际决策过程中，决策者对于方案往往存在主观上的风险偏好. 因此，在模糊多准则决策模型中考虑决策者的风险态度，便显得尤为重要.

Tversky 等提出了前景理论[1]，并在此基础上提出了累积前景理论[2]. 前景理论发现了理性决策研究中没有意识到的行为模式. 累积前景理论能更准确地反映决策者面临损失时偏好风险，高估小概率事件，面临获得时厌恶风险，低估发生概率较大事件的心理特征. 目前，该理论的研究已广泛应用于行为金融学[3]、资产定价模型[4]和税收决策[5-7]. 前景理论在这些领域中的应用，仅是以描述性模型来解释管理经济学中的问题，而描述性模型不能很好地

收稿日期：2008-07-31；**修回日期**：2008-10-10.
基金项目：国家自然科学基金项目(70771115)；国家自然科学基金重点项目(70631004)；湖南省科学计划项目(2008FJ3128)；湖南省哲学社会科学评审委员会项目(0608064A).
作者简介：王坚强(1963—)，男，湖南湘潭人，教授，博士，从事决策理论、物流管理等研究；孙腾(1983—)，女，湖南常德人，硕士生，从事决策理论与应用的研究.

应用于模糊多准则决策. 不少学者已对前景价值函数、权重函数及其参数进行研究[8-12]. Tversky 和 Fox 提出一个两阶段模型，用于解释决策权重的确定过程：决策者首先认真考虑事件发生的判断概率；然后应用风险情况下的概率权重函数，将该概率转换成最终的决策权重[13,14].

本文在以上研究的基础上，将前景理论引入模糊多准则决策，提出了信息不完全的基于前景理论的模糊多准则决策方法，并用实例验证了该方法的有效性和合理性.

2　前景理论及其相关定义

前景价值是由价值函数和决策权重共同决定的[1]，即

$$V = \sum_{i=1}^{n} \pi(p_i) v(x_i). \tag{1}$$

其中：$\pi(p)$ 为决策权重，是概率评价性的单调增函数；$v(x)$ 为价值函数，是决策者主观感受形成的价值.

Tversky 等给出的价值函数为幂函数，即

$$v(x) = \begin{cases} x^{\alpha},\ x \geqslant 0; \\ -\theta(-x)^{\beta},\ x < 0. \end{cases} \tag{2}$$

其中：α 和 β 分别表示收益和损失区域价值幂函数的凹凸程度，$\alpha, \beta < 1$ 表示敏感性递减；θ 表示损失区域比收益区域更陡的特征，$\theta > 1$ 表示损失厌恶.

价值函数有以下 3 个重要特征：

1) 收益和损失是相对于参考点而言的；

2) 投资者面对收益是风险规避的，面对损失是风险偏好的；

3) 投资者对损失比收益更敏感.

Tversky 等给出了决策权重的公式[13]

$$W(A_i) = \pi_R(p(A_i)). \tag{3}$$

其中：W 为权重函数，p 为判断概率，A_i 是考虑的事件，π_R 是风险下的概率权重函数. 判断概率 $p(A_i)$ 由决策者的判断给出，但在某些风险不确定的决策中，判断概率会出现违反概率二元互补关系的情况. 因此在风险决策权重的分析中，有必要考虑由于决策者对不确定源的偏好及对未知概率事件的判断所带来的影响. 可用如下函数获得权重函数[8]：

$$\pi(p) = \frac{p^{\gamma}}{(p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma})^{1/\gamma}}. \tag{4}$$

决策权重函数有以下特征：

1) 决策函数不是概率，π 是 p 的递增函数，但它并不符合概率公理，也不能解释为个人预期的程度.

2) 当出现的概率 p 很小时，$\pi(p) > p$，说明决策者对于概率很小的事件会过度重视；当出现的概率一般或很大时，$\pi(p) < p$，说明决策者会过分注意极端的概率很低的事件，却忽略了例行发生的事件.

决策者在面临风险决策时，不只考虑自己最终的财富水平，而是取一个参考点去看是否获得或亏损，所以可能会因参考点的选择不同，使得每次决策都随之改变.

定义 1[15]　一个模糊数是实数集上一个正规的凸模糊集. 对于模糊数 A，其隶属函数可表示为

$$f_A = \begin{cases} f_A^L(x),\ a \leqslant x \leqslant b; \\ 1,\ b \leqslant x \leqslant c; \\ f_A^R(x),\ c \leqslant x \leqslant d; \\ 0,\ \text{otherwise}. \end{cases}$$

其中：$f_A^L(x)$ 为连续的单调递增函数，$f_A^R(x)$ 为连续的单调递减函数，分别称为左基准函数和右基准函数. 当左右基准函数为线性函数时，称这样的模糊数为梯形模糊数，记为 $A = [a, b, c, d]$.

模糊数 A 的 α- 截集 $A^{\alpha} = \{x \mid f_A(x) \geqslant \alpha\}$ ($\alpha \in [0,1]$) 是 R 的闭区间，记为 $A^{\alpha} = [A_L^{\alpha}, A_R^{\alpha}]$.

定义 2[16]　两模糊数 A 与 B 的距离为

$$d_{\lambda}(A, B) = \int_0^1 [(1-\lambda)(A_L^{\alpha} - B_L^{\alpha}) + \lambda(A_R^{\alpha} - B_R^{\alpha})] \mathrm{d}\alpha. \tag{5}$$

其中 $\lambda \in [0,1]$ 为决策者风险态度，当 $\lambda > 0.5$ 时，称决策者是追求风险的；当 $\lambda < 0.5$ 时，称决策者是厌恶风险的；当 $\lambda = 0.5$ 时，称决策者是风险中立的.

特别地，对于梯形模糊数 $A = [a_1, b_1, c_1, d_1]$，$B = [a_2, b_2, c_2, d_2]$，有

$$d_{\lambda}(A, B) = \{[(a_1 + b_1) - (a_2 + b_2)](1-\lambda) + [(c_1 + d_1) - (c_2 + d_2)]\lambda\}/2. \tag{6}$$

定义 3　设 $\tilde{a} = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ 和 $\tilde{b} = [b_1, b_2, b_3, b_4]$ 为两个梯形模糊数，则有：

1) 若 $a_1 \geqslant b_1, a_2 \geqslant b_2, a_3 \geqslant b_3, a_4 \geqslant b_4$，则 $\tilde{a} \geqslant \tilde{b}$；

2) 若 $a_1 \geqslant b_1, a_2 \geqslant b_2, a_3 \geqslant b_3, a_4 \geqslant b_4$ 条件不满足，且

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} \geqslant \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4},$$

则 $\tilde{a} \geqslant \tilde{b}$.

定义 4　设 $\tilde{a} = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ 和 $\tilde{b} = [b_1, b_2, b_3, b_4]$ 为两个梯形模糊数，若以梯形模糊数 $\tilde{b}$ 为参考点，则梯形模糊数 $\tilde{a}$ 的前景效用价值函数为

$$v(\tilde{a}) = \begin{cases} (d_{\lambda}(\tilde{a}, \tilde{b}))^{\alpha},\ \tilde{a} \geqslant \tilde{b}; \\ -\theta(d_{\lambda}(\tilde{a}, \tilde{b}))^{\beta},\ \tilde{a} \leqslant \tilde{b}. \end{cases} \tag{7}$$

3　基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策步骤

对于某一多准则决策问题，设 $A = \{a_1, a_2, \cdots,$

$a_n\}$ 为方案集，$C=\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}$ 为准则集，方案 a_i 在准则 c_j 的值为梯形模糊数 $\tilde{a}_{ij}$. 各准则权系数信息不完全确定，其不完全确定信息的集合为 H[16]. 要求确定方案集 A 的排序.

上述模糊决策问题的决策步骤如下：

步骤 1 规范化决策信息

对于多准则决策问题，最常见的准则类型是效益型和成本型. 为消除不同物理量纲对决策的影响，决策时对决策矩阵 D 进行规范化处理. 假设规范化后的决策矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$，$\tilde{r}_{ij}=[r_{ij}^1,r_{ij}^2,r_{ij}^3,r_{ij}^4]$，$i=1,2,\cdots,n$，$j=1,2,\cdots,m$.

对于成本型准则，有

$$r_{ij}^k=\frac{\max\limits_i(a_{ij}^4)-a_{ij}^k}{\max\limits_i(a_{ij}^4)-\min\limits_i(a_{ij}^1)},\ k=1,2,3,4; \quad (8)$$

对于效益型准则，有

$$r_{ij}^k=\frac{a_{ij}^k-\min\limits_i(a_{ij}^1)}{\max\limits_i(a_{ij}^4)-\min\limits_i(a_{ij}^1)},\ k=1,2,3,4. \quad (9)$$

步骤 2 参考方案的选取

参照点的选取最为关键，这也是前景理论的核心. 决策者在进行决策时，将对照参照点来衡量收益或损失. 在参考点上，人们更重视预期与结果的差距，而不是结果本身，因此选择什么样的参考点至关重要.

本文以正理想方案和负理想方案作为参照点. 规范化后决策矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$ 的正理想方案和负理想方案分别为：

正理想方案

$$G=\{G_1,G_2,\cdots,G_m\}=\Big\{\max_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{i1}),\max_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{i2}),\cdots,\max_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{im})\Big\};$$

负理想方案

$$B=\{B_1,B_2,\cdots,B_m\}=\Big\{\min_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{i1}),\min_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{i2}),\cdots,\min_{1\leqslant i\leqslant n}(\tilde{r}_{im})\Big\}.$$

步骤 3 各方案准则收益值和损失值的确定

由定义 4 得到各准则值的前景效用价值函数

$$v(\tilde{r}_{ij})=\begin{cases}(d(\tilde{r}_{ij},B_j))^{\alpha},\ B_j\ \text{为负理想方案；}\\ -\theta(d(\tilde{r}_{ij},G_j))^{\beta},\ G_j\ \text{为正理想方案.}\end{cases}$$

根据定义 2 中模糊数距离公式，求得方案 a_i 到正理想方案和负理想方案的距离集

$$d(a_i,G)=\{d(\tilde{r}_{i1},G_1),d(\tilde{r}_{i2},G_2),\cdots,d(\tilde{r}_{im},G_m)\},$$

$$d(a_i,B)=\{d(\tilde{r}_{i1},B_1),d(\tilde{r}_{i2},B_2),\cdots,d(\tilde{r}_{im},B_m)\}.$$

以正理想方案为参考点，方案 a_i 劣于正理想方案. 对于决策者而言，他是面临损失的. 由前景理论知，此时决策者是追求风险的，因而距离公式中 $\lambda>0.5$.

以负理想方案为参考点，方案 a_i 优于负理想方案. 对于决策者而言，他是面临收益的. 由前景理论知，此时决策者是厌恶风险的，因而距离公式中 $\lambda<0.5$.

步骤 4 决策方案中正负前景值的计算

将步骤 3 中 $d(\tilde{r}_{ij},G_j)$ 和 $d(\tilde{r}_{ij},B_j)$ 分别代入式(2). 方案 a_i 与正理想方案相比，决策者是面临损失的. 将 $d(a_{ij},G_j)$ 代入 $v(x)=-\theta(-x)^{\beta}$，得到

$$v^-(d(\tilde{r}_{ij},G_j))=-\theta(d(\tilde{r}_{ij},G_j))^{\beta}. \quad (10)$$

方案 a_i 与负理想方案相比，决策者是面临收益的. 则

$$v^+(d(\tilde{r}_{ij},B_j))=(d(\tilde{r}_{ij},B_j))^{\alpha}. \quad (11)$$

由式(10) 和(11) 可得到方案的正前景矩阵 V^+ 和负前景矩阵 V^-. 决策方案的综合前景值为正前景值与负前景值之和，即

$$V_i=\sum_{j=1}^m v_{ij}^+\pi^+(w_j)+\sum_{j=1}^m v_{ij}^-\pi^-(w_j). \quad (12)$$

其中

$$\pi^+(w_j)=\frac{w_j^{\gamma}}{(w_j^{\gamma}+(1-w_j)^{\gamma})^{1/\gamma}}, \quad (13)$$

$$\pi^-(w_j)=\frac{w_j^{\delta}}{(w_j^{\delta}+(1-w_j)^{\delta})^{1/\delta}}. \quad (14)$$

v_{ij}^+ 为决策者面临收益时的前景价值函数，v_{ij}^- 为决策者面临损失时的前景价值函数；$\pi^+(w_j)$ 为决策者面临收益时的前景权重函数形式，$\pi^-(w_j)$ 为决策者面临损失时的前景权重函数形式.

步骤 5 权重的确定及方案的排序

对于每个方案 a_i 而言，其综合前景值总是越大越好. 然而，方案的优劣只有在统一的标准之下才能区别出来，因此各个方案的综合前景值必须来自同一个准则权重向量 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$. 为此，建立优化模型，其目标函数为

$$\max V=(V_1(a_1),V_2(a_2),\cdots,V_n(a_n)). \quad (15)$$

各方案之间是公平竞争的，不存在任何偏好关系. 因此可得如下优化模型：

$$\max V=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^m v_{ij}^+\pi^+(w_j)+\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^m v_{ij}^-\pi^-(w_j),$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{k=1}^m w_k=1,\ w_k\geqslant 0,\ w\in H. \quad (16)$$

求解上述模型，得到最优解 $w^*=(w_1^*,w_2^*,\cdots,w_m^*)$. 则方案 a_i 的最优综合前景值为

$$V_i=\sum_{j=1}^m v_{ij}^+\pi^+(w_j^*)+\sum_{j=1}^m v_{ij}^-\pi^-(w_j^*). \quad (17)$$

对方案的最优综合前景值按大小排序，可得到

整个方案集的排序，进而得到最优方案.

4　数值算例

一个多准则决策问题，有 4 个方案 a_1, a_2, a_3, a_4，6 个准则 $c_1, c_2, \cdots, c_6$（均为效益型准则），准则权系数信息为

$$H:\{0.15 \leqslant w_1 \leqslant 0.25, 0.1 \leqslant w_2 \leqslant 0.2, 0.16 \leqslant w_3 \leqslant 0.22, 0.05 \leqslant w_4 \leqslant 0.15, 0.18 \leqslant w_5 \leqslant 0.2, 0.19 \leqslant w_6 \leqslant 0.3\}.$$

决策者给出的决策信息如表 1 所示，试确定这 4 个方案的排序.

为消除不同物理量纲对决策结果的影响，利用步骤 1 的方法对模糊决策矩阵 $D = (\tilde{a}_{ij})_{n\times m}$ 进行规范化处理.

根据定义 3 中的模糊数比较规则，求得正理想方案和负理想方案：

正理想方案

$$G = \max_{1\leqslant i\leqslant 6}\{\tilde{r}_{i1}, \tilde{r}_{i2}, \cdots, \tilde{r}_{im}\} = \{\tilde{r}_{41}, \tilde{r}_{22}, \tilde{r}_{13}, \tilde{r}_{34}, \tilde{r}_{45}, \tilde{r}_{36}\};$$

负理想方案

$$B = \min_{1\leqslant i\leqslant 6}\{\tilde{r}_{i1}, \tilde{r}_{i2}, \cdots, \tilde{r}_{im}\} = \{\tilde{r}_{31}, \tilde{r}_{12}, \tilde{r}_{23}, \tilde{r}_{24}, \tilde{r}_{15}, \tilde{r}_{16}\}.$$

根据定义 2 中的模糊数距离公式，求得各方案到正理想方案和负理想方案的距离集：

以正理想方案为参考点，方案 a_i 劣于正理想方案. 对于决策者而言，他是面临损失的. 由前景理论知，此时决策者是追求风险的，因而假设距离公式中 $\lambda = 0.8$.

以负理想方案为参考点，方案 a_i 优于负理想方案. 对于决策者而言，他是面临获得的. 由前景理论知，此时决策者是厌恶风险的，因而假设距离公式中 $\lambda = 0.3$.

各方案到正理想方案的距离集为

$$d(a_1, G) = \{d(\tilde{r}_{11}, G_1), d(\tilde{r}_{12}, G_2), \cdots, d(\tilde{r}_{1m}, G_m)\} = \{-0.25, -0.57, 0, -0.24, -0.42, -0.49\},$$

$$d(a_2, G) = \{d(\tilde{r}_{21}, G_1), d(\tilde{r}_{22}, G_2), \cdots, d(\tilde{r}_{2m}, G_m)\} = \{-0.44, 0, -0.62, -0.57, -0.24, -0.35\},$$

$$d(a_3, G) = \{d(\tilde{r}_{31}, G_1), d(\tilde{r}_{32}, G_2), \cdots, d(\tilde{r}_{3m}, G_m)\} = \{-0.55, -0.02, -0.10, 0, -0.23, 0\},$$

$$d(a_4, G) = \{d(\tilde{r}_{41}, G_1), d(\tilde{r}_{42}, G_2), \cdots, d(\tilde{r}_{4m}, G_m)\} = \{0, -0.21, -0.19, -0.38, 0, -0.45\}.$$

各方案到负理想方案的距离集为

$$d(a_1, B) = \{d(\tilde{r}_{11}, B_1), d(\tilde{r}_{12}, B_2), \cdots, d(\tilde{r}_{1m}, B_m)\} = \{0.362, 0, 0.545, 0.280, 0, 0\},$$

$$d(a_2, B) = \{d(\tilde{r}_{21}, B_1), d(\tilde{r}_{22}, B_2), \cdots, d(\tilde{r}_{2m}, B_m)\} = \{0.198, 0.620, 0, 0, 0.130, 0.115\},$$

$$d(a_3, B) = \{d(\tilde{r}_{31}, B_1), d(\tilde{r}_{32}, B_2), \cdots, d(\tilde{r}_{3m}, B_m)\} = \{0, 0.550, 0.445, 0.495, 0.290, 0.465\},$$

$$d(a_4, B) = \{d(\tilde{r}_{41}, B_1), d(\tilde{r}_{42}, B_2), \cdots, d(\tilde{r}_{4m}, B_m)\} = \{0.550, 0.385, 0.380, 0.165, 0.47, 0.015\}.$$

将上述结果代入 Tversky 等[2] 给出的价值函数（其中：$\alpha = 0.88, \theta = 2.25$），有

$$v^-(d(\tilde{r}_{ij}, G_j)) = -2.25(d(\tilde{r}_{ij}, G_j))^{0.88},$$

$$v^+(d(\tilde{r}_{ij}, B_j)) = (d(\tilde{r}_{ij}, B_j))^{0.88}.$$

负前景矩阵为

$$V^- = \begin{bmatrix} -0.664 & -1.372 & 0 & -0.641 & -1.049 & -1.201 \\ -1.092 & 0 & -1.477 & -1.372 & -0.641 & -0.893 \\ -1.330 & -0.072 & -0.297 & 0 & -0.617 & 0 \\ 0 & -0.570 & -0.522 & -0.960 & 0 & -1.114 \end{bmatrix};$$

正前景矩阵为

$$V^+ = \begin{bmatrix} 0.409 & 0 & 0.586 & 0.326 & 0 & 0 \\ 0.240 & 0.657 & 0 & 0 & 0.166 & 0.149 \\ 0 & 0.591 & 0.490 & 0.539 & 0.336 & 0.510 \\ 0.591 & 0.432 & 0.427 & 0.205 & 0.515 & 0.025 \end{bmatrix}.$$

将上述正前景矩阵和负前景矩阵及式(13)和(14)代入优化模型(16)，其中 γ 和 δ 的值同样取文献[2]中的实验数据，即 $\gamma = 0.61, \delta = 0.69$.

通过 Matlab 遗传算法工具箱编程，计算得出最优权向量

表 1　各方案的准则值

a	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	[88,90,92,95]	[85,86,88,90]	[91,94,96,97]	[91,93,95,96]	[86,88,90,92]	[91,92,93,95]
a_2	[85,87,89,90]	[91,93,94,95]	[87,88,89,91]	[89,90,91,93]	[87,89,92,94]	[92,93,95,96]
a_3	[80,82,86,90]	[90,92,94,95]	[91,92,94,97]	[93,95,97,99]	[90,91,92,93]	[95,97,98,100]
a_4	[90,94,98,100]	[89,90,92,93]	[90,92,94,95]	[90,92,93,95]	[91,93,94,96]	[90,93,94,95]

$$W^{*}=(0.1503,0.1967,0.2167,0.05,0.1954,0.19).$$

因此,各方案的最优综合前景值分别为

$$V_1=-0.835,\ V_2=-0.868,$$
$$V_3=0.030,\ V_4=-0.143.$$

按最优综合前景值从大到小的顺序排列,得到方案的排序:$a_3 \succ a_4 \succ a_1 \succ a_2$.这一结果与利用文献[16]的方法计算得到的结果相同.

5 结 论

本文考虑了前景理论价值函数和权重函数的特征,根据模糊数距离公式给出了梯形模糊数的前景价值函数的定义,并将决策者的心理风险因素引入模糊多准则决策,提出一种信息不完全的基于前景理论的模糊多准则决策方法.该方法把心理学与管理决策过程有机地结合起来,从决策者的风险偏好出发,更科学地描述了人们在实际不确定情况下的决策行为,为现实多准则决策问题的研究提供了一种新的思路.

参考文献(References)

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Economica, 1979, 47(2): 263-291.

[2] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[3] 李心丹. 行为金融理论:研究体系及展望[J]. 金融研究, 2005, 26(1): 175-190.
(Li X D. Behavioral finance theory: Research and prospect[J]. Financial Research, 2005, 26(1): 175-190.)

[4] Barberis N, Huang M, Santos T. Prospect theory and asset prices[J]. The Quarterly J of Economics, 2001, 116(1): 1-53.

[5] Dhami S, Al-Nowaihi A. Why do people pay taxes? Prospect theory versus expected utility theory[J]. J of Economic Behavior & Organization, 2007, 64(1): 171-192.

[6] Xu P, Wang T. Cumulative prospect theory in taxpayer decision making: A theoretical model for withholding phenomenon[J]. 2007 Int Conf on Management Science & Engineering. Harbin, 2007: 1680-1685.

[7] Zhang B T, Li Y X, Wang Y, et al. The effect of tax on capital structure under uncertainty: Model and empirical evidence based on prospect theory[J]. 2007 Int Conf on Management Science & Engineering. Harbin, 2007: 1700-1706.

[8] Wu G, Gonzalez R. Curvature of the probability weighting function[J]. Management Science, 1996, 42(12): 1676-1690.

[9] Prelec D. The probability weighting function [J]. Economica, 1998, 66(3): 497-527.

[10] Gonzalez R, Wu G. On the shape of the probability weighting function[J]. Academic Press, 1999,38(1): 129-166.

[11] Kilka M, Weber M. What determines the shape of the probability weighting function under certainty [J]. Management Science, 2001, 47(12): 1712-1726.

[12] Al-Nowaihi A, Bradley I, Dhami S. A note in the utility function prospect theory [J]. Economics Letters, 2008, 99(2): 337-339.

[13] Tversky A, Fox C R. Weighting risk and uncertainty [J]. Psychological Review,1995, 102(2): 269-238.

[14] Fox C R, Tversky A. A belief-based account of decision uncertainty[J]. Management Science, 1998, 44(7): 879-895.

[15] 李荣均. 模糊多准则决策理论与应用[M]. 北京:科学出版社, 2002.
(Li R J. Fuzzy multi-criteria decision-making: Theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2002.)

[16] 王坚强. 信息不完全的 Fuzzy 群体多准则决策的规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(11): 1604-1608.
(Wang J Q. Programming method of fuzzy group multiple criteria decision making with incomplete information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(11): 1604-1608.)