

文章编号: 1001-0920(2011)04-0606-05

基于强基因模式组织算法的 VRPTW 研究

汪 勇, 杨海琴, 张瑞军

(武汉科技大学 管理学院, 武汉 430081)

摘 要: 提出一种强基因模式组织算法, 给出了强基因模式、连续模式以及对称模式的定义, 使用节约法提取强基因模式. 设计了选择、变异和模式重组算子, 同时建立了以运输成本为目标、具有时间窗等约束的车辆路径问题模型. 将该算法与改进的遗传算法、改进的差分进化算法和节约法对模型进行仿真实验. 结果表明, 强基因模式的应用及模式重组算子大大缩小了解的搜索空间, 提高了算法的收敛速度和解的精度, 其性能优于其他 3 种算法.

关键词: 车辆路径问题; 进化算法; 强基因模式; 模式重组

中图分类号: TP301.6; O221.6

文献标识码: A

Research on vehicle routing problem with time window based on strong gene schema combination algorithm

WANG Yong, YANG Hai-qin, ZHANG Rui-jun

(School of Management, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China. Correspondent: WANG Yong, E-mail: witsbank@yeah.net)

Abstract: A method named strong gene schema combination algorithm(GSCA) is proposed based on evolutionary algorithm, which gives the definitions of strong gene schema, continuous schema and symmetrical schema. Then the strong gene schemas are extracted by using saving algorithm. Operators of selection, mutation and schema recombination are designed. At the same time, the mathematical model of vehicle routing problem is established with the goal of transportation cost and the restraints of customer requirements, truckload ability and time window(VRPTW). The effect of GSCA compared with improved genetic algorithm(IGA), improved differential evolution algorithm(IDEA) and saving algorithm(SA) for capturing the global optimum is tested on the VRPTW model in Matlab. The results show that the application of strong gene schema and the operator of schema recombination reduce the number of searches greatly within the solution space and enhance the convergence capability and the precision of the solution, and its performance is demonstrated better than the compared three algorithms.

Key words: vehicle routing problem; evolutionary algorithm; strong gene schema; schema recombination

1 引 言

由 Dantzig 和 Ramser^[1]提出的车辆路径问题 (VRP) 是一个典型的有约束的组合优化问题, 而且已经证明, 几乎所有类型的 VRP 均为 NP 难题. 目前, 关于求解 VRP 的算法主要有两类: 一类是精确算法, 如分支切割法^[2]; 另一类是启发式算法, 包括路径构造算法, 如扫描法和节约法 (SA)^[3], 以及各种智能优化算法, 如改进的遗传算法 (IGA)^[4], 改进的差分进化算法 (IDEA)^[5]和粒子群算法等^[6]. 扫描法和节约法求解精度低; 而标准的遗传算法搜索效率较低. 对此, 人们提出了各种并行、混合或自适应等改进的遗传算

法, 主要是针对算法的编码^[7]、种群^[8-9]和算子^[9-10]的改进. 差分进化与进化规划算法类似, 实质上是一种贪婪的遗传算法, 在一次进化中, 通过增加种群规模达到扩大搜索空间的目的.

本文采用所设计的强基因模式组织算法 (GSCA) 求解带时间窗的车辆路径问题 (VRPTW). 仿真实验结果表明了该算法的有效性.

2 VRPTW 数学模型

在应急资源调度中, 假设某供应点 (编号为 0) 为具有不同物资需求和时间约束的 n 个需求点运送物

收稿日期: 2010-02-28; 修回日期: 2010-06-20.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划项目(100080-29-0); 湖北省教育厅科学技术研究重点项目(D200711006).

作者简介: 汪勇(1967-), 男, 教授, 博士, 从事系统优化与决策、智能计算等研究; 杨海琴(1986-), 女, 硕士生, 从事系统建模与仿真的研究.

资. 可用车辆集合为 k , 运输能力为 q_k , 每辆车承运的需求点数为 n_k , $n_1+n_2+\dots+n_k = n$. g_i 为需求点 i 的物资需求量. $x_k(i, j)$ 为车辆 k 从点 i 行驶到点 j 的距离, t_{ij} 为车辆从点 i 行驶到点 j 的时间. TE_i 为需求点 i 的完成时间, 需求点 i 的运送任务要求在一定的时间范围 $[a_i, b_i]$ (称为时间窗) 内完成. c_k 为车辆 k 的单位成本. 则完成所有运送任务的最低成本为

$$\min f_1 = \sum_{k=1}^q C_k \left(\sum_{i=0, j=1}^{n_k, n_k-1} x_k(i, j) + x_k(n_k, 0) \right); \quad (1)$$

s.t.

$$f_2 = \sum_{i=1}^{n_k} g_i \leq q_k, x_k(i, j) = y_{ki}, x_k(i, j) \in B, \quad (2)$$

$$f_3 = TE_i + t_{ij} \in [a_j, b_j]. \quad (3)$$

其中 y_{ki} 表示需求点 i 由车辆 k 完成运送任务.

式(1)为车辆的运输成本. 式(2)为车辆的运输能力、唯一性和完整性约束, 即某台车所承运的全部需求点的需求量不能超过车辆本身载重量; 到达某个需求点的车辆唯一; B 表示支路消去约束, 即消去构成不完整路径的解. 式(3)表示车辆 k 必须在需求点 i 的最早服务时间之后为其运送.

3 强基因模式组织算法

3.1 算法流程

VRPTW 是一种基于次序的组合优化问题, 路径采用无分割符的数字编码, 车辆起点及终点用 0 表示.

GSCA 的基本思想是以精英选择和基因模式重组策略代替进化算法的概率选择、交叉和变异算子. 扫描操作产生初始种群, 通过基因模式重组产生新一代种群. 运用节约法判定解中的节约路径, 合并相似回路和短回路. 具体流程如图 1 所示.

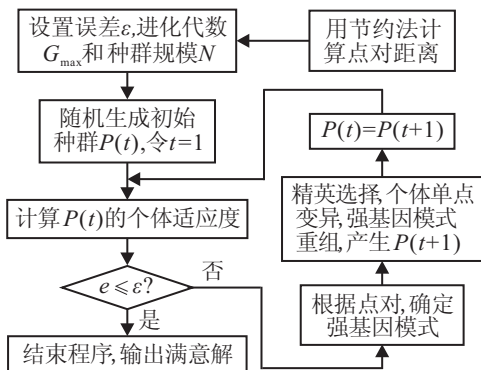


图 1 算法流程

以节约法运输成本为标准, 计算解的相对误差为

$$e = 1 - (CR_s - CR_a)/CR_s. \quad (4)$$

其中: CR_s 为节约法运输成本, CR_a 为算法求解的运输成本. 当 $e \leq \epsilon$ 时, 算法终止计算, ϵ 为一给定值.

3.2 适应度函数

采用惩罚函数的方法处理约束条件. 取如下目标函数作为适应度函数:

$$f = \min \sum_{i=2}^3 (f_1 + w_i f_i). \quad (5)$$

其中: f_1, f_2, f_3 分别表示车辆总的行驶路程引起的费用、不满足车辆容量限制和时间窗约束引起的惩罚费用. w_i 为惩罚因子, 当满足式(2)时, $w_1 = 0$; 否则, 令其趋近于 ∞ . 对于硬时间窗, 满足式(3)时, $w_2 = 0$; 否则, 令其趋近于 ∞ . 对于软时间窗, 则根据可接受的程度而设定.

3.3 节约法

1) 计算点对 (i, j) 的节约值 c_{ij} , 0 为源泉点. 若 i, j 在一条路径上, 则包含点对 (i, j) 的节约值 c_{ij} 为

$$\Delta c_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}. \quad (6)$$

Δc_{ij} 越大, 说明点 i 与点 j 连接在一起时费用减少越多.

2) 根据 Δc_{ij} 从大到小的顺序排列, 建立节约值顺序表.

3) 根据节约值顺序表, 依次选择节约值大的点对构造路径, 直到所有约束条件不满足为止.

4) 重复步 3), 直到所有点对都在路径中为止.

定义 1 在满足所有约束条件下, 可能存在路程相等的路径称为相似路径. 对于相似路径, 如 $(0, j, i, k, 0)$ 和 $(0, k, j, i, 0)$, 选择其中一条即可.

定义 2 如果一个回路以 $(0, i)$ 开始, 另一个回路以 $(i, 0)$ 结束, 则称这两个回路为短回路. 当满足车辆装载量的约束时, 短回路可以合并.

3.4 基因模式重组

3.4.1 基因模式定义

设基因表 $G = F \cup D$. 其中: $F = \{*\}$, * 表示不确定的基因; $D = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

定义 3 基因模式是一个基因序列, 它描述的是一个染色体串的子集. 种群中所有染色体串之间存在相同的构形^[11], 记为 S . 如 $7 * 12 **$ 是一个基因模式.

定义 4 基因模式的阶、长度、跨距及点间距分别描述如下:

1) 模式 S 中非 * 的基因数目称为模式的阶, 记为 $\Delta(S)$, 如模式 $(7 * 12 **)$ 的阶是 3.

2) 模式 S 中所有基因数目称为模式的长度, 记为 $L(S)$, 如模式 $(7 * 12 **)$ 的长度是 7.

3) 模式 S 中第一个确定基因位置与最后一个确定基因位置之间的距离称为模式的跨距, 记为

$d(S)$, 如模式 $(7 * 12 **)$ 的跨距是 4.

4) 模式 S 中所有基因序列点之间距离之和称为模式的点间距, 记为 $\Sigma(S)$.

定义 5 强基因模式是 S 中由连续确定的基因构成的序列, 记为 S^+ , 如模式 $(7 * 12 **)$ 的强基因模式是 $(1 2)$.

设模式集 $H = \{S_1^+, S_2^+, \dots, S_m^+\}$, $S_i^+ \in H (1 \leq i \leq m)$ 是按式 (6) 计算节约值并排序后对应的点对, 显然 S_i^+ 是一个强基因模式. 若 $\forall i$, 都有 $\Delta(S_i^+) = 2$, 则 H 基因表中基因数目 $\leq 2m$.

定义 6 连续模式和对称模式分别定义如下:

1) 对于任意模式 S_i^+ 与 S_j^+ , $S_i^+, S_j^+ \in H$, $S_i^+(g_a)$ 表示 S_i^+ 的第 a 个基因. 若 $S_i^+(g_{\Delta(S_i^+)}) = S_j^+(g_1)$, 则称 S_i^+ 与 S_j^+ 为连续模式, 记为 $S_i^+ \sim S_j^+$; 反之则为不连续模式, 记为 $S_i^+ \not\sim S_j^+$.

对于连续模式 S_i^+ 与 S_j^+ , 其合并模式 $S_k^+ = S_i^+ \cup S_j^+$, $\Delta(S_k^+) < \Delta(S_i^+) + \Delta(S_j^+)$.

2) 若 $S^+ = (g_i g g_j)$, $S_1^+ = (g_j g g_i)$, $g \in D$, $\Sigma S^+ = \Sigma S_1^+$, 则称模式 S^+ 为对称模式.

节约法得到的是二阶强基因模式, 通过模式合并, 可以得到更高阶的强基因模式. 二阶和三阶强基因模式是对称的.

3.4.2 进化算子

1) 选择算子

种群 $P(t) = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$, 选择算子 $F_s : P_s(t) \rightarrow P(t)$ 使得 $P_s(t) = F_s(P(t))$. 根据式 (5), $P_s(t) = f(P(t))$, 即选择成本最低的路径复制到下一代.

2) 变异算子

对 $N * p_m$ 个优秀个体 (包括精英个体) 进行单点变异, p_m 为变异概率. 变异算子 $F_m : P_m(t) \rightarrow P_s(t)$. 模式 S^+ 不被选中的概率为

$$p(S^+) = 1 - \Delta(S^+)/n. \quad (7)$$

由此可见, 模式 S^+ 不被选中的概率随着阶的增大而变小, 且低阶模式在进化过程中存活时间更长^[12], 算法的稳定性也越好.

3) 重组算子

设结点集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, G 为模式集 H 的基因表, $G \subset X$. 对于 H 中的任意模式 S_i^+, S_j^+ , 存在 $S_i^+ \neq S_j^+$, 则称 H 为等阶模式集, 基因表长度 $L(G) = \Delta(S_1^+) + \Delta(S_2^+) + \dots + \Delta(S_m^+) = m \cdot \Delta(S_m^+)$.

重组算子 $F_r : P_r(t) \rightarrow R = H \cup \bar{G}$, 随机排列 R 中基因, 生成运输路径 $P_r(t)$. R 的空间为

$$O(R) = (n + m(1 - \Delta(S_m^+)))!. \quad (8)$$

F_r 重组算法如下:

① 初始化包含 $n + 2$ 个元素 0 的重组个体 $P_r^i(t)$;

② 随机生成重组整数序列 $SEQ = \{q_i, 1 \leq i \leq (n + m(1 - \Delta(S_m^+)))\}$;

③ $i = 1$, 提取 R 中元素 $R(q_i)$, 若 $R(q_i)$ 为强基因模式, 则从 $P_r^i(t)$ 中第 2 个基因位置开始, 将 $R(q_i)$ 或其对称模式基因依次替换 $P_r^i(t)$ 中的 0 基因; 若 $R(q_i)$ 为一整数, 则将其顺序替换 $P_r^i(t)$ 中 0 基因;

④ $i = i + 1$, 重复步 ③, 生成一个重组个体 $P_r^i(t)$;

⑤ 重复步 ①~④, 生成 $k = N - N * p_m - 1$ 个重组个体.

第 $t + 1$ 代种群为

$$P(t + 1) = P_s(t) \cup P_m(t) \cup P_r(t).$$

3.5 算法的搜索性能

算法的搜索空间为 $n!$, 随着结点 n 的增加, 搜索空间快速增大, 重组算子 F_r 使得搜索空间缩小为 $O(R)$, 缩小比率 $\eta = (n! - O(R))/n!$. 以 14 个结点为例, 搜索空间达到 8.72×10^{10} . 对于不连续的模式集 H , 假设 $\Delta(S_i^+) = 2, 1 \leq i \leq m$, 当 $m = 1$ 时, $\eta = 92.86\%$; $m = 2$ 时, $\eta = 99.45\%$; $m = 3$ 时, $\eta = 99.95\%$. 由此可见, 强基因模式合并大大缩小了算法的搜索空间, 缩小比率越大, 算法的搜索性能越好.

4 实验研究

某突发事件需要调度一批应急物资到 14 个需求点, 各物资需求点的位置坐标、需求量、时间窗及车辆状况如表 1 所示. 两辆运输车辆的运输能力等数据如表 2 所示. 要求合理安排车辆及其行驶路线, 在满足车辆运输能力、各需求点的需求量和时间窗约束的

表 1 物资需求点的数据描述

点	横坐标/km	纵坐标/km	需求量/t	时间窗
1	19.48	3.48	0.40	[6.5, 7.0]
2	12.79	11.95	0.35	[6.5, 6.8]
3	3.38	5.85	0.50	[5.0, 5.5]
4	1.94	13.68	0.25	[6.2, 6.5]
5	-7.32	12.21	0.37	[6.0, 6.5]
6	-14.97	14.54	0.30	[5.5, 6.0]
7	-11.78	6.96	0.45	[5.5, 5.8]
8	-13.56	-3.86	0.28	[8.0, 9.0]
9	-19.60	-8.66	0.50	[7.5, 8.0]
10	-4.28	-3.89	0.35	[7.0, 9.0]
11	-9.71	-14.12	0.24	[7.5, 8.0]
12	7.19	-13.80	0.42	[7.0, 7.5]
13	11.44	-4.30	0.26	[7.0, 7.5]
14	18.58	-3.37	0.32	[6.5, 7.0]

表 2 车辆的特征描述

车辆 编号	行驶速 度/(km/h)	载重 量/t	单位成 本/(元/km)	发车时 间/AM
1	60	2.5	1.5	4:30
2	40	5.0	1.0	5:00

前提下,使总运输成本最低.

假设各点之间完全连通,车辆停留时间为10 min. 将GSCA与改进的遗传算法(IGA),改进的差分进化算法(IDEA)^[5]和节约法(SA)进行比较.

实验1 使用两辆车同时运送物资的成本比较.

实验参数为:随机生成初始种群 $N = 30$,误差 $\varepsilon = 0.9$. GSCA模式选择为[14 1 2; 8 9 11; 5 6 7],变异概率 $p_m = 0.3$. IGA的变异概率 $p_m = (2/\sqrt{t+20})^{1/2}$; IDEA的交叉概率 $p_c = 0.5$;二者采用次优个体与精英个体交叉和随机选择个体(包含精英个体)变异策略.

在Matlab中,编写各算法计算程序.达到给定误差时,得到不同进化时间下的运输成本如表3所示,车辆行驶路线如表4所示.

表3 不同进化时间下的运输成本(实验1)

进化代数	IGA	IDEA	GSCA	SA
20	241.03	226.04	218.32	
100	216.67	222.86	207.74	
200	216.67	222.86	207.74	224.97
300	216.67	221.42	201.98	
400	216.67	220.25	198.17	

表4 车辆行驶路线

算法	车辆1	车辆2
IGA	0 2 3 4 5 6 7 0	0 10 9 8 11 12 13 14 10
IDEA	0 3 4 2 6 5 7 0	0 1 14 13 12 11 9 8 10 0
GSCA	0 3 4 2 1 14 13 12 0	0 10 11 9 8 5 6 7 0
SA	0 14 1 2 4 5 6 7 0	0 8 9 11 12 13 3 10 0

由表3可见,GSCA,IGA和IDEA计算结果均优于SA.其中:GSCA计算的运输成本最低,IDEA次之.由表4可见,IGA和IDEA的行驶路线基本为顺序扫描,而GSCA则包含了3个强基因模式在内的随机优化线路.

GSCA,IGA和IDEA三种算法计算的成本曲线如图2所示.

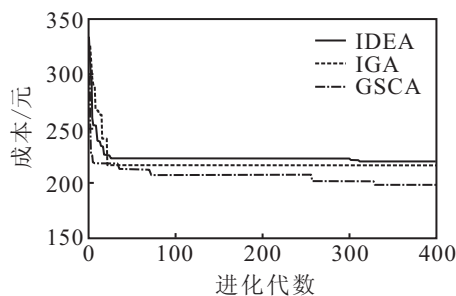


图2 两辆车运输成本曲线

观察图2可知,3条成本曲线均在较短时间内快速下降.GSCA下降速度最快,在50~350代之间经

历3次下降,330代左右解的误差为0.8809,达到给定误差值,成本曲线最低.IDEA曲线在310代左右略有下降,基本保持不变.IGA曲线除最初的下降外,一直保持不变,计算成本略优于IDEA.由此可见,GSCA成本曲线不仅下降速度最快,而且在后续计算过程中保持最低.

实验2 使用车辆2运送物资的成本比较.

实验参数同实验1.计算结果如表5,表6所示.

表5 不同进化时间下的运输成本(实验2)

t	IGA	IDEA	GSCA	SA
50	181.58	164.44	153.43	
100	175.42	158.07	150.55	
200	172.14	158.07	146.56	164.73
300	167.20	158.07	146.56	
400	160.68	158.07	146.56	

表6 车辆2行驶路线

算法	行驶路线
IGA	0 3 1 2 4 5 6 7 8 9 11 10 12 13 14 0
IDEA	0 3 2 4 5 6 7 8 9 11 12 14 1 13 10 0
GSCA	0 3 7 6 5 4 2 1 14 13 12 11 9 8 10 0
SA	0 14 1 2 4 5 6 7 8 9 11 12 13 3 10 0

与表3结果类似,表5显示,使用一辆车完成配送任务时,GSCA计算的运输成本依然最低.表6显示,优化的行驶路线中包含3个给定的强基因模式.GSCA,IGA和IDEA三种算法计算的成本曲线如图3所示.

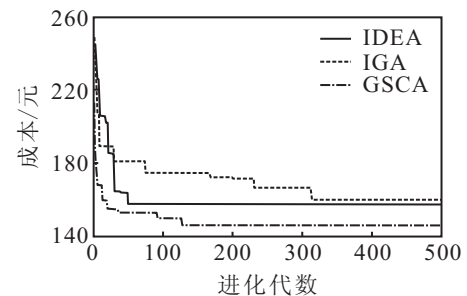


图3 单车运输成本曲线

观察图3可知,GSCA曲线下降最快,在130代左右解的误差为0.8897,达到给定误差值.IDEA曲线下降较快,在50代左右解的误差为0.9596,后续进化中解无变化.IGA曲线下降较慢,310代左右解的误差为0.9754.IDEA的解略优于IGA,GSCA计算的运输成本明显低于IDEA和IGA.

从收敛速度和求解精度看,实验1和实验2反映出IGA和IDEA性能不稳定,GSCA具有良好的稳定性.

实验3 不同阶强基因模式的搜索性能比较.

以一辆车为例, 实验参数同实验 1. 选择不同阶强基因模式

$$S_1^+ = [14 \ 1 \ 2; 8 \ 9 \ 11; 5 \ 6 \ 7], S_2^+ = [1 \ 14; 8 \ 9; 5 \ 6].$$

变异概率 p_m 分别取 0.16 和 0.3. 计算结果如图 4 所示.

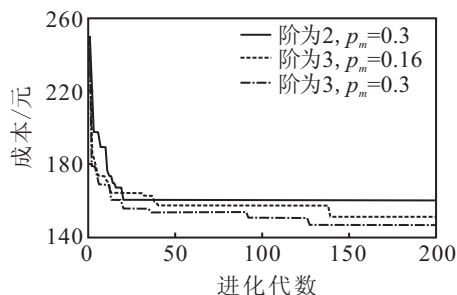


图 4 不同阶强基因模式计算结果

图 4 中, 实线代表使用 S_1^+ 计算的运输成本, 虚线和点划线代表使用 S_2^+ 计算的运输成本. 由图 4 可知, 当 $t = 150$ 时, 运输成本分别为 160.36, 146.99 和 146.56. 显然, 阶为 3 的模式优于阶为 2 的模式, 表明模式的阶对计算结果影响较大. 虚线和点划线阶数相同, 变异概率不同, 但计算结果相近. 可见变异概率对算法影响较小. 原因在于模式重组算子的搜索性能优于变异算子, 对解的精度起决定性的作用.

5 结 论

对 GSCA 使用强基因模式重组算子, 可缩小解的搜索空间, 降低搜索的随机性, 避免了 IGA 和 IDEA 采用纯随机搜索带来的较低寻优效率. 实验表明, 使用 GSCA 算法求解 VRPTW, 在寻优效率和解的精度上均优于所比较的其他算法. 对于更多数量结点和实况路径的 VRP 建模, 以及为避免进化操作带来的无效解而影响搜索效率, 对问题的编码方法等问题将作进一步研究.

参考文献(References)

[1] Dantzig G, Ramser J. The truck dispatching problem[J]. *Management Science*, 1959, 10(6): 80-91.

[2] Hipolito H P, Juan-Jose S G. A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery[J]. *Discrete Applied Mathematics*, 2004, 145(1): 126-139.

[3] 霍佳震, 张磊. 用节约法解决带有时间窗的满载车辆调度问题[J]. *工业工程与管理*, 2006, 11(4): 39-42. (Huo J Z, Zhang L. Savings based algorithm for full truckload vehicle routing problem with time window[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2006, 11(4): 39-42.)

[4] 封全喜, 刘诚, 贾贞. 车辆路径问题的改进遗传算法[J]. *数学的认识与实践*, 2008, 38(13): 123-129. (Fen Q X, Liu C, Jia Z. Improved genetic algorithms for vehicle routing problem[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2008, 38(13): 123-129.)

[5] Mingyong L, Erbao C. An improved differential evolution algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2010, 23(2): 188-195.

[6] 江玮, 何建民, 吴容. 基于粒子群优化的有反向物流的车辆路径问题[J]. *系统管理学报*, 2008, 17(4): 475-479. (Jiang W, He J M, Wu R. Particle swarm optimization to vehicle routing problem with reverse logistics[J]. *J of Systems & Management*, 2008, 17(4): 475-479.)

[7] De Giovanni L, Pezzella F. An improved genetic algorithm for the distributed and flexible job-shop scheduling problem[J]. *European J of Operational Research*, 2009, 200(2): 395-408.

[8] Vedat T, Ayse T D. An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member grouping[J]. *Computers & Structures*, 2008, 86(11/12): 1204-1218.

[9] Jean B, Mohamed B. A parallel hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows[J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31(12): 2037-2053.

[10] 彭春林, 梁春华, 周泓. 求解同时取货和送货车辆路径问题的改进遗传算法[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(9): 2265-2270. (Peng C L, Liang C H, Zhou H. Improved genetic algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries[J]. *J of System Simulation*, 2008, 20(9): 2265-2270.)

[11] 唐飞, 滕弘飞, 孙治国, 等. 十进制编码遗传算法的模式定理研究[J]. *小型微型计算机系统*, 2000, 21(4): 364-367. (Tang F, Teng H F, Sun Z G, et al. Schema theorem of the decimal coded genetic algorithm[J]. *Mini-micro System*, 2000, 21(4): 364-367.)

[12] 王悦, 唐常杰, 杨宁, 等. 基于基因表达式编程的进化模式定理[J]. *四川大学学报: 工程科学版*, 2009, 41(2): 167-172. (Wang Y, Tang C J, Yang N, et al. The schema theorem of evolution based on gene expression programming[J]. *J of Sichuan University: Engineering Science Edition*, 2009, 41(2): 167-172.)