

文章编号: 1001-0920(2011)04-0611-04

## 基于 Maclaurin 展开的 PID 设计与无模型自整定

杨启文, 阳外玲, 薛云灿, 余福祥, 杨远慧

(河海大学 a. 计算机与信息学院, b. 江苏省输配电装备技术重点实验室, 江苏 常州 213022)

**摘要:** 针对自衡对象, 提出一种基于期望模型的 PID 自整定方法, 该方法无需被控对象的数学模型. 利用 Maclaurin 展开技术, 给出了 PID 控制器的整定公式; 并通过开环阶跃响应, 实现了 PID 控制器的无模型自整定. 仿真结果表明, 利用该自整定方法所得的 PID 能有效地提高高阶被控对象的系统性能; 即使在噪声环境下, 该方法仍具有很好的鲁棒性.

**关键词:** PID; 无模型; 自整定; Maclaurin 展开

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## PID design based on Maclaurin expansion and its model-free auto-tuning

YANG Qi-wen, YANG Wai-ling, XUE Yun-can, YU Fu-xiang, YANG Yuan-hui

(a. College of Computer and Information, b. Jiangsu Key Laboratory of Power Transmission and Distribution Equipment Technology, Hohai University, Changzhou 213022, China. Correspondent: YANG Qi-wen, E-mail: qwyang2k@yahoo.com.cn)

**Abstract:** A method of auto-tuning for PID controller based on the desired model is presented for the stable plant in this paper. No model of controlled plants is needed by using the proposed method. The tuning of PID controller is formulated by using the Maclaurin expansion. The model-free auto-tuning of PID controller is implemented during the open loop step response. Simulation results show that the resulting PID controller is capable of enhancing the control performance for high-order plant effectively, and the proposed method has a strong robustness even under noise condition.

**Key words:** PID; model-free; self-tuning; Maclaurin expansion

### 1 引言

PID 是一种应用最广泛的控制器<sup>[1]</sup>, 设计 PID 控制器的核心问题之一是参数整定, 迄今为止, 已提出了许多整定方法. 传统的整定方法有 Z-N 法和 Cohen-Coon 法等. 由于受整定机理的局限, 其性能不甚理想. 内模控制 (IMC) 技术是在 Smith 预估器原理基础上发展起来的可以有效解决非最小相位、时滞系统的控制手段<sup>[2]</sup>, 在此基础上又发展出许多 IMC-PID 整定算法<sup>[2-5]</sup>, 其有效性已得到了充分证明<sup>[6]</sup>. 按照 IAE 和 ITAE<sup>[7-8]</sup>等误差积分指标来整定 PID 参数也是一种常用的方法. 由于这些整定方法以一阶惯性加纯滞后 (FOPDT) 或二阶惯性加纯滞后 (SOPDT) 模型为研究对象<sup>[9]</sup>, 当被控对象为高阶模型时, 上述方法所整定的 PID 无法获得理想的控制效果<sup>[10]</sup>.

Astrom 等人<sup>[11]</sup>提出利用幅相稳定裕度来设计

PID, 并通过继电器反馈的方法实现了 PID 自整定<sup>[12-13]</sup>. 尽管这类方法避免了对被控对象进行数学建模, 但仍存在模型假设; 同时, 由于幅相稳定裕度与期望闭环性能指标之间的关系很复杂, 利用幅相稳定裕度设计 PID, 至今还缺乏通用的指导原则<sup>[10]</sup>. 继电器自整定的另一个不足是: 要获取更多的模型信息, 需要多继电器反馈, 既增加了自整定过程的复杂性, 又延长了自整定时间<sup>[13]</sup>.

由于工业过程的复杂性, 建模误差必然存在, 基于模型整定的 PID 在一定程度上影响了其控制性能的发挥. 尽管无模型自适应控制技术<sup>[14-16]</sup>在很大程度上能降低控制器设计时对模型的依赖性, 但对于许多工业过程, 自适应技术并不是必需的, 一些定参数的控制器通常可以满足系统的控制性能要求<sup>[17]</sup>. 因此, 本文借助于 Maclaurin 展开, 针对自衡时滞对象, 提出一种无模型假设的控制器设计方法, 并通过对象

收稿日期: 2010-02-10; 修回日期: 2010-07-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074056); 江苏省自然科学基金项目(BK2010201).

作者简介: 杨启文(1969-), 男, 副教授, 从事控制理论与智能优化等研究; 阳外玲(1987-), 女, 硕士生, 从事控制理论及其工业应用的研究.

的开环阶跃响应,实现了未建模条件下的PID参数自整定,有效避免了耗时的继电器自整定过程。

## 2 基于Maclaurin展开的PID设计方法

由于时滞的存在,被控对象的传递函数不是一个有理分式。为此,不少学者利用Pade逼近或Taylor展开将时滞因子 $e^{-\theta s}$ 进行有理化近似。但这种近似有时会造成系统性能恶化<sup>[6]</sup>,因而这种近似处理方法比较适合时滞较小的控制系统<sup>[3]</sup>。

为了避免上述问题, Lee<sup>[5]</sup>采用一种Maclaurin展开的方式,对包含时滞因子在内的控制器模型进行二阶有理逼近,设计出一种IMC-Maclaurin PID控制器。

为确保控制器能用一种内模控制结构实现,在如图1所示的闭环反馈控制系统中,将被控对象 $G_p(s)$ 分解为最小相位环节 $P_m(s)$ 和非最小相位环节 $P_A(s)$ (含时滞环节)两部分,即

$$G_p(s) = P_m(s)P_A(s),$$

且满足 $P_A(0) = 1$ 。对于给定的期望传递函数

$$\phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P_A(s)}{(\lambda s + 1)^r},$$

控制器 $G_c(s)$ 可表示为一种内模控制结构,即

$$G_c(s) = \frac{P_m^{-1}(s)}{(\lambda s + 1)^r - P_A(s)},$$

系统极点可通过 $r$ 和 $\lambda$ 调节。

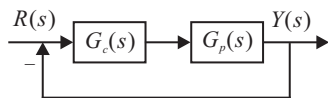


图1 反馈控制系统

假设 $G_c(s)$ 可表示为

$$G_c(s) = f(s)/s,$$

$$f(s) = \frac{sP_m^{-1}(s)}{(\lambda s + 1)^r - P_A(s)}.$$

考虑自衡对象 $G_p(0) = P_m(0) \neq 0$ ,将 $f(s)$ 进行Maclaurin展开后,控制器模型为一个多项式展开形式

$$G_c(s) = [f(0) + sf'(0) + 0.5s^2f''(0) + \dots]/s.$$

取其前3项进行近似,则 $G_c(s)$ 为PID控制器,即

$$G_c = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right),$$

$$K_p = f'(0), T_i = f'(0)/f(0),$$

$$T_d = 0.5f''(0)/f'(0). \quad (1)$$

在被控对象模型已知的前提下,很容易计算 $f(0)$ ,  $f'(0)$ 和 $f''(0)$ 。

## 3 基于Maclaurin展开的PID无模型自整定方法

利用Lee的方法设计系统,需要建立被控对象的数学模型,这在工程应用中会存在诸多不便,如需要

假设模型结构和参数辨识等。这里探讨一种与模型无关的设计方法来实现PID自整定。

### 3.1 改进的PID整定方法

设期望闭环模型具有如下一般形式:

$$\phi(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s}. \quad (2)$$

其中

$$N(s) = b_m s + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + 1,$$

$$D(s) = a_n s + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1.$$

参数 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 $b_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 根据系统性能指标要求确定。

在图1所示系统中,控制器 $G_c(s)$ 可表示为

$$G_c(s) = \frac{\phi(s)}{G_p(s)(1 - \phi(s))} = \frac{f(s)}{s},$$

其中

$$f(s) = \frac{\phi(s)}{G_p(s)(1 - \phi(s))/s}.$$

考虑自衡对象 $G_p(0) \neq 0$ ,且 $\phi(0) = 1$ ,将 $f(s)$ 进行Maclaurin展开后,取前3项作为控制器传递函数,则控制器 $G_c(s)$ 仍由式(1)确定。此时有

$$K_p = -\frac{T_i}{G_p(0)\phi'(0)},$$

$$T_i = \phi'(0) - \frac{\phi''(0)}{2\phi'(0)} - \frac{G_p'(0)}{G_p(0)},$$

$$T_d = \frac{1}{2T_i} \left[ \frac{\phi''(0)^2}{2\phi'(0)^2} - \frac{G_p''(0)}{G_p(0)} - \frac{\phi'''(0)}{3\phi'(0)} \right] - \frac{G_p'(0)}{G_p(0)}. \quad (3)$$

其中

$$\phi'(0) = b_1 - a_1 - \theta,$$

$$\phi''(0) = \theta(\theta - 2b_1) + 2(b_2 - a_2) - 2a_1\phi'(0),$$

$$\phi'''(0) = -6a_2\phi'(0) - 3a_1\phi''(0) -$$

$$\theta(\theta^2 - 3b_1\theta + 6b_2) + 6(b_3 - a_3). \quad (4)$$

由式(3)知,只需确定与被控对象模型有关的3个参数 $G_p(0)$ ,  $G_p'(0)$ 和 $G_p''(0)$ ,PID参数便可确定。

### 3.2 基于开环阶跃响应的PID自整定实现

如上所述,为了计算PID参数,需要确定 $G_p(0)$ ,  $G_p'(0)$ 和 $G_p''(0)$ 。对此,Ramasamy<sup>[18]</sup>利用模型的脉冲响应来计算这3个与模型相关的信息量。但生产过程中的脉冲响应难以检测,因此,本文提出一种基于开环阶跃响应的自整定方法,从被控对象的开环阶跃响应信息中自动提取 $G_p(0)$ ,  $G_p'(0)$ 和 $G_p''(0)$ 。

设阶跃信号为 $U(s) = A/s$ ,其中 $A$ 为阶跃输入幅值,则被控对象的输出为

$$Y(s) = U(s)G_p(s) = AG_p(s)/s.$$

由拉氏变换定义、拉氏变换微分定理以及复微分定理,可得

$$\begin{aligned}
 G_p(0) &= \frac{1}{A} \lim_{s \rightarrow 0} (sY(s)) = \frac{1}{A} \lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y(0)], \\
 G'_p(0) &= \frac{1}{A} \lim_{s \rightarrow 0} [sY(s)]' = \\
 &= \frac{1}{A} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \int_0^t (y(\tau) d\tau) - \tau y(\tau) \right], \\
 G''_p(0) &= \frac{1}{A} \lim_{s \rightarrow 0} [sY(s)]'' = \\
 &= \frac{1}{A} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ t^2 y(t) - 2 \int_0^t (\tau y(\tau)) d\tau \right]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

一般情况下, 经过一个有限时间后, 自衡对象的阶跃响应便能达到稳态,  $G_p(0)$ ,  $G'_p(0)$  和  $G''_p(0)$  也相应到达各自的稳态. 此时, 可认为自整定过程结束.

### 4 仿真研究

以 FOPDT 和高阶对象为例, 考察本文自整定方法的鲁棒性, 并与其他常规方法进行比较.

#### 4.1 低阶模型

设被控对象模型为

$$G_p(s) = \frac{30e^{-2s}}{0.5s + 1},$$

期望的闭环传递函数为

$$\phi(s) = \frac{e^{-2s}}{1.2s + 1}.$$

图2(a)为无测量噪声的条件下  $G_p(0)$ ,  $G'_p(0)$  和  $G''_p(0)$  随时间变化的曲线; 图2(b)为PID三参数随时间变化的曲线. 当  $t \geq 10$  s 时, PID 参数基本恒定.

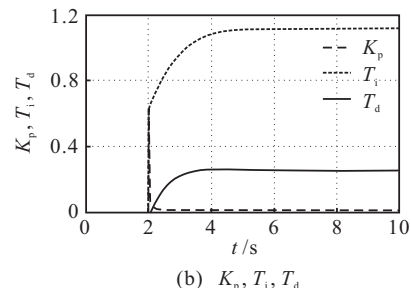
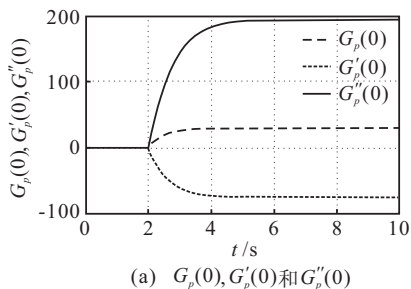


图2 无噪声自整定

在对象的开环阶跃响应  $y(t)$  中加入一个随机白噪声: 功率为 0.01, 采样周期为 0.01 s (利用 Matlab 的 Simulink 环境进行仿真). 此时,  $G_p(0)$ ,  $G'_p(0)$  和  $G''_p(0)$  随时间变化的曲线如图3(a)所示. 由图3(a)可以看出, 噪声对  $G''_p(0)$  的影响最大, 特别是随着时间的增加, 其瞬时值不但变化剧烈, 而且高达其稳态值的  $\pm 200\%$ . 这种情况下, 如果不对噪声进行滤波, 将无法

得到有效的PID参数.

为了克服噪声对自整定的影响, 加入一个惯性环节  $1/(s + 1)$ , 分别对  $G_p(0)$ ,  $G'_p(0)$  和  $G''_p(0)$  进行滤波, 所得结果如图3(b)所示. 可以看出, 经过滤波后的  $G_p(0)$ ,  $G'_p(0)$  和  $G''_p(0)$  曲线具有很好的平滑性.

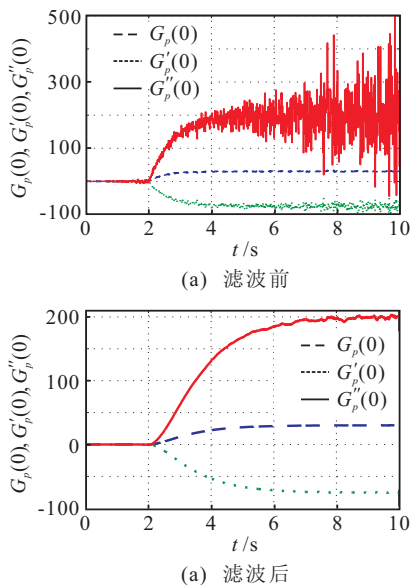


图3 噪声环境下的自整定

表1给出了不同方法的PID自整定结果. 因被控对象无右半平面的零点, 故Le整定的PID与本文自整定PID完全相同. 当自整定存在噪声干扰时, 滤波后的自整定结果与无噪声时的自整定结果相差不大.

表1 PID设置

整定方法	$K_p$	$T_i$	$T_d$	控制器名称
Lee <sup>[5]</sup>	0.011 7	1.125	0.254 6	Lee
ITAE <sup>[8]</sup>	0.010 2	0.911 6	0.534 5	ITAE
Z-N <sup>[8]</sup>	0.01	4	1	Z-N
无噪声	0.011 7	1.125	0.254 6	Yang1
有噪声	0.011 9	1.14	0.243 1	Yang2

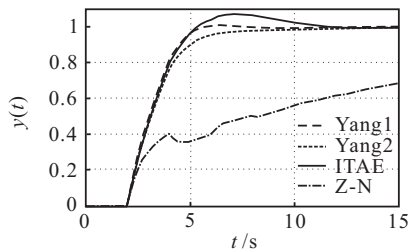


图4 阶跃响应比较

图4给出了几种方法的阶跃响应曲线. 由图4可以看出, 经典的Z-N方法效果最差, 改进的ITAE方法次之, 本文方法(Yang1和Yang2)控制效果最好. 尽管控制器Yang2是在噪声条件下自整定所得, 但控制效果仍令人满意.

## 4.2 高阶模型

设被控对象模型为

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^5}$$

如何设置期望模型的纯滞后时间, 需要根据对象的开环阶跃响应曲线来估计. 本例中近似估计为 1 s. 于是, 期望的闭环传递函数可设为

$$\phi(s) = \frac{e^{-s}}{3s+1}$$

表 2 给出了本文 PID 自整定结果. 为了与继电器反馈法进行比较, 表 2 中还列出了其他两种继电器反馈自整定的 PID 结果.

表 2 PID 设置

整定方法	$K_p$	$T_i$	$T_d$	控制器名称
本文	1.031	4.125	1.449	Yang
Padhy <sup>[13]</sup>	1.1734	3.847	0.8857	Padhy
Jeng <sup>[19]</sup>	1.207	3.651	0.913	Jeng

图 5 为不同自整定 PID 的阶跃响应及抗负载扰动性能对比(负载扰动为幅值 0.05 的阶跃信号). 对比结果表明, 本文方法的系统响应速度和超调量均最佳, 抗负载扰动性能与其他两种 PID 相似.

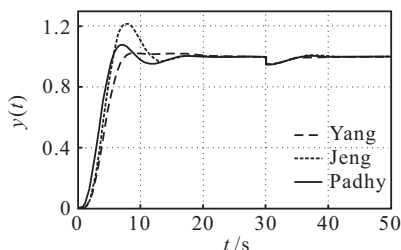


图 5 高阶对象 PID 控制性能比较

## 5 结论

本文利用 Maclaurin 展开, 为自衡对象给出了一种无模型假设的 PID 整定公式, 并通过开环阶跃响应实现了 PID 参数的自动计算. 在噪声环境下, 通过必要的滤波, 自整定仍可获得较为满意的控制器参数. 由于被控对象的输入为阶跃函数, 避免了继电器反馈整定方法中的输出“振荡”过程, 从而避免了大惯性带来的整定时间过长的不足. 在高阶对象的控制系统中, 本文方法体现了较好的控制性能.

### 参考文献(References)

- [1] Astrom K J, Hagglund T. The future of PID control[J]. Control Engineering Practice, 2001, 9(11): 1163-1175.
- [2] Li Dazi, Zeng Fanyou, Jin Qibing, et al. Applications of an IMC based PID controller tuning strategy in atmospheric and vacuum distillation units[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2009, 10(5): 2729-2739.
- [3] 尹先斌, 周有训. 基于 Taylor 和 Pade 能逼近的滞后系统 IMC-PID 研究[J]. 昆明理工大学学报: 理工版, 2006, 32(2): 76-81.
- [4] Yin X B, Zhou Y X. Taylor and Pade IMC-PID[J]. J of Kunming University of Science and Technology: Science and Technology, 2006, 32(2): 76-81.
- [5] Vilanova R. IMC based robust PID design: Tuning guidelines and automatic tuning[J]. J of Process Control, 2008, 18(1): 61-70.
- [6] Lee Y, Park S, Lee M, et al. PID controller tuning for desired closed-loop responses for SI/SO systems[J]. J of American Institute of Chemical Engineering, 1998, 44(1): 106-115.
- [7] Rames C Panda, Yu Cheng-Ching, Huang Hsiao-Ping. PID tuning rules for SOPDT systems: Review and some new results[J]. ISA Transactions, 2004, 43(2): 283-295.
- [8] 徐峰, 李东海, 薛亚丽. 基于 ITAE 指标的 PID 参数整定方法比较研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(8): 206-210.
- [9] (Xu F, Li D H, Xue Y L. Comparing and optimum seeking of PID tuning methods on ITAE index[J]. Proc of the CSEE, 2003, 23(8): 206-210.)
- [10] 张福波, 王国栋, 张殿华, 等. PID 控制器参数的 ITAE 最佳设定公式[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2005, 26(8): 755-758.
- [11] (Zhang F B, Wang G D, Zhang D H, et al. Optimal ITAE tuning formulae for parameters of PID controller[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2005, 26(8): 755-758.)
- [12] Madhuranthakam C R, Elkamel A, Budman H. Optimal tuning of PID controllers for FOPTD, SOPTD and SOPTD with lead processes[J]. Chemical Engineering and Processing, 2008, 47(2): 251-264.
- [13] Malwatkar G M, Sonawane S H, Waghmare L M. Tuning PID controllers for higher-order oscillatory systems with improved performance[J]. ISA Transactions, 2009, 48(3): 347-353.
- [14] Lee Ching-Hung. A survey of PID controller design based on gain and phase margins[J]. Int J of Computational Cognition, 2004, 2(3): 63-100.
- [15] Hang C C, Astrom K J, Wang Q G. Relay feedback auto-tuning of process controllers: A tutorial review[J]. J of Process Control, 2002, 12(1): 143-162.
- [16] Kumar Padhy P, Majhi S. Improved automatic tuning of PID controller for stable processes[J]. ISA Transactions, 2009, 48(4): 423-427.
- [17] 杨启文, 陈昊, 薛云灿. 单参数 PID 的 Hebb 学习控制[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(2): 392-395.
- [18] (Yang Q W, Chen H, Xue Y C. Hebbian learning control of PID with single Parameter[J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2008, 29(2): 392-395.) (下转第 618 页)