文章编号：1001-0920(2009)08-1230-05

基于区间直觉模糊集的多准则决策方法

魏翠萍，夏梅梅，张玉忠
（曲阜师范大学 运筹与管理学院，山东 日照 276826）

摘　要：研究基于区间直觉模糊集的多准则决策方法.首先定义了区间直觉模糊点算子,并讨论了其性质;然后对区间直觉模糊集定义了一系列得分函数,并给出两种基于区间直觉模糊集的多准则决策方法.将该方法应用于区间直觉模糊集多准则决策问题,所得结果推广了有关直觉模糊集的相关结果.

关键词：多准则决策；区间直觉模糊集；直觉模糊点算子；得分函数
中图分类号：C934　　　　**文献标识码**：A

Multi-criteria decision-making methods based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets

WEI Cui-ping, *XIA Mei-mei*, *ZHANG Yu-zhong*
(College of Operations Research and Management, Qufu Normal University, Rizhao 276826, China. Correspondent: WEI Cui-ping, E-mail: wei_cuiping@yahoo.com.cn)

Abstract: The multi-criteria decision-making methods based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets are studied. First, the concepts of interval-valued intuitionistic fuzzy point operators are introduced and discussed. By using the interval-valued intuitionistic fuzzy point operators, a series of new score functions for interval-valued intuitionistitc fuzzy sets are defined. Furthermore, two methods are presented for solving multi-criteria decision-making problems based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets, which are applied to the multi-criteria decision-making problem of interval-valued intuitionistic fuzzy sets. Finally, the related methods are generalized for sovling multi-criteria decision-making problems based on intuitionistic fuzzy sets.

Key words: Multi-criteria decision-making; Interval-valued intuitionistic fuzzy set; Interval-valued intuitionistic fuzzy point operator; Score function

1 引　　言

Atanassov[1] 提出了直觉模糊集的概念；Bustince 等[2] 指出,直觉模糊集等同于 Gau 等[3] 提出的 Vague 集；Atanassov 等[4] 对直觉模糊集进行推广,提出了区间直觉模糊集的概念.目前,有关区间直觉模糊集的性质、相关性等研究成果较多,但对区间直觉模糊多准则决策问题的研究却较少.文献[5]通过定义加权算术和加权几何集成算子,对区间直觉模糊信息进行集结；文献[6,7]将基于直觉模糊集的多准则决策方法中的 TOPSIS 法、VIKOR 法和证据推理法,推广到基于区间直觉模糊集的多准则决策方法中.

文献[8]利用直觉模糊点算子定义新的得分函数,以解决直觉模糊多准则决策问题.本文受此启发,给出了两种新的区间直觉模糊多属性决策方法.首先对区间直觉模糊集引入两种区间直觉模糊点算子,并研究它们的性质；然后从逐渐降低犹豫度的角度,定义了一系列基于区间直觉模糊点算子的得分函数,并将此得分函数应用于区间直觉模糊集多准则决策问题.所得结果推广了文献[8]中有关直觉模糊集的相关成果.应用本文方法,决策者可根据自己对风险的不同偏好,从现有模糊决策信息中挖掘更多的决策信息.

2 区间直觉模糊点算子

定义 1[4] 设 U 是给定的论域,则 U 上的区间直觉模糊集 A 定义为

收稿日期：2008-09-01；**修回日期**：2008-12-09.
基金项目：国家自然科学基金项目(10671108)；山东省自然科学基金项目(Y2005A04)；山东省运筹学与控制论十一五重点学科项目.
作者简介：魏翠萍(1972—),女,山西长治人,教授,从事决策理论与应用、信息融合等研究；夏梅梅(1984—),女,山东德州人,硕士生,从事决策理论与应用的研究.

$$A=\{(u,\mu_A(u),v_A(u))\mid u\in U\},\quad(1)$$

其中 $\mu_A(u):U\to \mathrm{int}(0,1)$ 和 $v_A(u):U\to \mathrm{int}(0,1)$ 分别为 U 中元素 u 属于 A 的隶属度函数 $\mu_A(u)$ 和非隶属度函数 $v_A(u)$，且满足条件

$$0\leqslant \sup\mu_A(u)+\sup v_A(u)\leqslant 1,\ \forall u\in U.\quad(2)$$

式中 int(0,1) 为[0,1] 区间所有闭子区间的集合.

为方便起见，将区间直觉模糊集记为

$$A=\{(u,[\mu_A^L(u),\mu_A^U(u)],[v_A^L(u),v_A^U(u)])\mid u\in U\}.\quad(3)$$

其中：$[\mu_A^L(u),\mu_A^U(u)]\subset[0,1]$，$[v_A^L(u),v_A^U(u)]\subset[0,1]$，且 $0\leqslant\mu_A^U(u)+v_A^U(u)\leqslant 1$；论域 U 上的全体区间直觉模糊集记为 IVIF $S(U)$. 则

$$\pi_A(u)=1-\mu_A(u)-v_A(u)=[1-\mu_A^U(u)-v_A^U(u),1-\mu_A^L(u)-v_A^L(u)]\quad(4)$$

称为 u 属于 A 的犹豫度.

定义 2　设 $u\in U$，$\alpha_u\in[0,1]$. 对于 $A\in$ IVIF $S(U)$，若

$$G_{\alpha_u}(A)=\{(u,\mu_A(u)+\alpha_u\min\pi_A(u),v_A(u)+(1-\alpha_u)\min\pi_A(u))\mid u\in U\},\quad(5)$$

其中

$$\min\pi_A(u)=1-\mu_A^U(u)-v_A^U(u).\quad(6)$$

则称 $G_{\alpha_u}(A)$：IVIF $S(U)\to$ IVIF $S(U)$ 为 Ⅰ 型区间直觉模糊点算子，简记为 IVIF 点算子 Ⅰ.

定义 3　设 $u\in U$，$\alpha_u,\beta_u\in[0,1]$，且 $\alpha_u+\beta_u\leqslant 1$. 对于 $\forall A\in$ IVIF $S(U)$，若

$$G_{\alpha_u,\beta_u}(A)=\{(u,\mu_A(u)+\alpha_u\min\pi_A(u),v_A(u)+\beta_u\min\pi_A(u))\mid u\in U\},\quad(7)$$

则称 G_{α_u,β_u}：IVIF $S(U)\to$ IVIF $S(U)$ 为 Ⅱ 型区间直觉模糊点算子，简记为 IVIF 点算子 Ⅱ.

注 1　在定义 2 和定义 3 中，当区间直觉模糊集退化为直觉模糊集时，$G_{\alpha_u}(A)$ 为文献[9] 中定义的直觉模糊点算子 $D_{\alpha_u}(A)$，$G_{\alpha_u,\beta_u}(A)$ 为文献[8] 中定义的直觉模糊点算子 $F_{\alpha_u,\beta_u}(A)$.

从上面两个定义可以看出，IVIF 点算子 Ⅰ 和 IVIF 点算子 Ⅱ 将区间直觉模糊集 A 分别变换为另一个区间直觉模糊集，即

$$G_{\alpha_u}(A)=\{(u,[\mu_A^L(u)+\alpha_u\min\pi_A(u),\mu_A^U(u)+\alpha_u\min\pi_A(u)],[v_A^L(u)+(1-\alpha_u)\min\pi_A(u),v_A^U(u)+(1-\alpha_u)\min\pi_A(u)])\mid u\in U\},\quad(8)$$

$$G_{\alpha_u,\beta_u}(A)=\{(u,[\mu_A^L(u)+\alpha_u\min\pi_A(u),\mu_A^U(u)+\alpha_u\min\pi_A(u)],[v_A^L(u)+\beta_u\min\pi_A(u),v_A^U(u)+\beta_u\min\mu_A(u)])\mid u\in U\}.\quad(9)$$

根据犹豫度的定义，元素 u 属于 $G_{\alpha_u}(A)$ 和 $G_{\alpha_u,\beta_u}(A)$ 的犹豫度分别为

$$\pi_{G_{\alpha_u}(A)}(u)=[0,1-\mu_A^L(u)-v_A^L(u)-\min\pi_A(u)],\quad(10)$$

$$\pi_{G_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=[(1-\alpha_u-\beta_u)\min\pi_A(u),1-\mu_A^L(u)-v_A^L(u)-(1-(1-\alpha_u-\beta_u))\min\pi_A(u)].\quad(11)$$

记

$$G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)=G_{\alpha_u,\beta_u}(G_{\alpha_u,\beta_u}(A))=\{(u,\mu_{G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u),v_{G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u))\mid u\in U\},\quad(12)$$

则

$$\mu_{G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\mu_A(u)+\alpha_u\min\pi_A(u)+\alpha_u\min\pi_{G_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\left[\mu_A^L(u)+\alpha_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^2}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u),\ \mu_A^U(u)+\alpha_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^2}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u)\right],\quad(13)$$

$$v_{G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=v_A(u)+\beta_u\min\pi_A(u)+\beta_u\min\pi_{G_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\left[v_A^L(u)+\beta_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^2}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u),\ v_A^U(u)+\beta_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^2}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u)\right].\quad(14)$$

因此

$$\pi_{G^2_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=[(1-\alpha_u-\beta_u)^2\min\pi_A(u),1-\mu_A^L(u)-v_A^L(u)-(1-(1-\alpha_u-\beta_u)^2)\min\pi_A(u)].\quad(15)$$

依次类推，对于任意正整数 n，记

$$G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)=G_{\alpha_u,\beta_u}(G^{n-1}_{\alpha_u,\beta_u}(A))=\{(u,\mu_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u),v_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)\mid u\in U\},\quad(16)$$

则

$$\mu_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\left[\mu_A^L(u)+\alpha_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^n}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u),\ \mu_A^U(u)+\alpha_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^n}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u)\right],\quad(17)$$

$$v_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\left[v_A^L(u)+\beta_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^n}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u),\right.$$

$$v_A^U(u)+\beta_u\frac{1-(1-\alpha_u-\beta_u)^n}{\alpha_u+\beta_u}\min\pi_A(u)\Big].\quad(18)$$

因此

$$\pi_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=[(1-\alpha_u-\beta_u)^n\min\pi_A(u),\ 1-\mu_A^L(u)-v_A^L(u)-(1-(1-\alpha_u-\beta_u)^n)\min\pi_A(u)].\quad(19)$$

由上述讨论易得如下定理:

定理 1 设 $A\in$ IVIF $S(U)$, $u\in U$, $\alpha_u,\beta_u\in[0,1]$, $\alpha_u+\beta_u\leqslant 1$, n 为正整数. 则有:

1) $G^{n-1}_{\alpha_u\beta_u}(A)\leqslant G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)$, $G^0_{\alpha_u,\beta_u}(A)=A$;

2) $\pi_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)\leqslant\pi_{G^{n-1}_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)$.

其中: $a=[a^-,a^+]$ 与 $b=[b^-,b^+]$ 之间的关系"$\leqslant$"定义为: 当且仅当 $a^-\leqslant b^-$ 和 $a^+\leqslant b^+$ 时, $a\leqslant b$; 区间直觉模糊集 A 与 B 之间的关系"$\leqslant$"定义为: 对于 $u\in U$, 当且仅当 $\mu_A(u)\leqslant\mu_B(u)$ 和 $v_A(u)\leqslant v_B(u)$ 时, $A\leqslant B$.

定义 4 设 $A\in$ IVIF $S(U)$, $u\in U$, $\alpha_u,\beta_u\in[0,1]$, $\alpha_u+\beta_u\leqslant 1$, n 为正整数. 记

$$\lim_{n\to\infty}G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)=\{(u,\lim_{n\to\infty}\mu_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u),\ \lim_{n\to\infty}v_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u))\mid u\in U\}=\{(u,[\lim_{n\to\infty}\mu^L_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u),\lim_{n\to\infty}\mu^U_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)],\ [\lim_{n\to\infty}v^L_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u),\ \lim_{n\to\infty}v^U_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)])\mid u\in U\}.\quad(20)$$

由定义 4 和式(17) ~ (19) 易得如下定理:

定理 2 设 $A\in$ IVIF $S(U)$, $u\in U$, $\alpha_u,\beta_u\in[0,1]$, $\alpha_u+\beta_u\leqslant 1$, n 为正整数. 则有:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)=G_{\frac{\alpha_u}{\alpha_u+\beta_u}}(A)$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\pi_{G^n_{\alpha_u,\beta_u}(A)}(u)=\pi_{G_{\frac{\alpha_u}{\alpha_u+\beta_u}}(A)}(u)$.

3 基于区间直觉模糊集的多准则决策方法

3.1 多准则决策方法 Ⅰ

设 $M=\{M_1,M_2,\cdots,M_m\}$ 和 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$ 分别为方案集和准则集, 方案 M_i 满足各个准则的程度用区间直觉模糊集表示为

$$M_i=\{(C_1,\mu_{i1},v_{i1}),(C_2,\mu_{i2},v_{i2}),\cdots,(C_n,\mu_{in},v_{in})\},\quad(21)$$

其中 $\mu_{ij}=[\mu^L_{ij},\mu^U_{ij}]$ 和 $v_{ij}=[v^L_{ij},v^U_{ij}]$ 分别表示方案 M_i 满足和不满足准则 C_j 的程度. 决策者的目的是选择最大程度满足决策者要求的方案.

设决策者的要求(记为 c_d)为: 满足准则 C_l, C_p, $\cdots$, C_r 或准则 C_t. 对于上述决策问题, 本文采用 Chen 等[11] 处理直觉模糊多准则决策问题的方法, 通过定义综合评价值 $I_E(M_i)$ 来表示方案 M_i 对决策者要求 c_d 的满足和不满足程度, 即

$$I_E(M_i)=\{(c_d,\mu_{M_i},v_{M_i})\}=\{(c_d,[\mu^L_{M_i},\mu^U_{M_i}],[v^L_{M_i},v^U_{M_i}])\}=\{(C_l,[\mu^L_{il},\mu^U_{il}],[v^L_{il},v^U_{il}])\cap(C_p,[\mu^L_{ip},\mu^U_{ip}],[v^L_{ip},v^U_{ip}])\cdots(C_r,[\mu^L_{ir},\mu^U_{ir}],[v^L_{ir},v^U_{ir}])\cup(C_t[\mu^L_{it},\mu^U_{it}],[v^L_{it},v^U_{it}])\}.\quad(22)$$

从而

$$\mu_{M_i}=[\max(\min(\mu^L_{il},\mu^L_{ip},\cdots,\mu^L_{ir}),\mu^L_{it}),\ \max(\min(\mu^U_{il},\mu^U_{ip},\cdots,\mu^U_{ir}),\mu^U_{it})],\quad(23)$$

$$v_{M_i}=[\min(\max(v^L_{il},v^L_{ip},\cdots,v^L_{ir}),v^L_{it}),\ \min(\max(v^U_{il},v^U_{ip},\cdots,v^U_{ir}),v^U_{it})].\quad(24)$$

于是, 对方案 M_i 的比较便归结为对区间直觉模糊集的比较.

定义 5 对于区间直觉模糊集 $I_E(M_i)=\{(c_d,\mu_{M_i},v_{M_i})\}$, 称函数 $J_k(I_E(M_i))$ (k 为正整数或 ∞) 为 $I_E(M_i)$ 的得分函数. 其中

$$J_k(I_E(M_i))=\mu_{G^k_{\alpha_{c_d},\beta_{c_d}}(I_E(M_i))}(c_d)=\Big[\mu^L_{M_i}+\alpha_{c_d}(1-\mu^U_{M_i}-v^U_{M_i})\frac{1-(1-\alpha_{c_d}-\beta_{c_d})^k}{\alpha_{c_d}+\beta_{c_d}},\ \mu^U_{M_i}+\alpha_{c_d}(1-\mu^U_{M_i}-v^U_{M_i})\frac{1-(1-\alpha_{c_d}-\beta_{c_d})^k}{\alpha_{c_d}+\beta_{c_d}}\Big],\quad(25)$$

$$J_\infty(I_E(M_i))=\lim_{k\to\infty}\mu_{G^k_{\alpha_{c_d},\beta_{c_d}}(I_E(M_i))}(c_d)=\Big[\mu^L_{M_i}+\frac{\alpha_{c_d}}{\alpha_{c_d}+\beta_{c_d}}(1-\mu^U_{M_i}-v^U_{M_i}),\ \mu^U_{M_i}+\frac{\alpha_{c_d}}{\alpha_{c_d}+\beta_{c_d}}(1-\mu^U_{M_i}-v^U_{M_i})\Big].\quad(26)$$

综上所述, 本文给出了基于区间直觉模糊集的多准则决策方法, 记为方法 Ⅰ. 具体步骤如下:

步骤 1: 由式(22) 求得 M_i 的综合评价值 $I_E(M_i)$.

步骤 2: 取定 k(k 为正整数或 ∞), α_{c_d} 和 β_{c_d}, 其中 $\alpha_{c_d},\beta_{c_d}\in[0,1]$, 且 $\alpha_{c_d}+\beta_{c_d}\leqslant 1$. 利用式(25) 或 (26) 求出 $I_E(M_i)$ 的得分函数 $J_k(I_E(M_i))$.

步骤 3: 用文献[10] 的方法构造 $J_k(I_E(M_i))$ $(i=1,2,\cdots,m)$ 两两比较的可能度矩阵, 并在相应的有向图中寻找长度为 $m-1$ 的有向路, 即可得到 $J_k(I_E(M_i))$ 的排序.

例 1 设 $M=\{M_1,M_2,\cdots,M_5\}$ 为方案集, $C=\{C_1,C_2,C_3\}$ 为准则集. 方案 M_i 满足各准则的程度用区间直觉模糊集表示为

$M_1=$

$\{(C_1,[0.2,0.3],[0.2,0.3]),(C_2,[0.5,0.6],[0.1,0.2]),(C_3,[0.1,0.2],[0,0.1])\}$,

$M_2=$
$\{(C_1,[0.4,0.5],[0.1,0.2]),(C_2,[0.2,0.3],[0.1,0.2]),(C_3,[0.2,0.3],[0.3,0.4])\}$,
$M_3=$
$\{(C_1,[0.6,0.7],[0.2,0.3]),(C_2,[0.5,0.6],[0.2,0.4]),(C_3,[0.5,0.6],[0.3,0.4])\}$,
$M_4=$
$\{(C_1,[0.3,0.4],[0.4,0.5]),(C_2,[0.4,0.5],[0.2,0.3]),(C_3,[0.2,0.3],[0.2,0.3])\}$,
$M_5=$
$\{(C_1,[0.5,0.6],[0.1,0.2]),(C_2,[0.3,0.4],[0.2,0.3]),(C_3,[0.4,0.5],[0.3,0.4])\}$.

试求满足决策者要求 c_d(即满足准则 C_1,准则 C_2 或准则 C_3)的方案排序.

由步骤 1 求得方案 M_i 的综合评价值

$I_E(M_1)=\{(c_d,[0.2,0.3],[0,0.1])\}$,
$I_E(M_2)=\{(c_d,[0.2,0.3],[0.1,0.2])\}$,
$I_E(M_3)=\{(c_d,[0.5,0.6],[0.2,0.4])\}$,
$I_E(M_4)=\{(c_d,[0.3,0.4],[0.2,0.3])\}$,
$I_E(M_5)=\{(c_d,[0.4,0.5],[0.2,0.3])\}$.

取 $k=1,2,\cdots,7,\infty$;参数取

$$\alpha_{c_d}=\frac{\mu_{M_i}^L+\mu_{M_i}^U}{2},\ \beta_{c_d}=\frac{v_{M_i}^L+v_{M_i}^U}{2}.$$

由步骤 2 可得相应综合评价值 $I_E(M_i)$ 的得分函数 $J_k(I_E(M_i))$,详见表 1.

由步骤 3 可得 $k=1,2,\cdots,7,\infty$ 时,方案的排序分别为

$$M_3\overset{0.5500}{\succ}M_5\overset{0.9250}{\succ}M_4\overset{0.7750}{\succ}M_1\overset{0.6250}{\succ}M_2,$$
$$M_5\overset{0.5850}{\succ}M_3\overset{0.7250}{\succ}M_1\overset{0.5400}{\succ}M_4\overset{0.7350}{\succ}M_2,$$
$$M_1\overset{0.5170}{\succ}M_5\overset{0.6255}{\succ}M_3\overset{0.6810}{\succ}M_4\overset{0.5940}{\succ}M_2,$$
$$M_1\overset{0.7625}{\succ}M_5\overset{0.6375}{\succ}M_3\overset{0.6400}{\succ}M_2\overset{0.5075}{\succ}M_4,$$
$$M_1\overset{0.9385}{\succ}M_5\overset{0.6415}{\succ}M_3\overset{0.5590}{\succ}M_2\overset{0.5750}{\succ}M_4,$$
$$M_1\overset{1.0000}{\succ}M_5\overset{0.6425}{\succ}M_3\overset{0.5105}{\succ}M_2\overset{0.6180}{\succ}M_4,$$
$$M_1\overset{1.0000}{\succ}M_5\overset{0.6235}{\succ}M_2\overset{0.5190}{\succ}M_3\overset{0.6265}{\succ}M_4,$$
$$M_1\overset{1.0000}{\succ}M_5\overset{0.5805}{\succ}M_2\overset{0.5625}{\succ}M_3\overset{0.6250}{\succ}M_4.$$

注 2　1) 在实际应用中,应根据决策者对风险的不同偏好选取不同的 k 值. 事实上,k 取不同的值,方案的排序结果也不同. k 取值越大,综合评价值中犹豫度被分配到隶属度区间的总量越大,决策者接受此排序结果承担的风险也越大.

2) 对于具体的决策问题,一般存在某个正整数 k_0. 对于大于 k_0 的所有的 k,方案的排序结果都相同. k_0 的大小与被比较的区间直觉模糊集 $I_E(M_i)$ 的犹豫度区间有关,也与参数 α_{c_d} 和 β_{c_d} 的取值有关. 当 $I_E(M_i)$ 的犹豫度区间 $[\min\pi_{M_i},\max\pi_{M_i}]$ 中的 $\min\pi_{M_i}$ 较小时,$J_k(I_E(M_i))$ 与 $J_{k+1}(I_E(M_i))$ 之间的差距也较小,从而当 $\max\limits_i\{\min\pi_{M_i}\}$ 较小时,会存在较小的 k_0 值. 此外,参数 α_{c_d} 的取值越大,k_0 的值越小;特别地,当 $\alpha_{c_d}=1$ 时,$\beta_{c_d}=0$,此时 $J_k(I_E(M_i))=J_{k+1}(I_E(M_i))$,$k_0$ 取值为 1.

3.2　多准则决策方法 Ⅱ

在上述区间直觉模糊多准则决策问题中,决策准则 $C_l,C_p,\cdots,C_r$ 的权重分别为 $w_l,w_p,\cdots,w_r$,其中 $w_l,w_p,\cdots,w_r\in[0,1]$,且 $w_l+w_p+\cdots+w_r=1$. 此时,采用如下方法求方案 M_i 的综合评价值 $Q_k(M_i)$(k 为正整数或 ∞):

$$\begin{aligned}Q_k(M_i)=&U[w_lJ_k(\{(C_l,\mu_{il},v_{il})\})+\\&w_pJ_k(\{(C_p,\mu_{ip},v_{ip})\})+\\&\cdots+w_rJ_k(\{(C_r,\mu_{ir},v_{ir})\}),\\&J_k(\{(C_t,\mu_{it},v_{it})\})].\end{aligned}\tag{27}$$

对于任意两个区间数 $a=[a^-,a^+]$ 和 $b=[b^-,b^+]$,有

$$U(a,b)=[\max(a^-,b^-),\max(a^+,b^+)].$$

由此可得如下基于区间直觉模糊集的加权多准则决策方法,记为方法 Ⅱ. 具体步骤如下:

步骤 1:取定正整数 k 或 ∞,参数 α_{c_j} 和 β_{c_j},$j=l,p,\cdots,r,t$. 利用式(27)求得方案 M_i 的综合评价值

表 1　$I_E(M_i)$ 的得分函数 $J_k(I_E(M_i))$

n	$J_n(I_E(M_1))$	$J_n(I_E(M_2))$	$J_n(I_E(M_3))$	$J_n(I_E(M_4))$	$J_n(I_E(M_5))$
1	[0.3500,0.4500]	[0.3250,0.4250]	[0.5000,0.6000]	[0.4050,0.5050]	[0.4900,0.5000]
2	[0.4550,0.5550]	[0.4000,0.5000]	[0.5000,0.6000]	[0.4470,0.5470]	[0.5170,0.6170]
3	[0.5285,0.6285]	[0.4450,0.5450]	[0.5000,0.6000]	[0.4638,0.5638]	[0.5251,0.6251]
4	[0.5800,0.6800]	[0.4720,0.5720]	[0.5000,0.6000]	[0.4705,0.5705]	[0.5275,0.6275]
5	[0.6160,0.7160]	[0.4882,0.5882]	[0.5000,0.6000]	[0.4732,0.5732]	[0.5283,0.6283]
6	[0.6412,0.7412]	[0.4979,0.5979]	[0.5000,0.6000]	[0.4743,0.5743]	[0.5285,0.6285]
7	[0.6588,0.7588]	[0.5038,0.6038]	[0.5000,0.6000]	[0.4747,0.5747]	[0.5285,0.6285]
∞	[0.7000,0.8000]	[0.5125,0.6125]	[0.5000,0.6000]	[0.4750,0.5750]	[0.5286,0.6286]

表 2 M_i 的综合评价值

n	$Q_n(M_1)$	$Q_n(M_2)$	$Q_n(M_3)$	$Q_n(M_4)$	$Q_n(M_5)$
1	[0.3930,0.4930]	[0.4720,0.5720]	[0.5700,0.6700]	[0.3815,0.4815]	[0.5485,0.6485]
2	[0.4379,0.5379]	[0.5323,0.6323]	[0.5700,0.6700]	[0.3945,0.4945]	[0.5840,0.6842]
3	[0.4584,0.5584]	[0.5609,0.6609]	[0.5700,0.6700]	[0.3979,0.4979]	[0.5962,0.6962]
∞	[0.6250,0.7250]	[0.5912,0.6912]	[0.5700,0.6700]	[0.4000,0.5000]	[0.6025,0.7025]

$Q_k(M_i)$.

步骤 2：对于区间数 $Q_k(M_i)$，用文献[10]中的方法进行排序，得到方案优劣.

在例 1 中，假设决策准则 C_1 和 C_2 的权重分别为 $w_1 = 0.7, w_2 = 0.3$. 分别取 $k = 1,2,3,\infty$. 在 $J_k(\{(c_j, \mu_{ij}, v_{ij})\})(j = 1,2,3)$ 中取参数

$$\alpha_{c_j} = \frac{\mu_{ij}^L + \mu_{ij}^U}{2},\ \beta_{c_j} = \frac{v_{ij}^L + v_{ij}^U}{2}.$$

由步骤 1 求得方案 M_i 的综合评价值，详见表 2.

由步骤 2 求得 $k = 1,2,3,\infty$ 时，方案的排序分别为

$$M_3 \overset{0.6075}{\succ} M_5 \overset{0.8825}{\succ} M_2 \overset{0.8950}{\succ} M_1 \overset{0.5575}{\succ} M_4,$$
$$M_5 \overset{0.5710}{\succ} M_3 \overset{0.6885}{\succ} M_2 \overset{0.9720}{\succ} M_1 \overset{0.7170}{\succ} M_4,$$
$$M_5 \overset{0.6310}{\succ} M_3 \overset{0.5455}{\succ} M_2 \overset{1.0000}{\succ} M_1 \overset{0.8025}{\succ} M_4,$$
$$M_1 \overset{0.6125}{\succ} M_5 \overset{0.5565}{\succ} M_2 \overset{0.6060}{\succ} M_3 \overset{1.0000}{\succ} M_4.$$

方法 Ⅱ 与方法 Ⅰ 相同，决策者也可根据自己对风险的不同偏好，选择不同的参数 k, α_{c_j} 和 β_{c_j}.

4 结 论

本文通过定义两种区间直觉模糊点算子，给出一系列得分函数和两种基于区间直觉模糊集的多准则决策方法. 在这两种方法中，方案的排序结果由参数 k, α_{c_d} 和 β_{c_d}（或 α_{c_j} 和 β_{c_j}）的取值决定，决策者可根据自己对风险的不同偏好选择不同的参数. 该方法适用于解决决策信息不完全性程度较高或犹豫度较大的模糊多准则决策问题. 对于具体的决策情况，如何选取适当的 k 值，还有待于进一步研究.

参考文献(References)

[1] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[2] Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405.

[3] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans Systems, Man and Cybernetics, 1993, 23(2): 610-614.

[4] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989: 31(3): 343-349.

[5] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregation interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[6] 王坚强. 几类信息不确定的多准则决策方法研究[D]. 长沙: 中南大学: 2005.
(Wang J Q. Research on multi-criteria decision-making methods with incomplete certain information [D]. Changsha: Central South University, 2005.)

[7] 王坚强. 信息不完全确定的多准则区间直觉模糊决策方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1253-1256.
(Wang J Q. Multi-criteria interval intuitionistic fuzzy decision-making approach with incomplete certain information[J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1253-1256.)

[8] Liu H W, Wang G J. Multi-criteria decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. European J of Operational Research, 2007, 197(1): 220-233.

[9] Burillo P, Bustince H. Construction theorems of intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 84(3): 271-281.

[10] Wang Y M, Yang J B, Xu D L. Interval weight generation approaches based on consistency test and interval comparison matrices[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 167(1): 252-273.

[11] Chen S M, Tan J M. Handling multi-criteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.