文章编号：1001-0920(2009)08-1218-05

变权缓冲算子及其作用强度的研究

王正新，党耀国，刘思峰
（南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016）

摘 要：针对传统缓冲算子不能实现作用强度的微调，从而导致缓冲作用效果过强或过弱的问题，构造了变权弱化缓冲算子和变权强化缓冲算子. 研究了缓冲算子调节度与可变权重之间的关系，并用遗传算法探讨该类缓冲算子的优化问题. 研究结果表明，可变权重在功能上类似于高阶作用算子，但控制缓冲算子作用强度的灵活性则明显优于高阶缓冲算子. 最后以我国能源消费总量的预测问题为例，验证了变权缓冲算子的有效性和优越性.

关键词：灰色系统；缓冲算子；作用强度；优化；预测
中图分类号：N941.5 **文献标识码**：A

Study on buffer operators with variable weights and their effect strength to original sequence

WANG Zheng-xin, *DANG Yao-guo*, *LIU Si-feng*
(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: WANG Zheng-xin, E-mail: jenkin226@163.com)

Abstract: Traditonal buffer operators can not realize fine tuning of effect intensity, which leads to problems that the effectiveness of buffer action may be too strong or too weak. Considering this situation, this paper respectively constructs weakening buffer operators with variable weights and strengthen ones, and defines the relationship between the regulation degree of buffer operator and their variable weights. Furthermore, we make further discussion on the optimization of this kind of buffer operators by means of genetic algorithm. The results show that variable weights are similar to higher-order effect operator in function, while the flexibility of them in the aspect of strength controlling of buffer operator are much better than that of higher-order buffer operators. Finally, taking the forecasting problem of China energy consumption amount as an example, the effectiveness and the superiority of the buffer operators with variable weights are validated.

Key words: Grey system; Buffer operator; Effect strength; Optimization; Forecasting

1 引 言

对于冲击扰动系统[1,2]的预测，模型选择理论将失去其应有的功效. 问题的症结不在于模型的优劣，而是由于系统行为数据因系统本身受到某种冲击波的干扰而失真，系统行为数据已不能正确反映系统的真实变化规律.

灰色系统理论[3,4]认为，尽管客观系统表象复杂，数据离乱，但它是有整体功能的，必然蕴含着某种内在规律. 灰色系统通过对原始数据的挖掘和整理来寻求其变化规律，这种从数据中寻找现实规律的途径称为灰色序列生成. 所有灰色序列都能通过某种生成弱化其随机性，显现其规律性，关键在于如何选择适当的方式去挖掘和利用它. 灰色序列生成是灰色系统理论研究的基础，通过对序列算子的作用，能使定量研究结果与定性分析结论不符的问题得到有效的解决.

刘思峰[1,2]提出了冲击扰动系统和缓冲算子的概念，并构造出一种得到广泛应用的实用弱化算子（即平均弱化缓冲算子）. 党耀国[5]在此基础上构造了几何平均弱化缓冲算子、加权平均弱化缓冲算子、加权几何平均弱化缓冲算子等具有普遍意义的实用弱化算子，并研究了其特性及各种弱化缓冲算子之间的内在关系.

近年来，弱化缓冲算子得到广泛的应用. 文献

收稿日期：2008-09-20；**修回日期**：2008-12-30.
基金项目：国家自然科学基金项目(70473037)；江苏省软科学基金项目(BR2008032)；江苏省社会科学基金项目(08EYB005)；南京航空航天大学科研创新基金项目(Y0811-091).
作者简介：王正新(1981—)，男，江苏高邮人，博士生，从事灰色系统、管理决策的研究；刘思峰(1955—)，男，河南平舆人，教授，博士生导师，从事系统工程、数量经济学等研究.

[6]将弱化缓冲算子引入多雷达目标跟踪领域，将缓冲算子与数据融合技术相结合，仿真结果表明该方法能改善和提高雷达系统的跟踪精度. [7]利用二阶弱化算子对我国能源消费进行短期预测. 上述弱化缓冲算子的功能在于可消除加快数据发展速度或增加数据振幅的冲击扰动项的影响；对于减缓数据发展速度或减小数据振幅的冲击扰动问题，则可通过强化缓冲算子来解决. [8]构造了一系列平均强化缓冲算子；[9]研究了这些强化算子之间的关系；[10]整合了已有的实用强化缓冲算子，并对它们的缓冲作用进行比较研究.

实际中存在这样的情况：无论是一阶缓冲算子还是高阶缓冲算子，都难以得到令人满意的预测效果. 问题的关键在于：传统的缓冲算子不能实现作用强度的微调，从而导致缓冲作用的效果过强或过弱. 为此，本文将变权的思想引入缓冲算子的构造，分别构造了变权弱化缓冲算子和变权强化缓冲算子，通过调整可变权重的大小来控制缓冲算子的作用强度. 在此基础上，进一步给出了可变权重的优化方法.

2　变权缓冲算子的构造

根据文献[4]中有关缓冲算子的基本概念，首先构造一类变权缓冲算子.

定理 1　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为非负的系统行为数据序列，令

$$\begin{cases} XD_1=(x(1)d_1,x(2)d_1,\cdots,x(n)d_1), \\ x(k)d_1=\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k). \end{cases} \tag{1}$$

其中：λ 为可变权重，$0<\lambda<1$；$k=1,2,\cdots,n$. 则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时，D_1 皆为弱化缓冲算子.

证明　容易验证，D_1 满足缓冲算子三公理，因而 D_1 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时，由于

$$x(k)d_1=\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)\geqslant \lambda x(k)+(1-\lambda)x(k)=x(k),$$

则有 $x(k)d_1\geqslant x(k)$. 即当 X 为单调增长序列时，D_1 为弱化缓冲算子.

2) 同理可证，当 X 为单调衰减序列时，D_1 为弱化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时，设

$$\begin{cases} x(l)=\max\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\}, \\ x(h)=\min\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\}. \end{cases} \tag{2}$$

由于

$$x(l)d_1=\lambda x(n)+(1-\lambda)x(l)\leqslant \lambda x(l)+(1-\lambda)x(l)=x(l),$$

则有 $x(l)d_1\leqslant x(l)$. 同理可证 $x(h)d_1\geqslant x(h)$.

所以当 X 为振荡序列时，D_1 为弱化缓冲算子. □

定理 2　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为非负的系统行为数据序列，令

$$\begin{cases} XD_2=(x(1)d_2,x(2)d_2,\cdots,x(n)d_2), \\ x(k)d_2=\dfrac{(x(k))^2}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}. \end{cases} \tag{3}$$

其中：λ 为可变权重，$0<\lambda<1$；$k=1,2,\cdots,n$. 则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时，D_2 皆为强化缓冲算子.

证明　容易验证，D_2 满足缓冲算子三公理，因而 D_2 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时，由于

$$x(k)d_2=\frac{(x(k))^2}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}\leqslant \frac{(x(k))^2}{\lambda x(k)+(1-\lambda)x(k)}=x(k),$$

则有 $x(k)d_2\leqslant x(k)$. 即当 X 为单调增长序列时，D_2 为强化缓冲算子.

2) 同理可证，当 X 为单调衰减序列时，D_2 为强化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时，设 $x(l)$ 和 $x(h)$ 如式(2). 由于

$$x(l)d_2=\frac{(x(l))^2}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(l)}\geqslant \frac{(x(l))^2}{\lambda x(l)+(1-\lambda)x(l)}=x(l),$$

则有 $x(l)d_2\geqslant x(l)$. 同理可证 $x(h)d_2\leqslant x(h)$.

所以当 X 为振荡序列时，D_2 为强化缓冲算子. □

3　变权缓冲算子的作用强度

以上分别构造了变权弱化缓冲算子和变权强化缓冲算子，下面通过缓冲算子调节度来反映可变权重与作用强度之间的关系.

定义 1　设系统行为数据序列为 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$，数据序列 X 中 $x(k)$ 到 $x(n)$ 的平均变化率为 $r(k)$；作用于 X 的缓冲算子为 D，X 经缓冲算子 D 作用后所得数据序列为 $XD=(x(1)d,x(2)d,\cdots,x(n)d)$. 则称

$$\delta(k)=\left|\frac{r(k)-r(k)d}{r(k)}\right|,\ k=1,2,\cdots,n. \tag{4}$$

为缓冲算子 D 在 k 点的调节度.

调节度反映了缓冲算子对原始序列的作用强度，不同的缓冲算子对序列的作用强度是不同的. 本文通过可变权重来调整缓冲算子对原始序列的作用强度. 下面通过两个定理来说明调节度与可变权重之间的关系.

定理 3 变权弱化缓冲算子 D_1 在各点的调节度为常数,且等于可变权重,即 $\delta(k)=\lambda$.

证明 由于

$$r(k)d_1=\frac{x(n)-x(k)d_1}{n-k+1}=$$

$$\frac{x(n)-\lambda x(n)-(1-\lambda)x(k)}{n-k+1}=$$

$$\frac{(1-\lambda)[x(n)-x(k)]}{n-k+1}=(1-\lambda)r(k),$$

则有

$$\delta_1(k)=\left|\frac{r(k)-r(k)d_1}{r(k)}\right|=$$

$$\left|\frac{r(k)-(1-\lambda)r(k)}{r(k)}\right|=\lambda. \quad (5)$$

其中:λ 为可变权重,$0<\lambda<1$;$k=1,2,\cdots,n$. □

定理 4 变权强化缓冲算子 D_2 的调节度 $\delta_2(k)$ 与可变权重 λ 的取值同方向变化,且

$$\delta_2(k)=$$

$$\frac{x(k)}{x(n)-x(k)}\left[1-\frac{x(k)}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}\right]. \quad (6)$$

其中:λ 为可变权重,$0<\lambda<1$;$x(n)\neq x(k)$,$k=1,2,\cdots,n-1$.

证明 由于

$$r(k)d_2-r(k)=$$

$$\frac{1}{n-k+1}\left[x(k)-\frac{(x(k))^2}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}\right]=$$

$$\frac{x(k)}{n-k+1}\left[1-\frac{x(k)}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}\right],$$

则有

$$\delta_2(k)=\left|\frac{r(k)-r(k)d_2}{r(k)}\right|=$$

$$\left|\frac{x(k)}{x(n)-x(k)}\left[1-\frac{x(k)}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}\right]\right|.$$

又由于 $\dfrac{x(k)}{x(n)-x(k)}$ 与 $1-\dfrac{x(k)}{\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)}$ 同号,则有式(6)成立.

进一步计算可得

$$\frac{\mathrm{d}\delta_2(k)}{\mathrm{d}\lambda}=\frac{(x(k))^2}{[\lambda x(n)+(1-\lambda)x(k)]^2}>0. \quad (7)$$

由此可见,变权强化缓冲算子 D_2 对序列的调节度 $\delta_2(k)$ 与可变权重 λ 同方向变化. □

由定理 3 和定理 4 中 $\delta_1(k)$ 和 $\delta_2(k)$ 的表达式可知,无论是弱化算子还是强化算子,可变权重与调节度具有紧密的联系. 调节度 $\delta(k)=0$ 的充分必要条件是可变权重 $\lambda=0$.

4 可变权重的确定

在实际应用中,可通过模拟精度的比较来选取适当的 λ 值,用于调节缓冲算子对序列的作用强度,实现高阶缓冲算子的功能;也可基于一定的误差最小化准则建立优化模型,以求得最优的 λ 值,调节缓冲算子对序列的作用强度.

由灰色模型的建立过程[4]可知,只要知道可变权重 λ,便可按灰色建模的一般步骤得到模拟或预测值 $\hat{x}^{(0)}(k)$,从而得到平均相对误差、平均绝对误差或误差平方和. 当原始数据 $x^{(0)}(k)$ 确定后,影响模拟和预测精度的唯一因素就是可变权重 λ. λ 与模拟预测误差之间是非线性关系,且难以用解析式来表达. 为此,本文选择遗传算法(GA),在一定的误差准则下,在 $\lambda\in[0,1]$ 内寻找最优值.

遗传算法以不依赖于问题本身的方式作用于特征串群体,搜索可能的特征串空间以找到高适应值串. 算法以误差平方和最小为目标,具体步骤如下:

第 1 步:编码表示. 将 $\lambda\in[0,1]$ 表示为一个二进制串. 一个 λ(即染色体)的编码可用 n 位二进制串构成,n 值的大小可根据 λ 的精度来确定.

第 2 步:初始化. 选择一个整数 M 作为群体的规模参数,在[0,1]中随机选取 M 个点 $\lambda(i,0)$($i=1,2,\cdots,M$),这些点组成了初始群体. 则 $P(0)=\{\lambda(1,0),\lambda(2,0),\cdots,\lambda(K,0)\}$.

第 3 步:适应值计算. 计算群体 $P(k)$ 中每个个体 $\lambda(i,k)$ 的适应值 $\mathrm{Fit}[\lambda(i,k)]$,其中 k 表示代数(初始代 $k=0$,$k\leqslant K$,K 为迭代的代数). 适应函数 $F(x)$ 可取

$$\mathrm{Fit}[\lambda(i,k)]=$$

$$\begin{cases}C_{\max}-f(\lambda(i,k)),\ C_{\max}-f(\lambda(i,k))>0,\\ \quad \lambda\in[0,1];\\ 0,\ \text{otherwise}.\end{cases} \quad (8)$$

其中

$$f(\lambda(i,k))=\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i^{(0)}(\lambda(i,k))-\hat{x}_i^{(0)})^2,$$

$\hat{x}_i^{(0)}(\lambda(i,k))$ 表示由 $\lambda(i,k)$ 得到的预测值;$C_{\max}$ 为该代中误差平方和最大值. 如要选取平均相对误差、平均绝对误差等误差准则,则需将 $f(\lambda(i,k))$ 作相应的改动即可.

第 4 步:遗传、杂交和变异算子. 计算每代中各个个体的生存概率

$$p_i^{(k)}=\mathrm{Fit}[\lambda(i,k)]\Big/\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Fit}[\lambda(i,k)], \quad (9)$$

并设计一个随机选择策略,使得每个个体 $\lambda(i,k)$ 被选中进行繁殖的概率为 $p_i^{(k)}$,将繁殖生成的个体组成父代 $p(k+1)$. 杂交是以概率 p_c 交换两个父代个体间对应的分量. 杂交完成后,再作用于变异算子,它是以概率 p_m 改变串上的每一位.

第 5 步:停止准则. 遗传算法循环执行计算适应值、选择复制、应用杂交和变异算子这几个步骤,

直到算法找到一个能接受的解，或迭代到预置的代数为止.

用遗传算法求得可变权重 λ 后，即可按灰色预测的一般步骤进行建模和预测.

5　应用实例

改革开放以来，随着我国经济总量的快速增长，能源消费量也随之增加. 能源是国家经济发展的重要物质基础，是国家经济安全的重要保障因素. 对能源消费量进行系统分析和科学预测，对于国家制订未来能源发展战略具有重要意义.

1997 年以后，随着亚洲金融危机对我国的影响逐步减弱，国家扩张性财政政策的有效实施和消费结构的升级，2002 年我国 GDP 已突破 10 万亿元大关，经济发展进入新一轮的增长周期. 从 2003 年开始，能源消耗量急剧增长. 1998 ～ 2006 年我国能源消耗总量的原始数据如表 1 所示.

表 1　1998 ～ 2006 年我国能源消耗总量　亿吨标准煤

年　份	1998	1999	2000	2001	2002
能耗总量	13.22	13.38	13.86	14.32	15.18
年　份	2003	2004	2005	2006	
能耗总量	17.50	20.32	22.47	24.63	

由表 1 可计算出，1999 ～ 2006 年我国能源消耗增长速度分别为 1.2%，3.5%，3.4%，6.1%，15.3%，16.1%，10.6% 和 9.6%. 2003 年以前的增长速度显著慢于后半部分增长速度. 如果直接基于 2003 年以前的数据建模预测，则 2003 ～ 2006 年的平均预测误差竟高达 −80% 以上，这样的结果是不能接受的. 为了及时准确地把握能源消耗的发展趋势，对能源需求进行科学合理的预测，必须对缓慢增长的数据加以处理，使其符合 2002 年后的发展趋势. 在此基础上进行合理的预测.

下面分别运用传统缓冲算子和变权缓冲算子作用于 1998 ～ 2002 年的数据，建立 GM(1,1) 模型，预测 2003 ～ 2006 年我国能源消耗总量，并与实际值进行对照分析，以说明变权缓冲算子的有效性和优越性.

5.1　传统缓冲算子的作用结果

以文献[4]的强化算子 $x(k)d=(x(k))^2/x(n)$ 一阶和二阶作用于 1998 ～ 2002 年的数据，得

$$XD=(11.52,11.80,12.65,13.51,15.18),$$

$$XD^2=(8.74,9.17,10.54,12.02,15.18).$$

分别得到 GM(1,1) 模型的时间响应式

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=133.4828\mathrm{e}^{0.083723k}-121.9628,$$

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=47.706\mathrm{e}^{0.170651k}-38.966.$$

具体预测结果如表 2 所示.

表 2　两种模型的模拟预测精度比较

年份	能耗实际值	一阶缓冲算子作用		二阶缓冲算子作用	
		预测值	相对误差 /%	模拟预测值	相对误差 /%
2003	17.50	16.29	−6.91	17.57	0.41
2004	20.32	17.72	−12.81	20.84	2.55
2005	22.47	19.26	−14.28	24.71	9.98
2006	24.63	20.95	−14.93	29.31	19.02
平均相对误差 /%		—	−12.23	—	7.99

由表 2 可以看出，经一阶缓冲算子作用再建模预测的结果，与实际值仍有较大的差距，平均相对误差为 −12.23%；进一步用二阶缓冲算子作用，其预测结果又高于实际能耗总量，平均相对误差为 7.99%. 由此可见，无论是一阶缓冲算子还是高阶缓冲算子，都难以得到令人满意的预测效果. 问题的关键在于，传统的缓冲算子不能实现作用强度的微调，从而导致缓冲作用的效果过强或过弱.

5.2　变权强化算子 D_2 的作用结果

基于以上定性分析，应对序列 XD 施加较强的作用. 分别考虑 $\lambda=0.5$，0.6 和 0.7 这 3 种情况，得到 GM(1,1) 模型的时间响应式

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=73.08637\mathrm{e}^{0.1295k}-63.146376,$$

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=66.5337\mathrm{e}^{0.137952k}-56.8637,$$

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=60.8123\mathrm{e}^{0.146345k}-51.3963.$$

具体预测结果如表 3 和表 4 所示. 其中表 4 中平均相对误差为

$$\frac{1}{4}\sum_{i=2003}^{2006}\frac{|\hat{x}^{(0)}(i)-x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}.$$

利用遗传算法，在平均相对误差最小的准则下，在 $[0,1]$ 内寻找最优值为 $\lambda^*=0.583984$，得到

表 3　可变权重不同取值的预测结果　亿吨标准煤

年份	实际值	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.7$	$\lambda=\lambda^*$
2003	17.50	16.96	17.90	17.21	17.07
2004	20.32	19.31	19.61	19.92	19.57
2005	22.47	21.98	22.52	23.06	22.45
2006	24.63	25.02	25.85	26.70	25.74

表 4　可变权重不同取值预测的相对误差　%

年份	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.7$	$\lambda=\lambda^*$
2003	3.08	2.29	1.65	2.45
2004	4.98	3.51	1.98	3.70
2005	2.17	0.23	2.63	0.08
2006	1.60	4.97	8.42	4.52
平均	2.96	2.75	3.67	2.69

GM(1,1) 模型的时间响应式

$$\hat{x}^{(1)}(2002+k)=$$
$$67.515749e^{0.136604k}-57.805749.$$

预测结果参见表 3 和表 4.

由表 3 和表 4 可以看出,经过变权强化缓冲算子作用后,所建 GM(1,1) 模型的预测精度显著提高. 取 $\lambda=0.5$,0.6 和 0.7 的变权强化缓冲算子后,建模预测的平均相对误差均小于 4%. 其中:$\lambda=0.6$ 的变权弱化算子的效果最好,相对预测误差为 2.75%;$\lambda=0.5$,0.7 的变权弱化算子的预测精度都低于 $\lambda=0.6$ 的情况. 相比之下,可变权重 λ 取 0.6 是比较合适的. 经过遗传算法的优化求解,发现 λ 的最优值取 0.583984 时模型的精度最高,相对预测误差仅为 2.69%.

6 结 论

本文构造出一类变权缓冲算子,研究了缓冲算子调节度与可变权重之间的关系,在此基础上给出了可变权重的优化算法. 变权缓冲算子的主要优点在于:根据定性分析的结果,选取不同的可变权重来控制缓冲算子作用强度;或在一定的误差最小化准则下,利用优化算法进行求解. 与高阶作用算子相比,其作用强度具有更好的可控性和灵活性,因而能有效解决在建模预测过程中出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题.

参考文献(References)

[1] Liu S F. The three axioms of buffer operator and their application[J]. J of Grey System,1991, 3(1): 39-48.

[2] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator[J]. J of Huazhong Univeristy of Science and Technology,1997, 25 (1): 25-27.)

[3] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 10-15.
(Deng J L. A text book of grey system theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.)

[4] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2004.)

[5] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the weakening buffer operators and researches[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12 (2): 108-111.)

[6] 刘以安, 陈松灿, 张明俊, 等. 缓冲算子及数据融合技术在目标跟踪中的应用[J]. 应用科学学报, 2006, 24 (2): 154-158.
(Liu Y A, Chen S C, Zhang M J, et al. Application of buffer operator and data fusionin target tracking[J]. J of Applied Science, 2006, 24(2): 154-158.)

[7] 尹春华, 顾培亮. 基于灰色序列生成中缓冲算子的能源预测[J]. 系统工程学报, 2003, 18(2): 189-192.
(Yin C H, Gu P L. Energy forecast based on gray series spanning buffering operator [J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(2): 189-192.)

[8] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. On the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2005, 20 (12): 1332-1336.)

[9] 党耀国, 刘思峰, 米传民. 强化缓冲算子性质的研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 730-734.
(Dang Y G, Liu S F, Mi C M. Study on characteristics of the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 730-734.)

[10] 关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲算子序列及其应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1189-1192.
(Guan Y Q, Liu S F. Sequence of strengthening buffer operator and its application base on fixed point [J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1189-1192.)

(上接第 1217 页)

[9] Hu B, Michel A N. Stability analysis of digital feedback control systems with time-varying sampling periods[J]. Automatica, 2000, 36(6): 897-905.

[10] 邱占芝, 张庆灵, 刘明, 等. 不确定时延输出反馈网络化系统保性能控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24 (2): 274-278.
(Qiu Z Z, Zhang Q L, Liu M, et al. Guaranteed performance control for output feedback networked control systems with uncertain time-delay[J]. Control Theory and Applications, 2007, 24(2): 274-278.)