第 24 卷 第 8 期　　控 制 与 决 策　　2009 年 8 月
Vol. 24 No. 8　　Control and Decision　　Aug. 2009

文章编号：1001-0920(2009)08-1126-06

具有数据包丢失的网络控制系统主动容错控制

黄　鹤，韩笑冬，谢德晓，王执铨
（南京理工大学 自动化学院，南京 210094）

摘　要：在保证稳定性的前提下，研究具有数据包丢失的网络控制系统主动容错控制问题. 基于一类包含马尔可夫丢包过程的网络控制系统模型，考虑了执行器可能失效的情况. 利用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式方法，获得了系统的保性能被动容错控制器. 从控制性能的角度考虑，针对不同的执行器失效模式，得到了丢包网络环境下系统的主动容错控制器的设计方法. 数值示例表明，该控制器设计方法是有效的.

关键词：网络控制系统；数据包丢失；执行器失效；主动容错控制
中图分类号：TP273　　**文献标识码**：A

Active fault-tolerant control for networked control systems with packet dropout

HUANG He, *HAN Xiao-dong*, *XIE De-xiao*, *WANG Zhi-quan*
(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: HUANG He, E-mail: huanghe@mail.njust.edu.cn)

Abstract: The problem of active fault-tolerant control for networked control system with packet dropout is addressed with stability guaranteed. Based on a model of networked control system with the effects of Markovian packet dropout process, the failures of actuators are considered. The Lyapunov stability theory and the linear matrix inequality method are employed to derive the guaranteed cost passive fault-tolerant controller for the system. Furthermore, the design procedure of the active fault-tolerant controller for network with packet dropout is proposed for different actuator failure model with consideration of control performance. The numerical example shows the effectiveness of the proposed method for networked control system.

Key words: Networked control systems; Packet dropout; Actuator failure; Active fault-tolerant control

1 引　　言

随着计算机、网络和传感技术的不断发展和应用，控制系统的结构也发生了变化，形成了以实时网络作为信息传输通道的闭环控制系统，即网络控制系统(NCS). NCS 具有布线简单、结构灵活、易于扩展和维护等优点[1,2]. 然而，由于网络自身资源的限制，NCS 中存在的诱导时延、时序错乱、量化误差等问题[3-5]，都可能使控制系统的性能下降甚至不稳定. 特别是由于网络拥塞和资源的竞争，数据包丢失问题不可避免.

目前，针对 NCS 数据包丢失的研究已成为一个热点，并取得了不少研究成果. 文献[6]将具有数据包丢失的 NCS 建模成异步动态系统，给出了系统指数稳定的充分条件. 文献[7]将数据包丢失过程描述为马尔可夫过程，给出了系统稳定的充分条件以及控制器设计方法. 上述文献主要研究具有数据包丢失的 NCS 稳定性和控制器设计问题，没有考虑实际系统在执行器故障情况下的控制问题.

网络的引入增加了系统的复杂性，给 NCS 的可靠性和安全性设计带来了困难. 提高 NCS 可靠性的方法之一，是在 NCS 研究中引入容错控制(FTC)的概念. 文献[8]基于异步动态系统稳定性理论，研究了 NCS 数据包丢失的容错控制问题，但丢包率固定且采用被动容错控制方法，因此具有一定的保守性. 文献[9]给出了有界时延情况下一类 NCS 的主动容错控制器设计方法，但未考虑数据包丢失问题.

容错控制方法可分为两类[10]：被动容错控制(PFTC)和主动容错控制(AFTC). 文献[11]提出一

收稿日期：2008-09-17；**修回日期**：2008-11-07.
基金项目：国家自然科学基金项目(60574082).
作者简介：黄鹤(1981—)，男，南京人，博士生，从事故障诊断、容错控制的研究；王执铨(1939—)，男，武汉人，教授，博士生导师，从事系统建模、容错控制等研究.

种主动容错控制策略，利用保性能控制和在线控制器切换的方法，确保了系统的稳定性，且比 PFTC 方法具有更好的控制性能.

本文将上述主动容错的研究成果推广到具有随机丢包的网络化系统. 考虑存在数据包丢失的网络环境，丢包过程满足有限状态的马尔可夫链性质. 针对系统执行器故障，在保证系统稳定的前提下，研究了 NCS 主动容错控制器的设计方法. 利用线性矩阵不等式方法，将控制器设计问题转化为一个凸优化的求解问题. 仿真算例验证了该控制器设计方法的有效性.

2 问题描述

在网络环境中，考虑被控对象为如下离散时间系统：

$$\dot{x}(k+1) = Ax(k) + Bu(k). \tag{1}$$

其中：$x(k) \in R^n$ 是系统的状态向量，$u(k) \in R^p$ 是系统的控制输入，A 和 B 是具有适当维数的矩阵.

共享通讯网络存在于传感器与控制器以及控制器与执行器之间. 设传感器时间驱动，控制器和执行器事件驱动，且数据单包传送. 系统网络化控制器为 $u(k) = Kx(k)$，其中 $K \in R^{p\times n}$ 为待求的控制器增益.

为了描述系统有界数据包丢失过程，定义包序列 $\Psi = \{i_1, i_2, \cdots\}$，其中 i_k 对应于执行器第k 次更新数据包 $Kx(i_k)$. 若 $\forall k \in Z_+, i_{k+1} - i_k = 1$，则表明没有数据包丢失. 设 $i_0 = 0$，易知 $\bigcup\limits_{k=0}^{\infty}[i_k, i_{k+1}) = [0, \infty)$.

定义 1(有界马尔可夫丢包过程)　设初始丢包数为 $\eta(i_0) = \eta_0$，连续丢包数为 $\eta(i_k) = i_{k+1} - i_k, i_k \in \Psi$，且连续丢包数有上界 s. 则对于任意的 $i \in S$，$\eta(i_k) \in S = \{1, 2, \cdots, s\}$，满足马尔可夫链分布，其转移概率阵 $\Pi = (\pi_{ij}) \in R^{s\times s}$. 其中

$$\pi_{ij} = P\{\eta(i_{k+1}) = j \mid \eta(i_k) = i\},$$

$$\sum_{j=1}^{s}\pi_{ij} = 1,\ i,j \in S.$$

考虑到系统存在的执行器故障，定义执行器故障矩阵

$$M = \mathrm{diag}(m_1, m_2, \cdots, m_P). \tag{2}$$

其中 m_i 表示第i 个执行器的失效情况，当 $m_i = 0$ 时，表示执行器第 i 条通道完全失效；当 $m_i = 1$ 时，表示执行器第 i 条通道正常工作. 由于执行器数目有限，可将上述故障描述表示为一个集合

$$M = \{M^1, M^2, \cdots, M^N\}. \tag{3}$$

其中：$M^i (i = 1, 2, \cdots, N)$ 是取决于式(2) 中 m_i 取值的执行器失效模态，$N = 2^p - 1$.

为了保证系统可控，假设集合 M 中不包括元素 $\mathrm{diag}(0, 0, \cdots, 0)$. 即在本文的分析过程中，至少有一个执行器是正常工作的.

根据定义 1 以及对网络参数和执行器故障的描述，考虑执行器故障的网络控制系统

$$x(l+1) = Ax(l) + Bu_f(l); \tag{4a}$$

$$u_f(l) = \begin{cases} MKx(i_k),\ l \in [i_k, i_{k+1}); \\ 0,\ l \in [0, i_1). \end{cases} \tag{4b}$$

对于具有有界随机丢包过程的网络控制系统(4)，定义如下保性能指标：

$$J = \sum_{l=0}^{\infty}[x^{\mathrm{T}}(l)Qx(l) + (u_f(l))^{\mathrm{T}}Ru_f(l)],$$

$$Q = Q^{\mathrm{T}} > 0,\ R = R^{\mathrm{T}} > 0. \tag{5}$$

根据该性能指标，在执行器失效的情况下，给出系统均方稳定以及保性能容错控制律的定义如下：

定义 2　对于系统(4)，在初始条件 $x(0) = x_0$ 的情况下，系统的状态解满足$\lim\limits_{l\to\infty} E(\| x(l, x_0) \|^2) = 0$，其中 $x(l, x_0)$ 表示初始条件 $x(0) = x_0$ 时的系统状态轨线. 则称系统(4) 均方稳定.

定义 3　考虑具有随机丢包过程的系统(4) 和性能指标(5)，给定正常数$\bar{J} > 0$. 若存在状态反馈控制器增益 K，使得相应的闭环系统满足下述条件：

1) 对于可能的执行器故障，系统(4) 均方稳定；

2) 闭环系统性能指标有上界，满足 $J \leqslant \bar{J}$.

则称状态反馈控制律 u_f 为系统(4) 的保性能容错控制律，$\bar{J}$ 为系统性能指标函数的上界.

本文的控制器设计过程分为以下两步：

1) 设计被动容错控制器，使得对于所有的执行器失效，闭环系统保持稳定，且性能指标(5) 最优；

2) 在至少有一个执行器无故障的前提下，针对该执行器重新设计相应的控制器，使得系统闭环性能进一步提高，且不影响系统的稳定性.

由于有 p 个执行器，根据步骤 2) 可求出相应的 p 个控制器. 根据故障诊断单元给出的每种故障模式，系统切换到相应的最优性能指标的控制器. 需要说明的是，本文的重点在于控制器设计部分，而不是控制律切换或故障诊断单元的实现.

3 主要结果

3.1 被动容错控制器设计

本节给出具有数据包丢失的网络控制系统保性能容错控制器的设计方法.

定理 1　考虑执行器故障系统(4) 和性能指标(5)，对于给定的初始状态 x_0 和 η_0，以及转移概率阵 $\Pi = (\pi_{ij}) \in R^{s\times s}$，若存在正定矩阵 P_i 和控制律 K，使得对于所有 $i \in S$，下列矩阵不等式成立：

$$\sum_{n=1}^{s}\sum_{j=n}^{s}\pi_{ij}\phi_n^{\mathrm{T}}Q\phi_n+\beta_i K^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}RMK+$$
$$\sum_{j=1}^{s}\pi_{ij}\phi_j^{\mathrm{T}}P_j\phi_j^{\mathrm{T}}-P_i<0. \tag{6}$$

其中

$$\phi_j=(A^j+B_jMK),\ B_j=\sum_{n=0}^{j-1}A^nB.$$

则系统(4) 均方稳定,且性能指标满足

$$J\leqslant\bar{J}(P_i,x_0,\eta_0)=\sum_{j=1}^{s}x_0^{\mathrm{T}}\Psi x_0, \tag{7}$$

式中

$$\Psi=\pi_{\eta_0 j}(A^j)^{\mathrm{T}}P_j(A^j)+\sum_{n=j}^{s}\pi_{\eta_0 n}(A^j)^{\mathrm{T}}QA^j.$$

证明 由系统(4) 可得

$$x(l)=\begin{cases}[A^r+B_rMK]x(i_k),\ l\in(i_k,i_{k+1}];\\ A^lx_0,\ l\in[0,i_1].\end{cases} \tag{8}$$

其中:$B_r=\sum_{n=0}^{r-1}A^nB$,$r=l-i_k$.

令 $\eta(i_k)=i_k-i_{k-1}=i$,$\eta(i_{k+1})=i_{k+1}-i_k=j$,$i_0=0$. 构造丢包依赖的 Lyapunov 函数

$$V(l)=x^{\mathrm{T}}(l)P_{l-i_k}x(l),\ l\in(i_k,i_{k+1}], \tag{9}$$

则有

$$\nabla V(i_k)=E[V(i_{k+1})\mid\eta(i_k)=i]-V(i_k)=$$
$$x^{\mathrm{T}}(i_k)\Big(\sum_{j=1}^{s}\pi_{ij}\phi_j^{\mathrm{T}}P_j\phi_j^{\mathrm{T}}-P_i\Big)x(i_k). \tag{10}$$

由式(6) 可得 $\sum_{j=1}^{s}\pi_{ij}\phi_j^{\mathrm{T}}P_j\phi_j^{\mathrm{T}}-P_i<0$. 对于任意的 $x(i_k)\neq0$,有 $\nabla V(i_k)<0$,则得 $\lim_{i_k\to\infty}E(V(i_k))=0$,故有 $\lim_{i_k\to\infty}E(\|x(i_k,x(i_1))\|^2)=0$.

对于 $l\in(i_k,i_{k+1}]$,将式(8) 代入式(9),并令 $\sigma_1=\max_{r\in S}\|(A^r+B_rMK)^{\mathrm{T}}P_r(A^r+B_rMK)\|_2$,$\sigma_2=\min_{i\in S}\|P_i\|_2$,$\sigma=\sigma_1/\sigma_2$.

可得 $V(l)\leqslant\sigma V(i_k)$,故有 $\lim_{l\to\infty}E(V(l))=0$. 因此 $\lim_{l\to\infty}E(\|x(l,x_0)\|^2)=0$,即系统(4) 是均方稳定的.

根据式(5) 定义的保性能指标,并结合式(8) 和(10),可得

$$J=$$
$$\sum_{l=0}^{\infty}E[x^{\mathrm{T}}(l)Qx(l)+u_f^{\mathrm{T}}(l)Ru_f(l)+V(i_{k+1})-$$
$$V(i_k)]-\sum_{k=1}^{\infty}E[V(i_{k+1})-V(i_k)]=$$
$$\sum_{k=1}^{\infty}x^{\mathrm{T}}(i_k)Zx(i_k)+\sum_{j=1}^{s}x_0^{\mathrm{T}}[\pi_{\eta_0 j}(A^j)^{\mathrm{T}}P_jA^j+$$
$$\sum_{n=j}^{s}\pi_{\eta_0 n}(A^j)^{\mathrm{T}}QA^j]x_0,$$

其中

$$Z=\sum_{n=1}^{s}\sum_{j=n}^{s}\pi_{ij}\phi_n^{\mathrm{T}}Q\phi_n+\beta_iK^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}RMK+$$
$$\sum_{j=1}^{a}\pi_{ij}\phi_j^{\mathrm{T}}P_j\phi_j^{\mathrm{T}}-P.$$

由式(6) 可知 $Z<0$,因此式(7) 成立. □

定理 1 给出了满足定义 3 的保性能被动容错控制器存在的充分条件. 下述定理给出了控制器的设计方法:

定理 2 考虑执行器故障系统(4) 和性能指标(5),对于给定的初始状态 x_0 和 η_0,以及转移概率阵 $\Pi=(\pi_{ij})\in R^{s\times s}$,如果存在正定矩阵 X_i,矩阵变量 G 和 Y,使得对于所有的 $i\in S$,下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}X_i-G-G^{\mathrm{T}} & * & * & *\\ \varXi_{i1} & -\bar{X} & * & *\\ \varXi_{i2} & 0 & -\bar{Q} & *\\ \sqrt{\beta_i}MY & 0 & 0 & -R^{-1}\end{bmatrix}<0. \tag{11}$$

其中

$$\bar{X}=\mathrm{diag}\{X_1,\cdots,X_s\},\ \bar{Q}=\mathrm{diag}\underbrace{\{Q^{-1},\cdots,Q^{-1}\}}_{s\text{个}Q},$$
$$\varXi_{i1}=[\sqrt{\pi_{i1}}\bar{\phi}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\pi_{is}}\bar{\phi}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\varXi_{i2}=[\sqrt{\alpha_{i1}}\bar{\phi}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\alpha_{is}}\bar{\phi}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\beta_i=\sum_{j=1}^{s}\pi_{ij}j,\ \alpha_{in}=\sum_{j=n}^{s}\pi_{ij},\ n\in S,$$
$$\bar{\phi}_j=(A^jG+B_jMY),\ B_j=\sum_{n=0}^{j-1}A^nB.$$

式中“$*$”表示矩阵中对称位置元素的转置. 则系统(4) 均方稳定,$K=YG^{-1}$ 为系统(4) 的保性能容错控制律,相应的系统保性能指标为

$$J\leqslant\bar{J}^*(X_i,\eta_0)=\lambda_{\max}\Big(\sum_{j=1}^{s}U^{\mathrm{T}}\Psi_2U\Big). \tag{12}$$

其中

$$\Psi_2=\pi_{\eta_0 j}(A^j)^{\mathrm{T}}X_j^{-1}(A^j)+\sum_{n=j}^{s}\pi_{\eta_0 n}(A^j)^{\mathrm{T}}QA^j.$$

证明 由 Schur 补可知,式(6) 等价于

$$\begin{bmatrix}-P_i & * & * & *\\ \tilde{\varXi}_{i1} & -\tilde{P} & * & *\\ \tilde{\varXi}_{i2} & 0 & -\bar{Q} & *\\ \sqrt{\beta_i}MK & 0 & 0 & -R^{-1}\end{bmatrix}<0.$$

其中

$$\tilde{\varXi}_{i1}=[\sqrt{\pi_{i1}}\phi_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\pi_{is}}\phi_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\varXi}_{i2}=[\sqrt{\alpha_{i1}}\phi_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\alpha_{is}}\phi_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{P} = \mathrm{diag}\{P_1^{-1},\cdots,P_s^{-1}\}.$$

注意到$(G^{-1}-P_i)^{\mathrm{T}}P_i^{-1}(G^{-1}-P_i)\geqslant 0$,则有

$$-P_i \leqslant G^{-\mathrm{T}}P_i^{-1}G^{-1}-G^{-1}-G^{-\mathrm{T}}=\Omega_{1i}.$$

因此,将上式中$-P_i$替换为Ω_{1i},且两边分别乘以$\mathrm{diag}\{G^{\mathrm{T}},I,I,I,I,I\}$和$\mathrm{diag}\{G,I,I,I,I,I\}$.令$X_i=P_i^{-1}$,$Y=KG$,可得式(11)成立.

定理1中得到的性能指标上界依赖于系统的初始状态x_0.为使解与初值无关,可假定初始状态x_0未知,但属于集合

$$\Lambda=\{x_0\in R^n: x_0=Uv, v^{\mathrm{T}}v\leqslant 1\},$$

U是一个给定的矩阵.则定理1中式(7)满足

$$J\leqslant \bar{J}^*(P_i,\eta_0)=\lambda_{\max}\Big(\sum_{j=1}^{s}U^{\mathrm{T}}\Psi U\Big),$$

其中$\lambda_{\max}(\cdot)$表示矩阵$(\cdot)$的最大特征值.将$X_i=P_i^{-1}$代入上式即得式(12).□

下述定理可求出使得系统性能指标上界最小的保性能控制:

定理3　考虑执行器故障系统(4)和性能指标(5),对于给定的初始状态x_0和η_0,以及转移概率阵$\Pi=(\pi_{ij})\in R^{s\times s}$,使得对于所有的$i,j\in S$,有

$$\min_{(X_i,G,Y,\varepsilon_{ij},\lambda_{ij},\sigma_i)}(J_0),$$

$$\text{s.t. 1) LMI(11), 2) LMI(14);}\tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} Z & * & * & * \\ \sqrt{\pi_{\eta_0 1}}UA^1 & -X_1 & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ \sqrt{\pi_{\eta_0 s}}UA^s & 0 & \cdots & -X_s \end{bmatrix}<0.\tag{14}$$

其中

$$Z=-J_0I+\sum_{j=1}^{s}\sum_{n=j}^{s}\pi_{\eta_0 n}(UA^j)^{\mathrm{T}}QUA^j.$$

若上述优化问题有解$(\tilde{X}_i,\tilde{G},\tilde{Y},\tilde{\varepsilon}_{ij},\tilde{\lambda}_{ij},J_0,\tilde{\sigma}_i)$,则系统(4)均方稳定,最优保成本容错控制器$\tilde{K}=\tilde{Y}\tilde{G}^{-1}$,且系统(4)的保性能指标$J\leqslant J_0$.

证明　若$(\tilde{X}_i,\tilde{G},\tilde{Y},\tilde{\varepsilon}_{ij},\tilde{\lambda}_{ij},J_0,\tilde{\sigma}_i)$是优化问题(13)的解,则它也是问题(13)中约束条件1)的一个可行解.根据定理2,控制器$\tilde{K}=\tilde{Y}\tilde{G}^{-1}$是系统(4)的一个保性能控制器.由Schur补可知,约束条件2)等价于$\sum_{j=1}^{s}U^{\mathrm{T}}\Psi_2U<J_0I$,因此最小化$J_0$将保证性能指标$\bar{J}^*(X_i,\eta_0)$的最小化.

该优化问题中的目标函数和约束条件都是变量的凸函数,因此问题(13)为凸优化问题,可以达到全局最小值.□

3.2　基于性能的容错控制器重新设计

从系统性能上考虑,针对特定的执行器失效模式,重新设计与控制输入相对应的控制器部分,以达到进一步提高系统性能的目的.基于定理2的设计方法,设第t个执行器$(t\in\{1,2,\cdots,p\})$无故障,则控制器增益K的第t行可以重新设计.在此假设前提下,系统(4)可表示为

$$x(l+1)=Ax(l)+(\bar{B}\bar{M}\bar{K}+B^tk^t)x(i_k),$$
$$l\in(i_k,i_{k+1}].\tag{15}$$

其中:矩阵$\bar{K}$为定理2求出的K删去第t行,矩阵$\bar{B}$为矩阵B删去第t列,$\bar{M}$为执行器故障阵M删去第t行和第t列,k^t为需要重设计的那部分控制器.

同理,性能指标(5)可表示为

$$J=\sum_{l=0}^{\infty}x^{\mathrm{T}}(l)Qx(l)+\sum_{l=0}^{\infty}[(\bar{B}\bar{M}\bar{K})^{\mathrm{T}}\bar{R}\bar{B}\bar{M}\bar{K}]+$$
$$\sum_{l=0}^{\infty}[(B^tk^t)^{\mathrm{T}}R^tB^tk^t],\tag{16}$$

其中矩阵$\bar{R}$为矩阵R删去第t行第t列.因此,与定理2的证明过程类似,可得如下定理:

定理4　考虑执行器故障系统(4)和性能指标(5),对于给定的初始状态x_0和η_0,以及转移概率阵$\Pi=(\pi_{ij})\in R^{s\times s}$,设第$t$个执行器无故障.如果存在正定矩阵$X_i$,矩阵变量$G$和$Y$,使得对于所有的$i\in S$,下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} X_i-G-G^{\mathrm{T}} & * & * & * & * \\ \Theta_{i1} & -\bar{X} & * & * & * \\ \Theta_{i2} & 0 & -\bar{Q} & * & * \\ \sqrt{\beta_i}k^tG & 0 & 0 & -(R^t)^{-1} & * \\ \sqrt{\beta_i}\,\bar{M}\bar{K}G & 0 & 0 & 0 & -\bar{R}^{-1} \end{bmatrix}<0.\tag{17}$$

其中

$$\Theta_{i1}=[\sqrt{\pi_{i1}}\tilde{\phi}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\pi_{is}}\tilde{\phi}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\Theta_{i2}=[\sqrt{\alpha_{i1}}\tilde{\phi}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\sqrt{\alpha_{is}}\tilde{\phi}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\phi}_j=(A^j+\bar{B}_j\bar{M}\bar{K})G+B_j^tY^t,$$
$$\bar{B}_j=\sum_{n=0}^{j-1}A^n\bar{B},\ B_j^t=\sum_{n=0}^{j-1}A^nB_j^t.$$

则系统(4)均方稳定,第t行控制器为$k^t=Y^tG^{-1}$,相应的系统保性能指标为式(12).

与定理3相似,可通过求解如下优化问题:

$$\min_{(X_i,G,Y^t,\varepsilon_{ij},\lambda_{ij},\sigma_i)}(J_0);$$
$$\text{s.t. 1) LMI(17), 2) LMI(14).}\tag{18}$$

求得使性能指标达到最优的那部分容错控制器(第t行).

针对系统p个执行器,利用定理4以及上述最小化问题,可求得p个针对特定故障模式的控制器,这些控制器都能保证系统的稳定性,且有更小的性能指标上界.

注1　定理4的目的在于保证系统的稳定性,

并进一步降低系统性能指标的上界. 被控系统可表示为式(15),这意味着即使第 t 个执行器发生了失效情况,仍能保证闭环系统的稳定性. 这是因为当第 t 个执行器失效时,式(15)变为 $x(l+1)=Ax(l)+\overline{B}\overline{M}\overline{K}x(i_k)$,此时系统完全在被动容错控制器的控制中,所以系统能保持稳定. 这种设计策略可降低系统性能指标的上界. 这是因为,定理 4 针对第 t 个执行器重新设计了相匹配的控制器部分,实际上是在定理 2 的基础上,针对所有可能故障集合中某一子集进行设计,而不是针对所有故障模式,因此可以降低指标的上界.

4 仿真算例

为说明上述控制器设计方法的有效性,考虑网络控制系统(4),其中参数为

$$A=\begin{bmatrix}0.9644 & 0.0981\\ 0.5491 & 0.8210\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}0.1935 & 0.2368\\ 0.9582 & -0.1006\end{bmatrix}.$$

设网络丢包上界 $s=4$,给定转移概率矩阵 Π. 保性能加权矩阵 Q 和 R,以及初值关联矩阵 U 如下:

$$\Pi=\begin{bmatrix}0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1\\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1\\ 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0.2\\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.5\end{bmatrix},\ Q=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$R=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix},\ U=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}.$$

根据上述参数,可模拟网络中数据包丢失的情况. 根据本文定理,由上述参数可求得系统的一个被动容错控制器

$$K=\begin{bmatrix}k_{p1}\\ k_{p2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.5554 & -0.3084\\ -0.8935 & -0.2026\end{bmatrix},$$

相应的最优控制性能指标为 $J=40.1145$.

利用定理 4 的结果和最小化问题(18),可得到两个控制器和相应的最优性能指标

$$K_1=\begin{bmatrix}k^1\\ k_{p2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.6095 & -0.3387\\ -0.8935 & -0.2026\end{bmatrix},$$

$$J_1=22.8684;$$

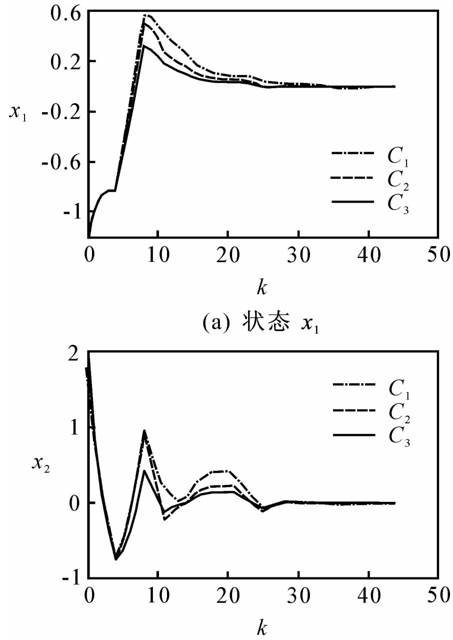
$$K_2=\begin{bmatrix}k_{p1}\\ k^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.5554 & -0.3084\\ -0.9592 & -0.2232\end{bmatrix},$$

$$J_2=35.3069.$$

由式(2)和(3)可知,执行器发生失效时有两种模式,即

$$M_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ M_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}.$$

设系统在初始时刻执行器未发生失效,时刻 5 ~ 10 之间失效模式为 M_1,时刻 10 ~ 18 之间失效模式为 M_2,时刻 18 ~ 29 之间失效模式为 M_1,时刻 29 之后执行器恢复正常;系统初始状态为 $x_0=[-1.2,1.8]^{\mathrm{T}}$. 则系统状态响应如图 1 所示.



(a) 状态 x_1

(b) 状态 x_2

图 1 系统状态响应

图 1 针对上述执行器失效模式,以 3 条曲线给出了 3 种控制器序列的状态响应. 其中:点划线表示被动容错控制器 K 控制下的系统状态响应,控制序列记为 C_1;短连线表示初始时刻控制器为 K_2,时刻 12 切换到控制器 K_1,时刻 20 切换到控制器 K_2,时刻 31 切换到控制器 K_1,控制序列记为 C_2;实线表示初始时刻控制器为 K_1,时刻 12 切换到控制器 K_2,时刻 20 切换到控制器 K_1,时刻 31 切换到控制器 K_2,控制序列记为 C_3.

由图 1 可以看出,无论哪种控制序列都能保持闭环系统稳定. 依据性能指标(5)衡量 3 个控制序列的性能,得到 $J_{C_3}<J_{C_2}<J_{C_1}$. 这意味着控制序列 C_3 为性能最优的主动容错控制序列.

5 结 论

本文研究在保证系统稳定的前提下,具有随机数据包丢失的网络化控制系统的主动容错控制器设计问题. 基于丢包过程为有限状态马尔可夫链随机过程的 NCS 模型,利用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式方法,给出了保证系统在执行器失效模式下均方稳定,且满足一定性能指标的被动容错控制器设计方法. 在此基础上,给出了针对某一执行器故障模式的主动容错控制器设计方法,进一步提高了闭环系统的性能. 数值算例表明了本文定理的有效性.

参考文献(References)

[1] Nilsson J, Bernhardsson B, Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays [J]. Automatica, 1998, 34(1): 57-64.

[2] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.

[3] Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y G. A survey of recent results in networked control systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 138-162.

[4] Wu J, Chen T W. Design of networked control systems with packet dropouts[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(7): 1314-1319.

[5] Brockett R W, Liberzon D. Quantized feedback stabilization of linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(7): 1279-1289.

[6] Rabello A, Bhaya A. Stability of asynchronous dynamical systems with rate constraints and applications [J]. IEE Proc of Control Theory and Application, 2003, 150(5): 546-550.

[7] Xiong J L, Lam J. Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss[J]. Automatica, 2007, 43(1): 80-87.

[8] Huo Z H, Fang H J. Research on robust fault-tolerant control for networked control system with packet dropout[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(1): 76-82.

[9] Li S B, Sauter D, Aubrun C, et al. Stability guaranteed active fault tolerant control of networked control systems[J]. J of Control Science and Engineering, 2008, 8(1): 33-42.

[10] Mahmoud M, Jiang J, Zhang Y M. Active fault tolerant control systems: Stochastic analysis and synthesis[M]. New York: Springer, 2003.

[11] Maki M, Jiang J, Hagino K. A stability guaranteed active fault-tolerant control system against actuator failures[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2004, 14(12): 1061-1077.

(上接第 1125 页)

[21] Kaelbling L P, Littman M L, Cassandra A R. Planning and acting in partially observable stochastic domains [J]. Artificial Intelligence, 1998, 101(1): 99-134.

[22] Iyengar G. Robust dynamic programming [J]. Mathematics of Operations Research, 2005, 30(2): 257-280.

[23] Ben-Tal A, Goryashko A, Guslitzer E, et al. Adjustable robust solutions of uncertain linear programs[J]. Mathematical Programming — A, 2004, 99(2): 351-376.

[24] Chen X, Zhang Y. Uncertain linear programs: Extended affinely adjustable robust counterparts[R]. Urbana: University of Illinois, 2008.

[25] Bertsimas D, Caramanis C. Finite adaptability in multistage linear optimization[R]. Cambrige: Sloan School of Management, 2008.

[26] 李玉强,贺国平. 鲁棒线性优化研究的新进展[C]. 第二届中国智能计算大会论文集. 洛阳,2008:65-69.
(Li Y Q, He G P. New developments of robust linear program research [C]. Chinese 2nd Intelligent Computation Conf. Luoyang, 2008: 65-69.)

[27] Bertsimas D, Nohadani O, Teo K M. Robust nonconvex optimization for simulation-based problems [R]. Cambridge: Sloan School of Management, 2007.

[28] Nemirovski A. Robust convex optimization[C]. 11th Int Conf on Stochastic Programming. Vienna, 2007.

[29] Ben-Tal A, Boyd S, Nemirovski A. Extending the scope of robust optimization: Comprehensive robust counterparts of uncertain problems[J]. Mathematical Programming — B, 2006, 107(1): 63-69.

[30] Yang K, Wu Y H, Huang J W, et al. Distributed robust optimization for communication networks[C]. 27th Conf on Computer Communications. Phoenix, 2008: 1157-1165.