

文章编号: 1001-0920(2011)05-0690-05

具有随机丢包的网络控制系统的镇定

高守婉, 唐功友

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 研究具有随机丢包的网络控制系统(NCS)的镇定问题. 同时考虑传感器节点到控制器节点(S/C)和控制器节点到执行器节点(C/A)的随机丢包, 并分别对这两种丢包现象建模. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 得到闭环系统全局均方渐近稳定的充分条件. 进一步利用线性矩阵不等式(LMI)方法, 得到状态反馈控制律的增益矩阵. 数值仿真算例验证了所得结果的有效性.

关键词: 网络控制系统; 随机丢包; 均方稳定; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Stabilization of networked control systems with random packet dropouts

GAO Shou-wan, TANG Gong-you

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China.

Correspondent: TANG Gong-you, E-mail: gtang@ouc.edu.cn)

Abstract: The stabilization problem for networked control systems(NCS) with random packet dropouts is studied in this paper. Both sensor-to-controller(S/C) and controller-to-actuator(C/A) packet dropouts are considered, which are modeled respectively. Based on Lyapunov stability theory, sufficient condition is derived, which ensures the globally mean-square asymptotically stability for the closed-loop systems. Moreover, the gain matrix of the state feedback control law is obtained by using the linear matrix inequality(LMI) approach. Numerical examples illustrate the effectiveness of the results.

Key words: networked control systems; random packet dropout; mean-square stable; linear matrix inequality

1 引言

通过网络形成的反馈控制系统称为网络控制系统(NCS)^[1]. NCS 具有可实现资源共享与远程控制、可自行诊断故障、安装维护简单且易于扩展等优点, 已广泛应用于工业控制、航空航天、远程教学和兵器系统等领域.

由于系统数据实时性要求高, 以及网络拥塞或数据破坏等原因, 数据丢包现象不可避免地存在于 NCS 中. 数据丢包会导致 NCS 性能下降甚至失稳, 因此, 具有数据丢包的 NCS 的稳定性分析和控制器设计问题日益引起人们的关注. 目前, 大多数这方面的研究只考虑传感器节点到控制器节点(S/C)的数据丢包^[2-6], 同时考虑 S/C 和控制器节点到执行器节点(C/A)数据丢包的成果相对较少. 采用零-输入补偿策略, 即当 S/C(C/A)发生数据丢包时, 该时刻控制器(执行器)的输入被认为是零, 文献[7]研究了同时存在量测数据和控制数据丢包的 NCS 的控制和最

优估计问题; [8]考虑了存在随机丢包的 NCS 的鲁棒 H_∞ 控制问题. 采用保持-输入补偿策略, 即若某时刻发生 S/C(C/A)丢包, 上一时刻的控制器(执行器)输入被用来代替当前时刻的输入, [9]利用马尔可夫链描述数据丢包现象, 并设计出依赖系统模态的状态反馈控制器. 除了上述两种丢包补偿策略之外, [10]针对控制器和执行器均采用时钟驱动且最大丢包率和最大连续丢包长度被限定的短时延 NCS, 提出一种数据包丢失的估值补偿方法, 该方法可根据历史状态向量和控制向量信息估算出当前的控制量.

本文采用保持-输入数据丢包补偿策略, 研究了同时存在 S/C 和 C/A 丢包的 NCS 镇定问题. 运用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式(LMI)方法, 给出了闭环系统全局均方渐近稳定的充分条件, 并给出了相应的状态反馈控制律. 与文献[9]不同, 该状态反馈控制律不依赖于任何系统模态.

收稿日期: 2010-03-02; 修回日期: 2010-05-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074092); 山东省自然科学基金项目(ZR2010FM019).

作者简介: 高守婉(1982-), 女, 博士生, 从事网络控制系统、时滞系统的分析与综合研究; 唐功友(1953-), 男, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统、非线性系统的分析与综合等研究.

2 问题描述

考虑图1所示的带有随机丢包的NCS, 被控对象的状态方程描述如下:

$$x(k+1) = Ax(k) + B\bar{u}(k). \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$, $\bar{u}(k) \in R^m$ 分别为状态向量和控制向量; A 和 B 为适当维数的常系数矩阵.

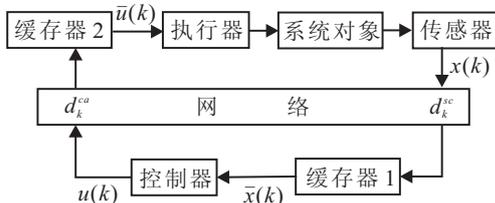


图1 NCS结构图

如图1所示: 假设传感器、控制器和执行器均为时钟驱动; 缓存器1和缓存器2分别存储传感器节点数据和控制器节点数据, 当有新数据到达时, 将自动更新; d_k^{sc} 和 d_k^{ca} 分别表示从上一次成功接收数据包的时刻到 k 时刻 S/C 和 C/A 的连续丢包数量. 为了便于问题分析, 不失一般性, 可作如下假设:

假设1 d_k^{sc} 和 d_k^{ca} 均有界, 分别满足 $0 \leq d_k^{sc} \leq d_1$ 和 $0 \leq d_k^{ca} \leq d_2$.

假设2 $\{d_k^{sc}\}$ 和 $\{d_k^{ca}\}$ 均为独立同分布随机过程, 并且

$$\text{Prob}\{d_k^{sc} = i\} = \alpha_i, \quad i = 0, 1, \dots, d_1;$$

$$\text{Prob}\{d_k^{ca} = j\} = \beta_j, \quad j = 0, 1, \dots, d_2.$$

其中: α_i 和 β_j 均为正值, 且 $\sum_{i=0}^{d_1} \alpha_i = 1, \sum_{j=0}^{d_2} \beta_j = 1$.

假设3 $\{d_k^{sc}\}$ 和 $\{d_k^{ca}\}$ 相互统计独立.

根据假设1, 对于缓存器1和缓存器2分别有

$$\bar{x}(k) = \sum_{i=0}^{d_1} \Pi_{\{d_k^{sc}=i\}} x(k-i), \quad (2)$$

$$\bar{u}(k) = \sum_{j=0}^{d_2} \Pi_{\{d_k^{ca}=j\}} u(k-j). \quad (3)$$

其中

$$\Pi_{\{d_k^{sc}=i\}} = \begin{cases} 1, & d_k^{sc} = i; \\ 0, & d_k^{sc} \neq i; \end{cases}$$

$$\Pi_{\{d_k^{ca}=j\}} = \begin{cases} 1, & d_k^{ca} = j; \\ 0, & d_k^{ca} \neq j. \end{cases}$$

再结合假设2, 得到

$$E\{\Pi_{\{d_k^{sc}=i\}}\} = \text{Prob}\{d_k^{sc} = i\} = \alpha_i,$$

$$E\{\Pi_{\{d_k^{ca}=j\}}\} = \text{Prob}\{d_k^{ca} = j\} = \beta_j.$$

采用如下状态反馈控制律

$$u(k) = K\bar{x}(k), \quad (4)$$

并结合式(2)和(3), 可将系统(1)改写为

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \Pi_{\{d_k^{ca}=j\}} \Pi_{\{d_k^{sc}=i\}} BKx(k-i-j). \quad (5)$$

容易看出, 系统(5)为随机系统. 下面引入全局均方渐近稳定的概念.

定义1^[11] 称闭环系统(5)全局均方渐近稳定, 如果对于任意初始状态 $x(0) \in R^n, \lim_{k \rightarrow \infty} E\{|x(k)|^2\} = 0$.

本文的主要目的为设计状态反馈控制律(4), 使闭环系统(5)全局均方渐近稳定.

3 主要结果

定理1 给定增益矩阵 K , 如果存在正定矩阵 P, Q_n 和 R_n 以及适当维数矩阵 $S_n, n = 1, 2, \dots, d_1 + d_2$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 \\ \Xi_2^T & \Xi_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

则闭环系统(5)全局均方渐近稳定. 其中

$$\Xi_1 = A_1 + A_2 + A_2^T + \Phi_1 A_3 \Phi_1^T + \Phi_2 P \Phi_2^T +$$

$$\Phi_3 A_4 \Phi_3^T + \Phi_4 \left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n \right) \Phi_4^T,$$

$$\Xi_2 = [S_1 \quad \sqrt{2} S_2 \quad \dots \quad \sqrt{d_1 + d_2} S_{d_1+d_2}],$$

$$\Xi_3 = -\text{diag}\{R_1, R_2, \dots, R_{d_1+d_2}\},$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} A^T & \sqrt{\theta_2} A^T & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} A^T \\ \sqrt{\theta_1} K^T B^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\theta_2} K^T B^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} K^T B^T \end{bmatrix},$$

$$\Phi_2 = [\sqrt{\theta_0} (A + BK) \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T,$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} (A-I)^T & \sqrt{\theta_2} (A-I)^T & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} (A-I)^T \\ \sqrt{\theta_1} K^T B^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\theta_2} K^T B^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} K^T B^T \end{bmatrix},$$

$$\Phi_4 = [\sqrt{\theta_0} (A - I + BK) \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T,$$

$$A_1 = \text{diag}\left\{-P + \sum_{n=1}^{d_1+d_2} Q_n, -Q_1, \dots, -Q_{d_1+d_2}\right\},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{d_1+d_2} S_n & -S_1 & \dots & -S_{d_1+d_2} \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \text{diag}\{P, P, \dots, P\},$$

$$A_4 = \text{diag}\left\{\sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n, \sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n, \dots, \sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n\right\},$$

$$\theta_h = \sum_{j=0}^{d_2} \beta_j \alpha_{h-j}, \quad h = 0, 1, \dots, d_1 + d_2,$$

$\alpha_i = 0, i < 0$ 或 $i > d_1$.

证明 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_k = V_{1k} + V_{2k} + V_{3k}, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} V_{1k} &= x^T(k)Px(k), \\ V_{2k} &= \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} x^T(k+m)Q_n x(k+m), \\ V_{3k} &= \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} \sum_{l=m}^{-1} \varsigma^T(k+l)R_n \varsigma(k+l), \\ \varsigma(k) &= x(k+1) - x(k), \end{aligned}$$

并且 P, Q_n 和 R_n 均为正定矩阵, 则

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_{1k} | x(k), \dots, x(0)\} = \\ &E\{x^T(k+1)Px(k+1) | x(k), \dots, x(0)\} - \\ &x^T(k)Px(k) = \\ &x^T(k)(A^T PA - P)x(k) + \\ &2 \sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k) A^T PBKx(k-i-j) + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k-i-j) K^T B^T PBKx(k-i-j), \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_{2k} | x(k), \dots, x(0)\} = \\ &\sum_{n=1}^{d_1+d_2} [x^T(k)Q_n x(k) - x^T(k-n)Q_n x(k-n)], \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_{3k} | x(k), \dots, x(0)\} = \\ &E\left\{ \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} [\varsigma^T(k)R_n \varsigma(k) - \right. \\ &\left. \varsigma^T(k+m)R_n \varsigma(k+m)] | x(k), \dots, x(0) \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x^T(k)(A-I)^T \left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) (A-I)x(k) + \\ &2 \sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k)(A-I)^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) BKx(k-i-j) + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k-i-j) K^T B^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) BKx(k-i-j) - \\ &\sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} \varsigma^T(k+m)R_n \varsigma(k+m). \quad (10) \end{aligned}$$

注意到 $\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{i=0}^{d_1} \beta_j \alpha_i = 1$, 式(8)和(10)可分别改

写为

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_{1k} | x(k), \dots, x(0)\} = \\ &\beta_0 \alpha_0 [(A+BK)x(k)]^T P [(A+BK)x(k)] + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k) A^T PAx(k) + \\ &2 \sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k) A^T PBKx(k-i-j) + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k-i-j) K^T B^T PBK \times \\ &x(k-i-j) - x^T(k)Px(k), \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_{3k} | x(k), \dots, x(0)\} = \\ &\beta_0 \alpha_0 [(A-I+BK)x(k)]^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) [(A-I+BK)x(k)] + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k)(A-I)^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) (A-I)x(k) + \\ &2 \sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k)(A-I)^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) BKx(k-i-j) + \\ &\sum_{j=0}^{d_2} \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \neq 0}}^{d_1} \beta_j \alpha_i x^T(k-i-j) K^T B^T \times \\ &\left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} nR_n \right) BKx(k-i-j) - \\ &\sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} \varsigma^T(k+m)R_n \varsigma(k+m). \quad (12) \end{aligned}$$

令 $\eta(k) = [x^T(k) \ x^T(k-1) \ \dots \ x^T(k-d_1-d_2)]^T$, 并注意

$$\begin{aligned} &x(k) - x(k-n) - \sum_{m=-n}^{-1} \varsigma(k+m) = 0, \\ &n = 1, 2, \dots, d_1 + d_2. \quad (13) \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} &E\{\Delta V_k | x(k), \dots, x(0)\} \leq \\ &E\{\Delta V_{1k} | x(k), \dots, x(0)\} + E\{\Delta V_{2k} | x(k), \dots, x(0)\} + \\ &E\{\Delta V_{3k} | x(k), \dots, x(0)\} + \end{aligned}$$

$$2 \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \eta^T(k) S_n \left[x(k) - x(k-n) - \sum_{m=-n}^{-1} \zeta(k+m) \right] + \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \sum_{m=-n}^{-1} [S_n^T \eta(k) + R_n \zeta(k+m)]^T R_n^{-1} \times [S_n^T \eta(k) + R_n \zeta(k+m)], \quad (14)$$

其中 $S_n = [S_{n0}^T \ S_{n1}^T \ \dots \ S_{n(d_1+d_2)}^T]^T$ 为适当维数矩阵. 将式(9), (11) 和 (12) 代入 (14), 可将式(14) 整理为

$$E \{ \Delta V_k | x(k), \dots, x(0) \} \leq \eta^T(k) \left(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_2^T + \Phi_1 \Lambda_3 \Phi_1^T + \Phi_2 P \Phi_2^T + \Phi_3 \Lambda_4 \Phi_3^T + \Phi_4 \left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n \right) \Phi_4^T + \sum_{n=1}^{d_1+d_2} n S_n R_n^{-1} S_n^T \right) \eta(k). \quad (15)$$

由式(6) 易得出

$$\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_2^T + \Phi_1 \Lambda_3 \Phi_1^T + \Phi_2 P \Phi_2^T + \Phi_3 \Lambda_4 \Phi_3^T + \Phi_4 \left(\sum_{n=1}^{d_1+d_2} n R_n \right) \Phi_4^T + \sum_{n=1}^{d_1+d_2} n S_n R_n^{-1} S_n^T < 0. \quad (16)$$

于是有

$$E \{ V_{k+1} | x(k), \dots, x(0) \} - V_k < 0. \quad (17)$$

由式(17) 易知, 存在常数 $0 < \gamma < 1$, 使

$$E \{ V_{k+1} | x(k), \dots, x(0) \} \leq \gamma V_k. \quad (18)$$

再由递推可得 $E \{ V_k \} \leq \gamma^k V_0$, 又因为 $Q_n > 0, R_n > 0$, 所以 $E \{ x^T(k) P x(k) \} \leq \gamma^k V_0$. 最后, 根据 Rayleigh 不等式可知

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \{ |x(k)|^2 \} \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\gamma^k V_0}{\lambda_{\min}(P)} = 0. \quad (19)$$

由此定理得证. □

注 1 本文构造 Lyapunov 函数的方法类似于文献[11]. 然而, 文献[11] 主要研究带有随机时滞的 NCS 的镇定问题, 本文的讨论对象则为具有随机丢包的 NCS. 而且, 本文同时考虑 S/C 和 C/A 的数据丢包, 并采用两个独立的随机过程分别描述 S/C 和 C/A 的丢包现象, 镇定问题的分析和推证更加复杂.

定理 2 考虑闭环系统(5), 如果存在正定矩阵 \bar{P}, \bar{Q}_n 和 \bar{R}_n 以及适当维数矩阵 \bar{K} 和 $\bar{S}_n, n=1, 2, \dots, d_1 + d_2$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_2^T & \Sigma_3 & \Sigma_5 & \Sigma_7 & \Sigma_8 & \Sigma_{10} \\ * & \Sigma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Sigma_6 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{P} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_9 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{11} \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

则存在状态反馈控制律(4) 使闭环系统(5) 全局均方渐近稳定, 且增益矩阵 $K = \bar{K} \bar{P}^{-1}$. 其中

$$\Sigma_1 = \text{diag} \left\{ -\bar{P} + \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \bar{Q}_n, -\bar{Q}_1, \dots, -\bar{Q}_{d_1+d_2} \right\},$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{d_1+d_2} \bar{S}_n & -\bar{S}_1 & \dots & -\bar{S}_{d_1+d_2} \end{bmatrix},$$

$$\Sigma_3 = [\bar{S}_1 \ \sqrt{2} \bar{S}_2 \ \dots \ \sqrt{d_1+d_2} \bar{S}_{d_1+d_2}],$$

$$\Sigma_4 = \text{diag} \{ \bar{R}_1 - 2\bar{P}, \bar{R}_2 - 2\bar{P}, \dots, \bar{R}_{d_1+d_2} - 2\bar{P} \},$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} \bar{P} A^T & \sqrt{\theta_2} \bar{P} A^T & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} \bar{P} A^T \\ \sqrt{\theta_1} \bar{K}^T B^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\theta_2} \bar{K}^T B^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} \bar{K}^T B^T \end{bmatrix},$$

$$\Sigma_6 = -\text{diag} \{ \bar{P}, \bar{P}, \dots, \bar{P} \},$$

$$\Sigma_7 = [\sqrt{\theta_0} (A \bar{P} + B \bar{K}) \ 0 \ \dots \ 0]^T,$$

$$\Sigma_8 = [\Sigma_{12} \ \sqrt{2} \Sigma_{12} \ \dots \ \sqrt{d_1+d_2} \Sigma_{12}],$$

$$\Sigma_9 = -\text{diag} \{ I_{d_1+d_2} \otimes \bar{R}_1, I_{d_1+d_2} \otimes \bar{R}_2, \dots, I_{d_1+d_2} \otimes \bar{R}_{d_1+d_2} \},$$

$$\Sigma_{10} = [\Sigma_{13} \ \sqrt{2} \Sigma_{13} \ \dots \ \sqrt{d_1+d_2} \Sigma_{13}],$$

$$\Sigma_{11} = -\text{diag} \{ \bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_{d_1+d_2} \},$$

$$\Sigma_{12} = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} \bar{P} (A-I)^T \sqrt{\theta_2} \bar{P} (A-I)^T \dots \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} \bar{P} (A-I)^T \\ \sqrt{\theta_1} \bar{K}^T B^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\theta_2} \bar{K}^T B^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\theta_{d_1+d_2}} \bar{K}^T B^T \end{bmatrix},$$

$$\Sigma_{13} = [\sqrt{\theta_0} [(A-I) \bar{P} + B \bar{K}] \ 0 \ \dots \ 0]^T.$$

证明 由式(20), 并注意到 $-\bar{P} \bar{R}_n^{-1} \bar{P} \leq \bar{R}_n - 2\bar{P}$, 得到

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_2^T & \Sigma_3 & \Sigma_5 & \Sigma_7 & \Sigma_8 & \Sigma_{10} \\ * & \Sigma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Sigma_6 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{P} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_9 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{11} \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

其中

$$\Sigma_4 = -\text{diag} \{ \bar{P} \bar{R}_1^{-1} \bar{P}, \bar{P} \bar{R}_2^{-1} \bar{P}, \dots, \bar{P} \bar{R}_{d_1+d_2}^{-1} \bar{P} \}.$$

将式(21) 分别左乘、右乘 $\text{diag} \{ I_{2(d_1+d_2)+1} \otimes \bar{P}^{-1}, I_{(d_1+d_2+1)^2 \times n} \}$, 并令 $P = \bar{P}^{-1}, Q_n = \bar{P}^{-1} \bar{Q}_n \bar{P}^{-1}, R_n = \bar{R}_n^{-1}, K = \bar{K} \bar{P}^{-1}, S_n = I_{d_1+d_2+1} \otimes \bar{P}^{-1} \bar{S}_n \bar{P}^{-1}$, 再结合 Schur 补, 得到式(6). 由此定理得证. □

4 仿真实例

为了验证所得理论结果的有效性, 分别以开环不稳定的 2 阶和 4 阶系统为例进行仿真研究. 以下两个仿真实例中, 均假设 S/C 丢包上界 $d_1 = 1, C/A$ 丢包上界 $d_2 = 2$, 并且 $\alpha_0 = 0.6, \alpha_1 = 0.4, \beta_0 = 0.5, \beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.1$.

例 1 考虑由闭环系统(5) 描述的 2 阶系统, 系

统矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1.2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

初始状态取为 $x(0) = [1 \ -1]^T$. 利用定理2以及MATLAB中LMI工具箱, 可以求得

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 26.6524 & -8.3712 \\ -8.3712 & 4.0660 \end{bmatrix}, \bar{K} = [0.6451 \ -0.7937],$$

于是增益矩阵 $K = \bar{K}\bar{P}^{-1} = [-0.1050 \ -0.4114]$.

图2给出了2阶闭环系统的状态反馈响应曲线.

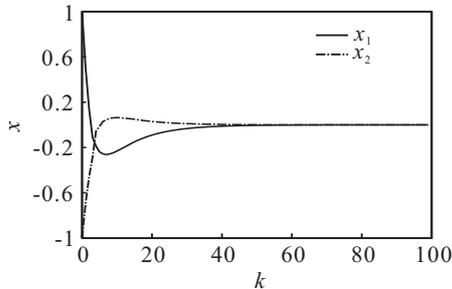


图2 2阶闭环系统状态反馈响应曲线

例2 考虑由闭环系统(5)描述的4阶系统, 系统矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 & 1.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \\ -0.1 \end{bmatrix}.$$

系统的初始值为 $x(0) = [1 \ -1 \ 1 \ -1]^T$. 同样根据定理2以及MATLAB中LMI工具箱, 可以求得

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 22.1810 & -2.6769 & -0.8280 & 1.1051 \\ -2.6769 & 6.9773 & 1.2376 & -3.7316 \\ -0.8280 & 1.2376 & 0.8856 & -1.9227 \\ 1.1051 & -3.7316 & -1.9227 & 4.6675 \end{bmatrix},$$

$$\bar{K} = [-4.1236 \ -3.8511 \ 0.6994 \ 1.1576],$$

则增益矩阵

$$K = \bar{K}\bar{P}^{-1} = [0.0638 \ 0.3397 \ 13.9122 \ 6.2355].$$

图3给出了4阶闭环系统的状态反馈响应曲线.

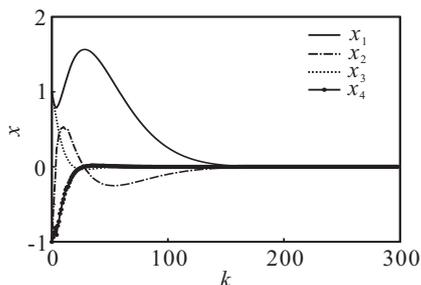


图3 4阶闭环系统状态反馈响应曲线

由图2和图3可以看出, 定理2给出的条件可以保证闭环系统(5)全局均方渐近稳定.

5 结论

本文利用Lyapunov稳定性理论和LMI方法研究了一类同时存在S/C和C/A随机丢包的NCS的镇定问题. 给出了使闭环系统全局均方渐近稳定的充分条件以及相应的状态反馈控制律. 值得注意的是, 本文仅讨论了系统镇定问题, 并未涉及系统性能的优化. 如何解决该类NCS的最优控制问题, 有待于进一步分析和研究.

参考文献(References)

- [1] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.
- [2] Costa O L V, Guerra S. Stationary filter for linear minimum mean square error estimator of discrete-time Markovian jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(8): 1351-1356.
- [3] Smith S C, Seiler P. Estimation with lossy measurements: Jump estimators for jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2163-2171.
- [4] Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, et al. Kalman filtering with intermittent observations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1453-1464.
- [5] Seiler P, Sengupta R. An H_∞ approach to networked control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3): 356-364.
- [6] Schenato L. Optimal estimation in networked control systems subject to random delay and packet drop[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(5): 1311-1317.
- [7] Schenato L, Sinopoli B, Franceschetti M, et al. Foundations of control and estimation over lossy networks[J]. Proc of IEEE, 2007, 95(1): 163-187.
- [8] Wang Z D, Yang F W, Ho D W C, et al. Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2007, 37(4): 916-924.
- [9] Wu J, Chen T W. Design of networked control systems with packet dropouts[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(7): 1314-1319.
- [10] 李海涛, 唐功友, 马慧. 一类具有数据包丢失的网络控制系统的最优控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 773-776. (Li H T, Tang G Y, Ma H. Optimal control for a class of networked control systems with data packet dropout[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 773-776.)
- [11] Gao H J, Meng X Y, Chen T W. Stabilization of networked control systems with a new delay characterization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2142-2148.