文章编号：1001-0920(2009)08-1252-05

关于新的弱化缓冲算子的研究及其应用

崔立志[1]，刘思峰[1]，吴正朋[1,2]
(1.南京航空航天大学 经济管理学院，南京 210016；2.中国传媒大学 应用数学系，北京 100080)

摘　要：在灰色系统理论缓冲算子公理体系下，构造出一类新的弱化缓冲算子.研究其一些特性和内在联系，可有效地解决冲击扰动数据序列在建模预测过程中经常出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题.实例分析结果表明，该类算子是有效而实用的.

关键词：缓冲算子；弱化缓冲算子；不动点
中图分类号：N94　　**文献标识码**：A

Study on new weakening buffer operators and their applications

CUI Li-zhi[1], *LIU Si-feng*[1], *WU Zheng-peng*[1,2]
(1. College of Economic and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Department of Applied Mathematics, Beijing Broadcasting Institute, Beijing 100080, China. Correspondent: CUI Li-zhi, E-mail: greytheory@126.com)

Abstract: Under the axiomatic system of buffer operator in grey system theory, a kind of new weakening buffer operators are established. Meanwhile, the characters and the inherent relation among them are studied. The problem that there are some contradictions between quantitative analysis and qualitative analysis in pretreatment for vibration data sequences is resolved effectively. Analysis result of an example shows the effectiveness and practicability of the proposed operators.

Key words: Buffer operator; Weakening buffer operator; Fixed point

1 引　言

对于实验数据或统计数据，选择模型之前须对所获得的数据进行分析；否则，将会出现定量预测结果与定性分析结论不相符合的情况.问题的症结往往不在于所选模型的优劣，而是由于系统行为数据因系统本身受到某种外在冲击而失真.因此，寻求定量预测与定性分析的结合点，设法排除系统行为数据所受到的冲击干扰，还原数据的本来面目，从而提高预测的精度，是预测工作者面临的一项重要任务[1-3].

灰色系统理论通过对社会、经济、生态等系统原始数据的挖掘和整理，寻求其变化规律，是一种从数据中寻找规律的理论体系.灰色系统理论认为，尽管客观系统表象复杂，数据离乱，但它是有整体功能的，必然蕴涵着某种内在规律.关键在于如何选择适当的方法，去挖掘和利用它.文献[4,5]从灰导数的角度优化了模型；文献[6]则优化了背景值.刘思峰提出的缓冲算子理论[7-9]，对所获得的数据序列经过某种生成，能弱化其随机性，显示其规律性，排除了外在冲击干扰，得到了反映系统变化规律的数据序列.

冲击扰动因素对系统行为数据序列的干扰，既能加快数据的发展趋势或使数据的振荡幅度变大，又可减缓数据的发展趋势或使数据序列的振荡幅度变小.为排除这些冲击因素的干扰，文献[10-12]提出一种实用的弱化缓冲算子，文献[13-15]提出一种强化缓冲算子.

本文在上述工作的基础上，根据新信息优先利用的原理和缓冲算子三公理，提出一类新的弱化缓冲算子.研究其特性及各种弱化缓冲算子之间的内在关系，从而使序列前一部分增长(减缓)速度过快，后一部分增长(衰减)速度过慢的冲击扰动系统数据序列，在建模预测过程中出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题得到有效解决.

收稿日期：2008-08-29；**修回日期**：2008-11-17.
基金项目：国家自然科学基金项目(70473037)；南京航空航天大学特聘教授科研创新基金项目(1009-260812).
作者简介：崔立志(1978—)，男，安徽庐江人，博士生，从事管理科学与工程、数量经济学的研究；刘思峰(1955—)，男，河南平舆人，教授，博士生导师，从事管理科学与工程、数量经济学等研究.

2　基本概念

定义 1[7]　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统行为数据序列，则有：

1）若 $\forall k=2,3,\cdots,n,x(k)-x(k-1)>0$，则称 X 为单调增长序列.

2）若 $\forall k=2,3,\cdots,n,x(k)-x(k-1)<0$，则称 X 为单调衰减序列.

3）若 $\exists k,k'\in\{1,2,\cdots,n-1\},x(k)-x(k-1)>0,x(k')-x(k'-1)<0$，则称 X 为随机振荡序列. 令

$$\begin{cases}M=\max\{x(k)\mid k\in\{1,2,\cdots,n\}\},\\ m=\min\{x(k)\mid k\in\{1,2,\cdots,n\}\}.\end{cases}\tag{1}$$

称 $M-m$ 为序列 X 的振幅.

定义 2[7]　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统行为数据序列，D 为作用于 X 的算子，X 经过 D 作用后记为

$$XD=(x(1)d,x(2)d,\cdots,x(n)d).\tag{2}$$

称 D 为序列算子，称 XD 为一阶算子作用序列.

序列算子作用可以多次进行. 相应地，若 D_1，D_2 和 D_3 均为序列算子，则称 D_1D_2 为二阶算子作用序列，如此等等.

公理 1(不动点公理)[7]　若 X 为系统行为数据序列，D 为序列算子，则 D 满足 $x(n)d=x(n)$.

不动点公理限定在序列算子作用下，系统行为数据序列中的数据 $x(n)$ 保持不变，即用序列算子对系统行为数据进行调整时，不会改变 $x(n)$.

公理 2(信息充分利用公理)[7]　系统行为数据序列 X 中的每个数据 $x(k)(k=1,2,\cdots,n)$ 都应充分参与算子作用的全过程.

信息充分利用公理限定任何序列算子都应以现有序列中的信息为基础进行定义，不允许抛开原始数据序列.

公理 3(解析化、规范化公理)[7]　任意的 $x(k)d(k=1,2,\cdots,n)$ 都可由一个统一的 $x(1)$，$x(2)$，$\cdots$，$x(n)$ 初等解析式表达.

解析化、规范化公理要求由系统行为数据序列得到算子作用序列的程序清晰、规范、统一且尽可能简化，以便计算出算子作用序列，并易于在计算机上实现.

定义 3[7]　称上述 3 个公理为缓冲算子三公理. 满足缓冲算子三公理的序列算子称为缓冲算子，一阶、二阶、$\cdots$ 缓冲算子作用序列称为一阶、二阶、$\cdots$ 缓冲序列.

定理 1[7]　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统行为数据序列，缓冲序列如式(2)，则有：

1）当 X 为单调增长序列时，D 为弱化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)d\geqslant x(k),k=1,2,\cdots,n$；

2）当 X 为单调衰减序列时，D 为弱化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)d\leqslant x(k),k=1,2,\cdots,n$；

3）当 X 为振荡序列时，D 为弱化缓冲算子，则

$$\begin{cases}\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}\leqslant\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\},\\ \min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}\geqslant\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}.\end{cases}\tag{3}$$

从上述定理可以看出，单调增长序列在弱化缓冲算子作用下数据膨胀；单调衰减序列在强化缓冲算子作用下数据萎缩.

3　一类新的弱化缓冲算子的构造

定理 2　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列，$x(k)>0,k=1,2,\cdots,n$. 其缓冲序列为 $XD_1=(x(1)d_1,x(2)d_1,\cdots,x(n)d_1)$，其中

$$x(k)d_1=x(k)\Big(\frac{x(n)}{x(k)}\Big)^{\frac{1}{n-k+1}}.\tag{4}$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列和振荡序列时，D_1 均为弱化缓冲算子.

证明　容易验证，D_1 满足缓冲算子三公理，因此 D_1 为缓冲算子. 下面证明 D_1 为弱化缓冲算子：

1）若 X 为单调增长序列，则有

$$x(k)d_1-x(k)=$$
$$x(k)\Big(\frac{x(n)}{x(k)}\Big)^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)\geqslant 0,\tag{5}$$

因此 $x(k)d_1\geqslant x(k)$. 由定理 1 知，缓冲算子 D_1 为弱化缓冲算子.

2）若 X 为单调衰减序列，则有

$$x(k)d_1-x(k)=$$
$$x(k)\Big(\frac{x(n)}{x(k)}\Big)^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)\leqslant 0,\tag{6}$$

因此 $x(k)d_1\leqslant x(k)$. 由定理 1 知，缓冲算子 D_1 为弱化缓冲算子.

3）若 X 为振荡序列，设

$$\begin{cases}x(\alpha)=\max\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\},\\ x(\beta)=\min\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\}.\end{cases}\tag{7}$$

则有

$$x(\alpha)d_1=x(\alpha)\Big(\frac{x(n)}{x(\alpha)}\Big)^{\frac{1}{n-\alpha+1}}\leqslant x(\alpha).\tag{8}$$

因此 $\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}\leqslant\max\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}$. 同理可证 $\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d\}\geqslant\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}$. 所以 D_1 为弱化缓冲算子. □

定理 3　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列，$x(k)>0,k=1,2,\cdots,n$. 其缓冲序列为 $XD_2=(x(1)d_2,x(2)d_2,\cdots,x(n)d_2)$，其中

$$x(k)d_2 = \frac{1}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n} x(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}}. \quad (9)$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列和振荡序列时，D_2 均为弱化缓冲算子.

证明　容易验证，D_2 满足缓冲算子三公理，因此 D_2 为缓冲算子. 下面证明 D_2 为弱化缓冲算子：

1）若 X 为单调增长序列，则

$$x(k)d_2 - x(k) = \frac{1}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n} x(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}} - x(k) = \frac{x(k)\Big(\frac{x(n)}{x(k)}\Big)^{\frac{1}{n-k+1}} - x(k)}{n-k+1} + \cdots + \frac{x(n)-x(k)}{n-k+1} \geqslant 0. \quad (10)$$

因此 $x(k)d_2 \geqslant x(k)$，D_2 为弱化缓冲算子.

2）若 X 为单调衰减序列，则有

$$x(k)d_2 \leqslant x(k).$$

3）若 X 为振荡序列，则有

$$x(\alpha)d_2 - x(\alpha) = \frac{1}{n-k+1}\sum_{i=\alpha}^{n} x(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}} - x(\alpha) = \frac{x(\alpha)\Big(\frac{x(n)}{x(\alpha)}\Big)^{\frac{1}{n-\alpha+1}} - x(\alpha)}{n-k+1} + \cdots + \frac{x(n)-x(\alpha)}{n-k+1} = \frac{[(x(\alpha)^{n-\alpha}x(n)]^{\frac{1}{n-\alpha+1}} - x(\alpha)}{n-k+1} + \cdots + \frac{x(n)-x(\alpha)}{n-k+1} \leqslant 0. \quad (11)$$

因此 $x(\alpha)d_2 \leqslant x(\alpha)$. 同理可证 $x(\beta)d_2 \geqslant x(\beta)$. 所以 D_2 为弱化缓冲算子. 这里称 D_2 为简单平均弱化缓冲算子. □

定理 4　设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统原始行为数据序列，$x(k) > 0, k = 1,2,\cdots,n$. 缓冲序列为 $XD_3 = (x(1)d_3, x(2)d_3, \cdots, x(n)d_3)$，其中

$$x(k)d_3 = \frac{2}{(n+k)(n-k+1)}\sum_{i=k}^{n} ix(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}}. \quad (12)$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列和振荡序列时，D_3 均为弱化缓冲算子.

证明　容易验证，D_3 满足缓冲算子三公理，因此 D_3 为缓冲算子. 下面证明 D_3 为弱化缓冲算子：

1）若 X 为单调增长序列，则有

$$x(k)d_3 - x(k) = \frac{2\sum_{i=k}^{n} ix(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}}}{(n+k)(n-k+1)} - x(k) = \frac{2\Big\{k\Big[x(k)\Big(\frac{x(n)}{x(k)}\Big)^{\frac{1}{n-k+1}} - x(k)\Big] + \cdots + n[x(n)-x(k)]\Big\}}{(n+k)(n-k+1)} \geqslant 0. \quad (13)$$

因此 $x(k)d_3 \geqslant x(k)$，D_3 为弱化缓冲算子.

2）若 X 为单调衰减序列，可证 $x(k)d_3 \leqslant x(k)$，D_3 为弱化缓冲算子.

3）若 X 为振荡序列，则有

$$x(\alpha)d_3 - x(\alpha) = \frac{2\sum_{i=\alpha}^{n} ix(i)\Big(\frac{x(n)}{x(i)}\Big)^{\frac{1}{n-i+1}}}{(n+\alpha)(n-\alpha+1)} - x(\alpha) = \frac{2\Big\{\alpha\Big[x(\alpha)\Big(\frac{x(n)}{x(\alpha)}\Big)^{\frac{1}{n-\alpha+1}} - x(\alpha)\Big] + \cdots + n[x(n)-x(\alpha)]\Big\}}{(n+\alpha)(n-\alpha+1)} = \frac{2\Big\{\alpha[(x(\alpha))^{n-\alpha}(x(n))^{\frac{1}{n-\alpha+1}} - x(\alpha)] + \cdots + n[x(n)-x(\alpha)]\Big\}}{(n+\alpha)(n-\alpha+1)} \leqslant 0, \quad (14)$$

其中 $x(\alpha) = \max\{x(k) \mid k = 1,2,\cdots,n\}$. 由此得到 $x(\alpha)d_3 \leqslant x(\alpha)$.

令 $x(\beta) = \min\{x(k) \mid k = 1,2,\cdots,n\}$，可证 $x(\beta)d_3 \geqslant x(\beta)$，故 D_3 为弱化缓冲算子. 这里称 D_3 为加权平均弱化缓冲算子. □

从以上讨论可知，弱化缓冲算子必须满足不动点公理，即 $x(n)d = x(n)$. 因此，弱化缓冲算子作用于单调增长序列时数据膨胀，弱化缓冲序列的增长速度比原始序列的增长速度减缓. 对于单调衰减序列，在弱化缓冲算子作用下数据萎缩，即弱化缓冲序列的衰减速度比原始序列衰减速度减缓. 当原始序列的前半部分增长（衰减）速度较快，后半部分增长（衰减）速度较慢时，可用本文构造的弱化缓冲算子作用于原始序列，使序列变得比较平缓，并且考虑新信息优先的原则，这样可消除冲击扰动对系统数据序列造成的失真现象，提高模型的模拟精度和预测精度.

4　实例分析

以中国城镇登记失业人数（单位为万人）为例，验证本文弱化缓冲算子在 GM(1,1) 预测过程中的作用. 选取 2000 ～ 2006 年中国城镇登记失业人数作为原始数据序列，详见表 1.

以 2000～2005年的数据作为建模数据，2006

表 1　中国城镇登记失业人数　　万人

年　份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
失业人数	595	681	770	800	827	839	847

年数据作为模型检验数据. 计算城镇登记失业增长率分别为14.454%，13.069%，3.896%，3.375%，1.451% 和 0.954%. 显然，前半部分增长速度较快，后半部分增长速度较慢. 用此数据直接建模预测是不可取的. 笔者发现原因有二：一方面，20 世纪 90 年代中后期到 21 世纪初，由于国有企业改革，造成了许多工人下岗；另一方面，大中专院校扩大招生规模，为社会培养了许多大学生，因此就业压力增大，失业人数大大增加. 后来，中央政府和地方政府陆续出台了许多促进下岗职工再就业和扶持大学生就业的政策，减缓了就业压力，表现为城镇登记失业人数增长减缓.

为消除原始数据序列受冲击扰动因素的影响，用缓冲算子进行作用. 原始数据序列经验证基本满足建模条件，建立 GM(1,1) 模型为

$$\hat{x}(2000+t)=14912.796e^{0.047t}-14317.796.$$

以本文构造的缓冲算子对原始数据进行一阶弱化处理，得到的弱化缓冲序列都满足 GM(1,1) 建模条件.

缓冲算子 D_1 作用后得到弱化缓冲序列 XD_1，建立 GM(1,1) 模型为

$$\hat{x}(2000+t)=19308.681e^{0.038t}-18678.607.$$

缓冲算子 D_2 作用后得到弱化缓冲序列 XD_2，建立 GM(1,1) 模型为

$$\hat{x}(2000+t)=63785.612e^{0.013t}-63017.018.$$

缓冲算子 D_3 作用后得到弱化缓冲序列 XD_3，建立 GM(1,1) 模型为

$$\hat{x}(2000+t)=98293.850e^{0.008t}-97490.980.$$

无缓冲算子作用和缓冲算子 D_1，D_2 和 D_3 作用后，建立缓冲序列的 GM(1,1) 模型，得到平均相对误差和预测值，详见表 2.

表 2　4 种情况平均相对误差和预测值

序　列	X	XD_1	XD_2	XD_3
平均相对误差 /%	2.64	2.35	0.58	0.26
预测值 / 万人	899	889.78	854.83	848.6

由表 2 可以看出，原始数据序列经弱化缓冲算子 D_1，D_2 和 D_3 作用后，平均相对误差都比原始序列直接建模的平均相对误差小. 其中 D_3 作用后得到的弱化缓冲序列的平均相对误差最小，预测值为 848.6，比较接近观测值 847，一步预测相对误差只有 −0.19%.

5　结　　论

本文构造了一类新的弱化缓冲算子，并用所构造的缓冲算子对前半部分增长速度较快，后半部分增长速度较慢的原始数据序列进行一阶弱化处理，分别建立 GM(1,1) 模型，进行预测精度比较. 结果表明：1) 用 D_1，D_2 和 D_3 弱化处理的缓冲序列预测精度比原始数据序列预测精度有显著的提高. 2) 通过比较 3 个新的弱化缓冲算子作用后的弱化缓冲序列的平均相对误差和预测值，可知 D_1，D_2 和 D_3 弱化的缓冲序列平均相对误差递减，一步预测误差也是递减的. 其中原始序列经 D_3 弱化后，无论是模拟的平均相对误差还是预测误差，都是最小的. 该弱化缓冲算子能有效消除原始数据序列中冲击扰动因素的干扰.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 累加生成灰指数律[J]. 华中理工大学学报，1987，15(5)：7-12.
(Deng J L. The grey exponential law of AGO[J]. J of Huazhong University of Science and Technology，1987，15(5)：7-12.)

[2] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉：华中科技大学出版社，2002：10-15.
(Deng J L. A textbook of grey system theory[M]. Wuhan：Huazhong University of Science and Technology Press，2002：10-15.)

[3] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉：华中科技大学出版社，2004：26-34.
(Deng J L. The primary methods of grey theory[M]. Wuhan：Huazhong University of Science and Technology Press，2004：26-34.)

[4] 王义闹，刘光珍，刘开第. GM (1,1)的一种逐步优化直接建模方法[J]. 系统工程理论与实践，2000，9(9)：99-140.
(Wang Y N，Liu G Z，Liu K D. A step by step optimum direct modeling method of GM (1，1) [J]. System Engineering Theory and Practice，2000，9(9)：99-140.)

[5] 王义闹，刘开第，李应川. 优化灰导数白化值的GM(1,1)建模法[J]. 系统工程理论与实践，2001，5(5)：124-128.
(Wang Y N，Liu K D，Li Y C. GM (1，1) modeling method of optimum the whiting values of grey derivative [J]. System Engineering Theory and Practice，2001，5 (5)：124-128.)

[6] 罗党，刘思峰，党耀国. 灰色模型 GM(1,1)优化[J]. 中国工程科学，2003，8(8)：50-53.
(Luo D，Liu S F，Dang Y G. The optimization of grey model GM(1,1)[J]. Chinese J of Engineering Science，2003，8(8)：50-53.)

[7] 刘思峰，党耀国，方志耕，等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京：科学出版社，2004.
(Liu S F，Dang Y G，Fang Z G，et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing：Science Press，

2004.)

[8] Liu S F. The three axioms of buffer operator and their applications[J]. J of Grey System, 1991, 3(1): 39-48.

[9] 刘思峰. 缓冲算子及其应用[J]. 灰色系统理论与实践, 1992, 2(1): 45-50.
(Liu S F. Buffer operator and its application [J]. Theories and Practices of Grey System, 1992, 2(1): 45-50.)

[10] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator [J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 1997, 25(1): 25-27.)

[11] 谢乃明, 刘思峰. 一种新的弱化缓冲算子[J]. 中国管理科学, 2003, 11(增): 46-48.
(Xie N M, Liu S F. A new applicative weakening buffer operator[J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(S): 46-48.)

[12] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the strengthening buffer operators [J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 108-111.)

[13] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. Study on the strengthening buffer operator [J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1332-1336.)

[14] 党耀国, 刘思峰, 米传民. 强化缓冲算子性质的研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 730-734.
(Dang Y G, Liu S F, Mi C M. Study on characteristics of the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 730-734.)

[15] 关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲序列算子及其应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1189-1192.
(Guan Y Q, Liu S F. Sequence of strengthening buffer operator and its application based on fixed point [J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1189-1192.)

[16] 崔杰, 党耀国. 一类新的弱化缓冲算子的构造及其应用[J]. 控制与决策, 2008, 23(7): 741-750.
(Cui J, Dang Y G. A kind of new weakening buffer operators and their applications [J]. Control and Decision, 2008, 23(7): 741-750.)

(上接第 1251 页)

5 结 论

本文基于自适应模糊系统,提出一种可重构模块机器人分散容错控制方案. 在执行器发生故障的情况下,把失效因子整合到子系统动力学模型中. 采用模糊逻辑系统逼近子系统动力学模型,利用估计模型设计了间接和直接分散自适应控制律. 数值仿真结果表明了该算法的有效性.

参考文献(References)

[1] Paredis C J J, Khosla P K. Designing fault tolerant manipulators: How many degrees of freedom[J]. Int J of Robotics Research, 1996, 15(6): 611-628.

[2] Filaretov V F, Vukobratovic M K, Zhirabok A N. Parity relation approach to fault diagnosis in manipulation robots[J]. Mechatronics, 2003, 13(2): 141-152.

[3] Huang S N, Tan K K, Lee T H. Automated fault detection and diagnosis in mechanical systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part C, 2007, 37(6): 1360-1364.

[4] Siqueira A A G, Terra M H, Buosi C. Fault-tolerant robot manipulators based on output-feedback H_∞ controllers [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(10): 785-794.

[5] Maciel B C, Terra M H, Bergerman M. Optimal robust control of underactuated manipulators via actuation redundancy[J]. J of Robotic Systems, 2003, 20(11): 635-648.

[6] Tang Y, Tomizuka M, Guerrero G, et al. Decentralized robust control of mechanical systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(4): 771-775.

[7] Kirchoff S, Melek W W. A Saturation-type robust controller for modular manipulators arms [J]. Mechatronics, 2007, 17(4/5): 175-190.

[8] 朱明超, 李英, 李元春. 基于观测器的可重构机械臂分散自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 429-434.
(Zhu M C, Li Y, Li Y C. Observer-based decentralized adaptive fuzzy control for reconfigurable manipulator [J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 429-434.)

[9] Zhu M C, Li Y, Li Y C. A new distributed control scheme of modular and reconfigurable robots[C]. Proc of IEEE Int Conf on Mechatronics and Automation. Harbin, 2007: 2622-2627.