

文章编号: 1001-0920(2011)05-0717-04

基于多圆迭代和 H_∞ 滤波的捷联/天文定位算法研究

于永军, 刘建业, 熊 智, 李荣冰

(南京航空航天大学 导航研究中心, 南京 210016)

摘要: 针对现有天文定位算法的缺点, 提出一种多圆交汇迭代天文定位算法. 该算法能够充分利用可观测恒星, 同时能计算出定位误差协方差阵. 针对提出的算法定位误差非线性的特点, 提出了基于 H_∞ 滤波器的捷联/天文自适应组合导航算法, 根据定位误差协方差阵实现量测自适应. 仿真结果表明, 天文定位算法模型准确, 组合导航算法定位精度小于 20m, 定位误差稳定.

关键词: 天文导航; 多圆交汇; 组合导航; 自适应; H_∞ 滤波

中图分类号: V249.3

文献标识码: A

Research on SINS/CNS integrated navigation algorithm based on multi-circles intersection celestial positioning algorithm and H_∞ filter

YU Yong-jun, LIU Jian-ye, XIONG Zhi, LI Rong-bing

(Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. YU Yong-jun, E-mail: yuyongjun@nuaa.edu.cn)

Abstract: Based on the analysis of celestial positioning algorithm, a multi-circles intersection celestial positioning algorithm is developed. The algorithm can make full use of navigation stars and produce position error covariance matrix simultaneously. According to the nonlinear characteristics of the position error, a self-adaptive SINS/CNS integrated navigation system using H_∞ filter is designed, which can adapt to the measurement using position error covariance matrix. The simulation results show that celestial positioning model is accurate, and the SINS/CNS integrated system has high precision and steady position error.

Key words: celestial navigation system(CNS); multi-circles; integrated navigation; self-adaptive; H_∞ filter

1 引言

目前, 无人机被广泛应用于军事和民用领域. 高空长航程无人机以续航时间长, 飞行高度高的优势成为无人机发展重点的同时, 对自主导航技术的精度和可靠性提出了极高的要求^[1]. 使用天文导航系统(CNS)进行定位受到重视^[2]. 目前常用的高度差迭代算法因为被观测恒星的分布, 容易出现迭代计算中分母为零的情形, 导致数值计算不稳定; 两圆交汇法只能完成基于两颗恒星的定位计算, 不能充分利用可观测恒星的信息. 同时, 这两种方法都无法给出定位误差估计, 组合导航时存在建模不准确的问题^[3-4].

随着天文导航系统在高空长航无人机领域受到高度重视, 组合导航系统难以精确建模、误差特性难以获得等问题逐渐突显, H_∞ 滤波技术则以其更好的

鲁棒性受到了广泛关注^[5-6].

本文在研究天文定位原理的基础上, 提出了多圆交汇迭代的天文导航定位算法, 并建立了天文定位误差协方差阵估计模型. 针对其定位误差非线性和不易建模的特点, 设计了自适应 H_∞ 滤波(AHF)捷联/天文组合导航算法, 该算法能够提供稳定的导航定位信息.

2 基于多圆迭代的天文定位数学模型

天文定位的基本原理是通过观测星体的高度角和方位角进行定位, 其定位计算公式可由球面三角公式求得^[7], 即

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \delta_A \sin L + \cos \delta_A \cos L \cos(t_G + \lambda), \quad (1) \\ \cos A &= \frac{\cos L \sin \delta_A - \sin L \cos \delta_A \cos(t_G + \lambda)}{\cos h}. \quad (2) \end{aligned}$$

收稿日期: 2010-01-29; 修回日期: 2010-04-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60904091); 航空科学基金项目(20070852009); 惯性技术预研基金项目.

作者简介: 于永军(1982-), 男, 博士生, 从事惯性技术与组合导航系统的研究; 刘建业(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性技术、卫星定位等研究.

其中: λ, L 分别表示载体的经度、纬度; δ_A, t_G 分别表示恒星的赤纬、格林时角, 二者皆可通过观测时间从星历表中获得。

式(1)和(2)中, 只有载体的位置 λ 和 L 是未知量, 因此理论上可以通过两式解算得到载体的水平位置。但由式(2)可以看出, 单星定位时, 可观星的高度角不能为 90° , 其定位存在局限性, 而且无法提供对定位误差的估计。在单星导航的基础上发展出的双星定位和高度差法定位虽然降低了对可观星的要求, 但同样存在无法对定位误差进行估计的缺点。

由式(1)和(2), 通过捷联惯导系统提供的经纬度, 以及由星历表获得的 δ_A 和 t_G , 可以计算得到高度角 \hat{h} 和方位角 \hat{A} , 即

$$\sin \hat{h} = \sin \hat{L} \sin \delta_A + \cos \hat{L} \cos \delta_A \cos(\hat{\lambda} + t_G), \quad (3)$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\cos \hat{L} \sin \delta_A - \sin \hat{L} \cos \delta_A \cos(t_G + \hat{\lambda})}{\cos \hat{h}}. \quad (4)$$

其中: $\hat{\lambda}, \hat{L}$ 表示捷联惯导系统的经度、纬度; $\Delta\lambda, \Delta L$ 为经纬度误差, 且有

$$\begin{aligned} \hat{h} &= h + \Delta h, \quad \hat{A} = A + \Delta A, \\ \hat{L} &= L + \Delta L, \quad \hat{\lambda} = \lambda + \Delta\lambda. \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)代入(3)和(4)后, 在 Δh 和 ΔA 为小量的情况下, 在 L 和 h 处进行一阶泰勒展开, 可得到

$$\begin{aligned} \sin(h + \Delta h) &= \sin h + \cos h \cdot \Delta h = \\ \sin L \sin \delta_A + \cos L \cos \delta_A \cos t_G \cos \lambda - \\ \cos \delta_A \sin t_G \cos L \sin \lambda + \beta_1 \cdot \Delta L + \alpha_1 \cdot \Delta\lambda, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \cos(A + \Delta A) \cdot \cos(h + \Delta h) &= \\ \cos A \cos h - \cos A \sin h \cdot \Delta h - \sin A \cos h \cdot \Delta A = \\ \cos L \sin \delta_A - \sin L \cos \delta_A \cos(t_G + \lambda) + \\ \beta_2 \cdot \Delta L + \alpha_2 \cdot \Delta\lambda. \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\cos \delta_A \cos t_G \sin \lambda \cos L - \\ &\quad \cos \delta_A \sin t_G \cos \lambda \cos L, \\ \beta_1 &= \sin \delta_A \cos L - \cos \delta_A \sin L \cos t_G \cos \lambda + \\ &\quad \cos \delta_A \sin L \sin t_G \sin \lambda, \\ \alpha_2 &= \sin \delta_A \sin L \sin(t_G + \lambda), \\ \beta_2 &= -\sin L \sin \delta_A - \cos \delta_A \cos L \cos(t_G + \lambda). \end{aligned}$$

根据式(1), (2), (6), (7), 有

$$\begin{aligned} \sin \hat{h} - \sin h &= \alpha_1 \cdot \Delta\lambda + \beta_1 \cdot \Delta L = \cos h \cdot \Delta h, \\ \cos \hat{A} \cos \hat{h} - \cos A \cos h &= \alpha_2 \cdot \Delta\lambda + \beta_2 \cdot \Delta L = \\ -\cos A \sin h \cdot \Delta h - \sin A \cos h \cdot \Delta A. \end{aligned} \quad (8)$$

当可观测恒星大于 1 时, 根据式(8)可给出多颗

导航恒星时的矩阵描述, 即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \\ &[\sin \hat{h}_1 - \sin h_1 \quad \cos \hat{A}_1 \cos \hat{h}_1 - \cos A_1 \cos h_1 \cdots]^T, \\ \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots \end{bmatrix}^T, \\ \boldsymbol{\sigma} &= [\Delta\lambda \quad \Delta L]^T. \end{aligned}$$

由加权最小二乘原理, 可以得到式(9)的解为

$$\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{Y}, \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\epsilon}$ 表示由观测高度角和观测方位角的观测噪声带来的误差。假设观测高度角和观测方位角的观测噪声分别为 h_ϵ 和 A_ϵ , 即有

$$h = h_S + h_\epsilon, \quad A = A_S + A_\epsilon,$$

h_S 和 A_S 为理想高度角和方位角。

类似式(6)和(8), 可得到观测量的量测噪声为

$$\boldsymbol{\epsilon} = [\cos h_1 \cdot h_{\epsilon 1}, -\cos A_1 \sin h_1 \cdot h_{\epsilon 1} - \sin A_1 \cos h_1 \cdot A_{\epsilon 1} \cdots]^T. \quad (11)$$

根据最小二乘原理, 多圆交汇迭代天文定位的误差估计方差为

$$\mathbf{R} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{M} (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1}. \quad (12)$$

其中: \mathbf{R} 的对角线元素表示天文定位经纬度估计误差方差, 非对角线元素表示经纬度估计误差的协方差。根据式(10)计算出 $\boldsymbol{\sigma}$ 后, 即可根据

$$\begin{cases} \lambda_i = \hat{\lambda}, \quad L_i = \hat{L}, \quad i = 1, \\ \lambda_i = \lambda_{i-1} - \Delta\lambda_{i-1}, \\ L_i = L_{i-1} - \Delta L_{i-1}, \quad i = 2, 3, \cdots, n \end{cases} \quad (13)$$

进行迭代, 得到天文导航输出的经纬度。为提高精度, 可设置 $\boldsymbol{\sigma}$ 的阈值作为迭代终止条件。

3 基于 H_∞ 滤波的捷联/天文组合定位模型

由式(13)可以看出, 天文定位初值使用了捷联惯导位置, 因而天文定位误差特性与捷联惯导特性紧密相关。而捷联惯导定位随时间发散, 同时具有不确定性, 因此天文定位误差特性不易建模^[8]。 H_∞ 滤波对噪声的不确定性具有很好的鲁棒性^[9-10], 本文在天文定位算法基础上, 提出了自适应 H_∞ 滤波(AHF)捷联/天文组合导航定位算法。

导航坐标系选为东北天地理坐标系, 系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\mathbf{X}(t) + \boldsymbol{\Phi}(t)\mathbf{W}(t). \quad (14)$$

其中: 状态变量 $\mathbf{X} = [\phi_e, \phi_n, \phi_u, \delta v_e, \delta v_n, \delta v_u, \delta L, \delta\lambda, \delta h]$; ϕ_e, ϕ_n, ϕ_u 为平台误差角; $\delta v_e, \delta v_n, \delta v_u$ 为速度误

差; $\delta L, \delta \lambda, \delta h$ 为纬度、经度和高度误差; $\mathbf{W}(t)$ 为有限能量噪声.

量测值选取捷联惯导输出的经纬度与天文导航输出的经纬度的差值, 系统量测方程为

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{W}(t). \quad (15)$$

开环控制的 H_∞ 滤波器虽然鲁棒性较好, 但精度较低. 采用闭环 H_∞ 滤波器可以有效地提高组合定位精度^[1]. 式(14)和(15)构成的系统的闭环 H_∞ 滤波器递推结构如下:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} &= 0, \hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{k-1|k-1} - \gamma^{-2} \mathbf{I}, \\ \mathbf{K}_k &= [\Gamma_k \mathbf{D}_k^T + \Phi_{k|k-1} \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{H}_k^T] [\mathbf{I} + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{H}_k^T]^{-1}, \\ \mathbf{P}_k &= (\Phi_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} (\Phi_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^{-1} + \\ & (\Gamma_k - \mathbf{K}_k \mathbf{D}_k) (\Gamma_k - \mathbf{K}_k \mathbf{D}_k)^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

考虑到多圆交汇法可以得到天文导航定位的误差方差协方差阵, 因此可利用式(12)得到的天文定位误差估计方差值对量测信息进行实时修正, 从而确保量测信息能随定位误差的变化实现自适应的调整. 假设初始时刻的天文定位观测噪声方差为 \mathbf{R}_0 , 在第 i 个滤波周期, 得到的天文定位观测噪声方差为 \mathbf{R}_i , 定义

$$\mathbf{Z}_k^i = \mathbf{Z}_k / \sqrt{\mathbf{R}_i / \mathbf{R}_0},$$

用 \mathbf{Z}_k^i 代替 \mathbf{Z}_k , 则式(16)中的 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k}$ 变为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \mathbf{K}_k \mathbf{Z}_k^i. \quad (17)$$

由此, 可建立基于量测自适应的 H_∞ 滤波器.

4 捷联/天文组合导航定位系统仿真

4.1 多圆交汇迭代天文定位算法仿真

首先验证本文提出的多圆交汇迭代天文定位算法的正确性与有效性. 设观测恒星为4颗: Alioth, Arcturus, Dubhe, Denebola. 导航恒星的高度角和方位角观测误差为 $10''$ (1σ); 选取中低精度惯导系统, 等效陀螺漂移为 0.01 ($^\circ/\text{h}$), 等效加速度零偏为 10^{-5} g, 陀螺一阶马尔可夫过程相关时间为 3600 s, 加速度零偏一阶马尔可夫过程相关时间为 1800 s; 仿真过程中假

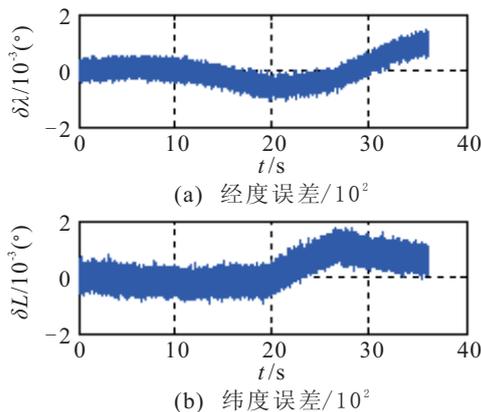


图1 多圆迭代天文位置误差曲线

设天文传感器输出周期为 1 s.

设定飞行器的经纬度分别为东经 118° 和北纬 32° , 进行 3600 s 的静态仿真, 如图1所示.

天文定位误差的均值与均方差如表1所示.

表1 天文定位误差均值与均方差

误差项	误差均值/m		误差均值/m	
	经度误差	纬度误差	经度误差	纬度误差
误差值	58.3	80.3	115.9	152.6

通过图1和表1中的数据, 可以看出天文定位误差具有明显的非线性.

根据式(12)得到的天文定位误差估计方差, 可以求得经度误差为 112.3 m, 纬度误差为 149.2 m, 与表1中的经纬度均方差基本一致. 经纬度协方差均为 10^{-6} 米量级, 远小于经纬度误差. 由此可以证明本文设计的迭代算法模型是正确的, 并且天文定位的经纬度误差相互独立.

4.2 捷联天文定位组合导航仿真

模拟高空飞机航迹如图2所示, 初始高度为 10 km, 仿真时间设为 3600 s. H_∞ 滤波器工作初始值如表2所示. 为了验证设计的自适应 H_∞ 滤波器, 在 $1200 \sim 2400$ s, 天文观测恒星由4颗变为2颗.

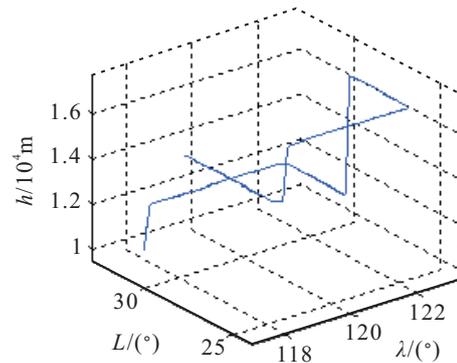


图2 仿真航迹图

表2 H_∞ 滤波器工作初始值

误差项	水平姿态角误差($''$)	航向角误差($''$)	速度误差/(m/s)	经纬度误差/m	高度误差/m
初始值	360	1800	0.6	200	100

本文的仿真中, 结合天文定位的误差特性, 兼顾滤波的鲁棒性和滤波精度, 对 γ 取值为 300 .

通过图3可以明显看出, 在 $1200 \sim 2400$ s, 可观测恒星的减少导致天文观测误差明显增大.

根据天文观测误差协方差阵设计的自适应 H_∞ 滤波结果和经典卡尔曼滤波结果对比如图4所示. 由图4可以看出, 可观测恒星由4颗变为2颗时, 使用设计的自适应滤波器能够实现量测噪声的自适应, 定

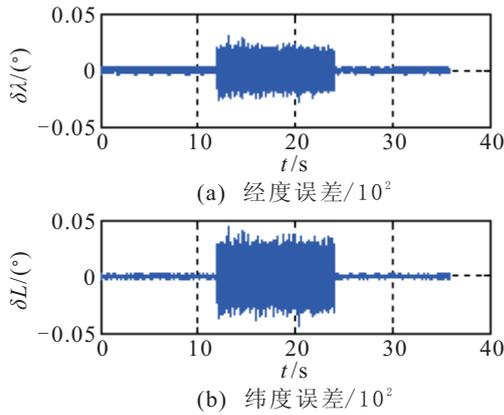


图3 捷联天文组合天文位置误差曲线

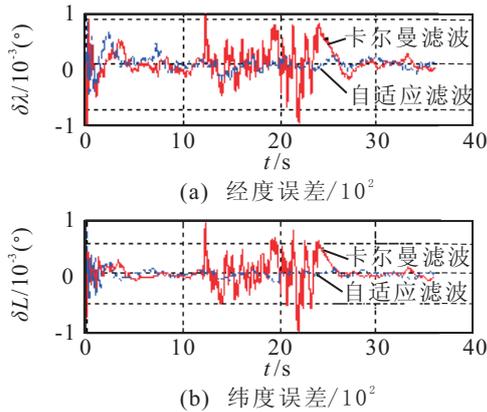


图4 捷联天文组合导航位置误差对比

位精度高,且定位误差稳定。

两种滤波算法组合导航经纬度误差对比如表3所示,两种滤波算法姿态角、速度和位置误差均方差对比如表4所示。

表3 捷联/天文组合定位误差均值与均方差

误差项	误差均值/m		误差均值/m	
	经度误差	纬度误差	经度误差	纬度误差
KF	2.2	3.9	29.8	38.7
AHF	0.8	0.4	15.5	12.7

表4 KF算法和AHF算法导航误差均方差

误差项	横滚角	俯仰角	东向速度	东向速度	经度	纬度
	误差/($''$)	误差/($''$)	误差/(m/s)	误差/(m/s)	误差/m	误差/m
KF	85.3	94.5	0.62	0.88	29.8	38.7
AHF	78.05	80.20	0.49	0.66	15.5	12.7

由表3和表1的对比可以看出,捷联/天文组合定位算法,精度相比单独的天文定位的精度提高约1个数量级;使用自适应 H_{∞} 滤波的导航定位精度相比普通卡尔曼滤波提高了一倍。由表4可以看出,使用自适应 H_{∞} 滤波的导航参数精度均比普通KF有所提高,其中以位置精度提高最为显著,证明了本文设计的组合算法的有效性。

由图3也可看出,组合定位精度的提高也改善了天文定位本身的精度,天文定位误差类似高斯白噪声。

两种导航方式组合实现了优势互补,证明了组合算法的有效性。

5 结论

本文针对现有天文定位算法的缺点,提出了一种多圆交汇迭代天文定位算法,该算法数值稳定性强,并且能计算出定位误差协方差阵。针对多圆交汇迭代定位算法误差非线性和不易建模的特点,设计了自适应 H_{∞} 滤波捷联/天文组合导航算法,利用多圆交汇法给出的定位误差估计方差阵实现了量测自适应,组合定位精度相比普通卡尔曼滤波提高一倍。仿真实验结果表明,本文设计的天文定位算法和捷联/天文组合算法定位精度高、误差稳定,具有较高的理论参考价值和实际应用价值。

参考文献(References)

- [1] Cook K L B. The silent force multiplier: The history and role of UAVs in warfare[C]. Aerospace Conf on 2007 IEEE. Big Sky, 2007: 1-7.
- [2] 王安国. 现代天文导航及其关键技术[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 2347-2353.
(Wang A G. Modern celestial navigation and the key techniques[J]. Chinese J of Electronics, 2007, 35(12): 2347-2353.)
- [3] 宁晓琳, 房建成. 一种基于UPF的月球车自主天文导航方法[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 648-653.
(Ning X L, Fang J C. A new method of autonomous celestial navigation for lunar rover and analysis of precision[J]. J of Astronautics, 2006, 27(4): 648-653.)
- [4] 吴海仙, 俞文伯, 房建成. 高空长航时无人机SINS/CNS组合导航系统仿真研究[J]. 航空学报, 2006, 27(2): 299-304.
(Wu H X, Yu W B, Fang J C. Simulation of SINS/CNS Integrated Navigation System Used on High Altitude and Long-flight-time Unpiloted Aircraft[J]. Chinese J of Aeronautics, 2006, 27(2): 299-304.)
- [5] Jin S H, Park J B, Kim K. Krein space approach to decentralized H_{∞} state estimation[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2001, 148(6): 502-508.
- [6] Hao Yanling, Chen Minghui, Li Liangjun, et al. Comparison of robust H_{∞} filter and Kalman filter for initial alignment of inertial navigation system[J]. J of Marine Science and Application, 2008, 7(2): 116-121.
- [7] 房建成. 天文导航原理及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
(Fang J C. Celestial navigation principle and application[M]. Beijing: Beihang University Press, 2006.)