

文章编号: 1001-0920(2009)08-1269-04

一种提高 Vicsek 模型收敛效率的新方法

高建喜¹, 陈卓¹, 蔡云泽¹, 许晓鸣^{1,2}

(1. 上海交通大学 自动化系, 上海 200240; 2. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 针对 Vicsek 模型收敛速度较慢和一致程度较低的问题, 利用动态网络的拓扑结构并结合复杂网络中度的概念, 提出一种以度为权重提高 Vicsek 模型收敛效率的新方法. 进一步以动态网络的度的幂指数得到模型的推广形式, 该指数的范围为 $[0, \infty)$. 仿真实验结果表明, 改进后模型的收敛效率优于原模型, 且收敛效率随着指数的增加而增大.

关键词: 动态网络; 拓扑结构; 收敛时间; 一致程度

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Approach to enhance convergence efficiency of Vicsek model

GAO Jian-xi¹, CHEN Zhuo¹, CAI Yun-ze¹, XU Xiao-ming^{1,2}

(1. Automation Department, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. Management College, Shanghai University of Technology, Shanghai 200093, China. Correspondent: GAO Jian-xi, E-mail: jianxi.gao@gmail.com)

Abstract: For accelerating the convergence efficiency of Vicsek model, a new weighted model is presented by utilizing the degree in complex network and the topological structure of the dynamic network. In order to enhance the convergence efficiency of the system, the model is extended and a scaling exponent of the neighbor number is between 0 and ∞ . Simulation results show that the new model is better than the standard model in convergence efficiency which is higher as the exponent increases.

Key words: Dynamic network; Topologic structure; Convergence time; Degree of consensus

1 引言

近年来, 随着对分布式传感器网络^[1]、无人驾驶飞行器^[2]、自治水下潜艇^[3] 等问题研究工作的开展, 作为研究一致程度问题的基础模型, Vicsek 模型受到了广泛的关注. 在 Vicsek 模型中, 若用图(或网络) 来描述每个个体与邻居之间的关系, 则因个体的运动而形成拓扑, 在每个时刻都变化的动态网络. 若将每个时刻的图记为 G , 则可得到一个图的序列 $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$.

文献[4-9] 指出, 当图的序列在拓扑上满足一定条件时, 系统才能达成一致. 针对 Vicsek 模型中个体影响区域相同、运动速率恒定的特点, [10] 指出, 随着个体影响区域的非均质化, 所形成的非均质网络更有利于系统达成一致, 而通过对少数 hub 节点的控制, 可使所有的节点都跟随 hub 节点的方向移动. [11] 则引入自适应的速率调节机制, 使得系

统在个体运动速率较高的情况下仍能达成一致.

对复杂网络的研究表明, 现实中的各类网络在拓扑结构上通常具有非均质化的特点^[12,13], 即部分节点与网络中的大多数节点相连, 具有很大的度. 这类度大的节点对网络结构以及发生在网络上的动力学过程有很大的影响. 例如在万维网中, 新加入的网页总是与度大的网页链接; 在金融网络和交通网络中, 少数 hub 节点的毁坏将导致整个网络的瘫痪. 对于 Vicsek 模型, 尽管个体的影响区域大小相同, 但邻居个数是不同的. 若用图(或网络) 来描述每个个体与邻居之间的关系, 则每个节点的度也会存在差异. 随着个体影响区域的增大, 网络的结构会趋向均质化, 但在实际的多个个体系统中(如机器人队列或移动传感器网络), 基于成本、技术等原因的考虑, 决定了个体影响区域的大小只能在一个有限的范围内变化.

收稿日期: 2008-08-31; 修回日期: 2008-12-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60575036); 国家 973 计划项目(2002cb312200).

作者简介: 高建喜(1982—), 男, 西安人, 博士生, 从事复杂系统、合作控制的研究; 许晓鸣(1957—), 男, 福建龙岩人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模、智能控制等研究.

本文考虑到演化过程中邻居个数的差异,将度引入 Vicsek 模型个体方向更新的计算,以含权的矢量和来取代原先的矢量平均.新的计算方法对一致过程中每个个体的影响以度进行区分,反映了网络拓扑结构上非均质化的特点.仿真结果表明,新的计算方法能提高系统的收敛效率和一致程度.

2 Vicsek 模型

在 Vicsek 模型中, N 个自治的个体以相同的速率在 $L \times L$ 的平面上移动.在初始时刻,每个个体的横纵坐标都服从 $[0, L]$ 均匀分布,且每个个体的方向都服从 $[0, 2\pi)$ 均匀分布.在每个时刻 t ,每个个体的方向为该个体 $t-1$ 时刻的方向与邻居个体 $t-1$ 时刻方向的平均值.在 $t+1$ 时刻,第 i 个个体的位置变化的关系为

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_0 e^{i\theta_i(t)}, \quad (1)$$

其方向变化可确定为

$$e^{i\theta_i(t+1)} = e^{i\Delta\theta_i(t)} \frac{\sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} e^{i\theta_j(t)}}{\left\| \sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} e^{i\theta_j(t)} \right\|_2}, \quad (2)$$

其中: $\Delta\theta_i$ 为白噪音(本文只考虑 $\Delta\theta_i = 0$ 的情况), $e^{i\theta_i(t)}$ 为单位方向向量, $\Gamma_i(t+1)$ 为 $t+1$ 时刻个体 i 的邻居集合.

所有个体达到一致的程度^[14,15] 可用下式来度量:

$$V_a = \left| \frac{\sum_{i=1}^n e^{i\theta_i(t)}}{N} \right|, \quad 0 \leq V_a \leq 1. \quad (3)$$

V_a 值越大,说明一致程度越高.当 $V_a = 1$ 时,表明所有个体的方向都达到一致.数值仿真结果表明,在较大的密度和较小的噪音情况下,所有个体能在有限时间内达到一致^[16,17].

因为半径 R 是有限的,所以每个个体只能与部分个体进行信息交换,即每个个体只能获得局部信息, R 的大小决定了网络的连通度.另外,绝对速度 v_0 的大小决定了网络拓扑关系的变化程度,当绝对速度较小时,邻居关系几乎保持不变;当绝对速度较大时,邻居关系会频繁变化.

本文主要研究上述两个参数的变化对系统收敛效率的影响.为了便于研究,收敛效率所包含的两个方面分别定义如下:

定义 1(收敛时间 t) 收敛时间是指系统中所有个体的方向不再发生改变,或其改变量小于某规定的阈值时,系统运行的时间步.

定义 2(一致程度) 一致程度是指系统收敛时,衡量系统达成一致的程.主要有两个指标:一个是式(3)所示的平均动量 V_a ;另一个是 $\langle S \rangle$,即系统收敛时,方向一致的最大团体数目占总数的百分比.

3 改进模型

3.1 以度为权的模型(模型 I)

在复杂网络的研究中,度是一个非常重要的参数.Vicsek 模型作为一种动态网络,存在邻居数目这一概念,它等同于复杂网络中的度.本文利用网络拓扑结构中非均质化的特点,从度的角度改进 Vicsek 模型.在 Vicsek 模型中,度大的节点能影响更多的个体,因此应赋予更大的权重.本文引入与邻居个数相关的权重,并给出方向改变的表达式,得到以度为权的模型,称为模型 I,如下式所示:

$$e^{i\theta_i(t+1)} = \frac{\sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} \gamma_j^{(1)}(t) e^{i\theta_j(t)}}{\left\| \sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} \gamma_j^{(1)}(t) e^{i\theta_j(t)} \right\|_2},$$

$$\sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} \gamma_j^{(1)}(t) = 1, \quad \gamma_j^{(1)} \geq 0, \quad j \in \Gamma_i(t+1). \quad (4)$$

其中 $\gamma_j^{(1)}(t)$ 表示个体 i 的第 j 个邻居在 t 时刻的权重,其计算公式为

$$\gamma_j^{(1)}(t) = n_j(t) / \sum_{k \in \Gamma_i(t+1)} n_k(t), \quad (5)$$

其中 $n_j(t)$ 表示个体 i 的第 j 个邻居个数.

3.2 以度的指数为权的模型(模型 II)

3.1 节给出了以度为权重的模型,即模型 I.由后面图 1 可以看出,模型 I 可改进系统的收敛效率.模型 I 的关键是使不同邻居对个体下一时刻方向更新的影响差异化,从而提高度大个体的权重.原 Vicsek 模型可看作拥有不同度个体的权重是相同的.扩大不同个体权重的差异程度,可提高系统的收敛效率,即提高度大个体的权重,缩小度小个体的权重.

调整不同个体权重的差异程度,可将 Vicsek 模型和模型 I 推广到一般情形.本文用以度的幂指数为权重的模型 II 进行描述,如下式所示:

$$\gamma_j^{(\lambda)}(t) = n_j^\lambda(t) / \sum_{k \in \Gamma_i(t+1)} n_k^\lambda(t), \quad \lambda \geq 0. \quad (6)$$

模型 II 的显著特征是:随着幂指数的增加,不同度个体权重的差异扩大,系统的收敛效率随之增加.

当 $\lambda = 0$ 时,式(6)为标准的 Vicsek 模型;当 $\lambda = 1$ 时,式(6)为 3.1 节中的模型 I.当 $\lambda > 1$ 时,不同度个体影响的差异程度进一步扩大,这时系统的收敛效率高于模型 I;当 $0 < \lambda < 1$ 时,度大个体的权重比模型 I 减小,其收敛效率介于原 Vicsek 模型与模型 I 之间.当 $\lambda \rightarrow +\infty$ 时,个体按下式改变方向:

$$e^{i\theta_i(t+1)} = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} \gamma_j^{(\lambda)}(t) e^{i\theta_j(t)}}{\left\| \sum_{j \in \Gamma_i(t+1)} \gamma_j^{(\lambda)}(t) e^{i\theta_j(t)} \right\|_2} =$$

$$\sum_{j \in \Omega_i(t+1,1)} e^{i\theta_j(t)} / \left\| \sum_{j \in \Omega_i(t+1,1)} e^{i\theta_j(t)} \right\|_2, \quad (7)$$

其中 $\Omega(t+1,1)$ 为个体 i 的所有邻居中邻居数最多的个体集合。

根据式(7)可得到这样的方向更新规则:个体 i 的方向由其所有邻居中邻居数最多的个体方向的矢量平均值得到。

4 仿真结果及分析

为了表明改进后模型的优势,本文进行了大量仿真实验.在实验中, N 个个体在整个 2D 空间中无边界地运动^[11],而非周期边界^[14].最近的研究表

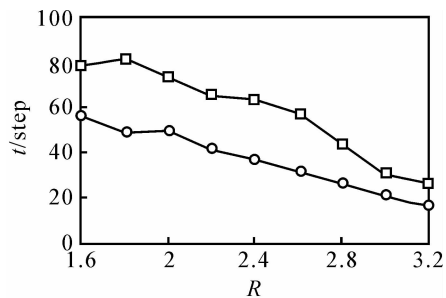
明:在无边界上运动的集群现象与在周期边界上的集群现象相比,前者的收敛性或涌现取决于个体之间的连通度^[4,18].在本文的仿真过程中,参数选取 $N = 200, L = 8$,结果分析采用 300 次仿真的平均值。

模型 I 和原 Vicsek 模型的仿真结果如图 1 所示.其中: t 为收敛时间, $\langle S \rangle$ 为一致程度, R 为影响半径, v_0 为速率;方框代表 Vicsek 模型,圆圈代表模型 I。

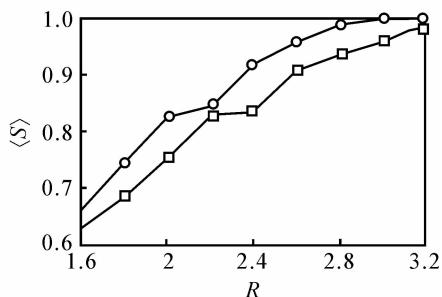
由图 1(a) 和 (b) 可以看出,当 R 变化时,原 Vicsek 模型与模型 I 相比,前者实现收敛所花费的时间多,并且一致程度低;由图 1(c) 和 (d) 可以看出,当 v_0 变化时,模型 I 实现收敛所需的时间比原 Vicsek 模型少,并且一致程度高。

通过图 1 还可发现,无论是 R 还是 v_0 发生变化,模型 I 收敛时间的差异较大,一致程度的差异较小.由此可见,模型 I 不仅能提高 Vicsek 模型的一致程度,而且可缩短系统的收敛时间。

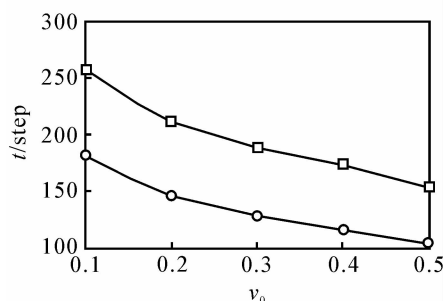
考虑到实际情况,当 $\lambda > 100$ 时,度的指数接近 ∞ ,因此本文仅对 $\lambda \in [0, 100]$ 的情形进行仿真.仿真结果如图 2 所示。



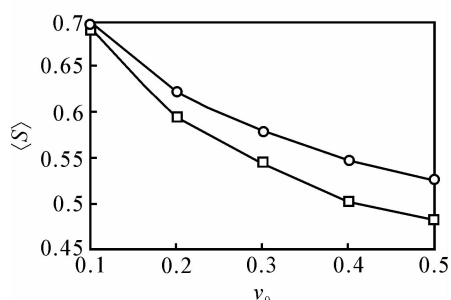
(a) 影响半径与收敛时间的关系



(b) 影响半径与一致程度的关系

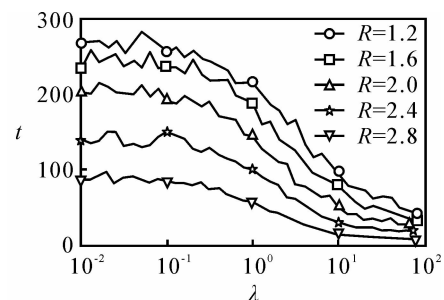


(c) 速率与收敛时间的关系

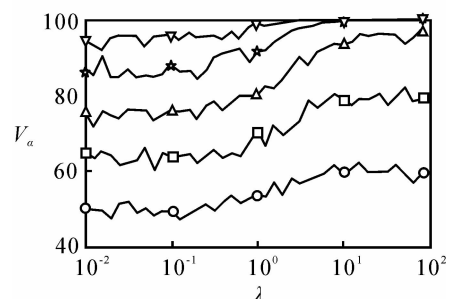


(d) 速率与一致程度的关系

图 1 模型 I 与原 Vicsek 模型的结果对比



(a) 指数 λ 与收敛时间 t 的关系



(b) 指数 λ 与一致程度 V_a 的关系

图 2 指数变化与一致性的关系

从图 2(a) 可以看出,随着指数的增大,收敛时间几乎呈指数下降.当 R 增大时,收敛时间逐渐减少;当指数增大到一定程度时, R 对结果的影响趋于平稳.当指数较小时, R 对收敛时间有较大的影响;当指数增大到一定程度时, R 对收敛时间的影响已不重要.由此可见,该方法对收敛时间的改进是有效的。

从图 2(b) 可以看出,随着指数的增大,系统的

一致程度也在增加.由此可见,该方法也可提高系统的一致程度.

5 结 论

多智能体的集群行为是工程领域的一个重要研究课题,但用网络的拓扑关系来提高系统收敛性的研究还很少.本文将动态网络中度的概念引入多智能体的研究,用一个与邻居个数相关的权重改进 Vicsek 模型中个体更新方向的规则.仿真结果表明,该方法不仅能加速系统的收敛速度,而且可提高系统的一致程度.

参考文献 (References)

- [1] Akyildiz I F, Su W, Sankarasubramaniam Y, et al. Wireless sensor networks: A survey [J]. *Computer Networks*, 2002, 38(4): 393-341.
- [2] Stipanovic D M, Inalhan G, Teo R, et al. Decentralized overlapping control of a formation of unmanned aerial vehicles[J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1285-1296.
- [3] Stilwell D J, Bishop B E. Platoons of underwater vehicles[J]. *IEEE Control System Magazine*, 2000, 20(6): 45-52.
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988-1001.
- [5] Wei Ren, Randal W Beard. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655-661.
- [6] Zhiyun Lin, Mireille Broucke, Bruce Francis. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(4): 622-629.
- [7] Guillaume Gregoire, Hugues Chate. Onset of collective and cohesive motion [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(2): 40-46.
- [8] Huepe C, Aldana M. Intermittency and clustering in a system of self-driven particles [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(16): 701-704.
- [9] Nagy M, Daruka I, Vicsek T. New aspects of the continuous phase transition in the scalar noise model (SNM) of collective motion[J]. *Physic A*, 2007, 373(1): 445-454.
- [10] Wen Yang, Lang Cao, Xiaofan Wang, et al. Consensus in a heterogeneous influence network [J]. *Physical Review E*, 2006, 74(9): 101-104.
- [11] Wei Li, Xiaofan Wang. Adaptive velocity strategy for swarm aggregation[J]. *Physical Review E*, 2007, 75(9): 917-923.
- [12] Duncan J Watts, Steven H Strogatz. Collective dynamics of "small-world" networks [J]. *Nature*, 1998, 393(4): 440-442.
- [13] Albert-László Barabási, Réka Albert. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999, 286(10): 509-512.
- [14] Vicsek T, Czirok A, Jacob E B, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [15] Czirok A, Stanley H E, Vicsek T. Spontaneously ordered motion of self-propelled particles[J]. *Physic A*, 1997, 30(9): 1375-1385.
- [16] Reeb S G. Can a minority of informed leaders determine the foraging movements of a fish shoal[J]. *Animal Behave*, 2000, 59(2): 403-409.
- [17] Swaney W, Kendal J, Capon H, et al. Familiarity facilitates social learning of foraging behaviour in the guppy[J]. *Animal Behave*, 2001, 62(3): 591-598.
- [18] Moreau L. Stability of multi-agent systems with time-dependent communication links [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(2): 169-182.

(上接第 1268 页)

- [4] Lee J W, Mazumdar R, Shroff N B. Joint resource allocation and base-station assignment for the downlink in CDMA networks [J]. *IEEE/ACM Trans on Networking*, 2006, 14(1): 1-14.
- [5] Duan X, Niu Z, Huang D, et al. A dynamic power and rate joint allocation algorithm for mobile multimedia DS-CDMA networks based on utility functions[C]. *Proc of IEEE Int Symp on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication*. Lisboa, 2002, 3: 1107-1111.
- [6] Oh S J, Wasserman K M. Optimality of greedy power control and variable spreading gain in multi-class CDMA mobile networks[C]. *Proc of ACM Mobicom'99*. Seattle, 1999: 102-112.
- [7] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]. *Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks*. Perth, 1995, 4: 1942-1948.