第 26 卷 第 6 期
Vol. 26 No. 6

控 制 与 决 策
Control and Decision

2011 年 6 月
Jun. 2011

文章编号: 1001-0920(2011)06-0841-06

离散线性切换系统的一致有限时间稳定分析和反馈控制及其在网络控制系统中的应用

林相泽[1], 都海波[2], 李世华[2]

(1. 南京农业大学 工学院，南京 210031；2. 东南大学 自动化学院，南京 210096)

摘 要: 研究了一类离散线性切换系统的一致有限时间稳定性分析和反馈镇定. 基于线性矩阵不等式技术, 给出了在任意切换信号作用下, 离散线性切换系统有限时间稳定和有限时间有界的充分条件, 并给出了离散线性切换控制系统一致有限时间状态反馈控制器的设计方法. 将上述分析结果应用于一类丢包有界的网络控制系统, 得到了保证其有限时间稳定的反馈控制器. 最后, 通过两个数值仿真例子验证了所提方法的有效性.

关键词: 离散线性切换系统；线性矩阵不等式；有限时间稳定；网络控制系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Uniform finite-time stability and feedback stabilization for discrete-time switched linear systems and its application to networked control systems

LIN Xiang-ze[1], *DU Hai-bo*[2], *LI Shi-hua*[2]

(1. College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China; 2. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: LIN Xiang-ze, E-mail: xzlin@njau.edu.cn)

Abstract: Uniform finite-time stability and feedback stabilization for a class of discrete-time switched linear systems are discussed. Based on linear matrix inequalities techniques, sufficient conditions under which discrete-time switched systems with arbitrary switching signals are finite-time stable and finite-time bounded are given. Then, state feedback controllers are designed to guarantee discrete-time switched systems uniform finite-time stable. Applying these analysis results to a class of networked control systems with bounded packet loss, finite-time state feedback controllers are obtained. Finally, two numerical examples show the effectiveness of the proposed method.

Key words: discrete-time switched linear systems; linear matrix inequalities; finite-time stablility; networked control systems

1 引 言

切换系统是一类重要的混杂系统, 是指由一组连续或离散动态子系统组成, 并按照某种切换规则在各子系统间切换的动力系统[1]. 切换系统的稳定性和反馈镇定问题是切换系统理论研究的一个重要方面, 目前, 基于 Lyapunov 函数方法, 切换系统的稳定性研究已经取得了丰硕的成果[2-16], 但主要集中在 Lyapunov 意义下的渐近稳定性上. Lyapunov 渐近稳定刻画的是时间趋于无穷时系统的动态性能, 它并不能反映系统在一段时间上的暂态性能. 在许多实际应用中, 往往因为系统在一段时间上具有较差的暂态性能 (如超调过大) 而在工程上无法应用 (如存在控制饱和). 因此, 从工程实际需要的角度出发, 对系统在一段时间上的暂态性能分析是十分必要的, 由此提出了有限时间稳定[16]的概念.

有限时间稳定早期的结果可以追溯到上世纪 60 年代[17-18]. Weiss 等人[18]指出, 有限时间稳定性理论的发展在一定程度上与经典 Lyapunov 稳定性的发展是平行的. 最近, 基于线性矩阵不等式方法, 有限时间控制问题取得了丰硕的成果[19-27]. 值得注意的是, 文献 [28-32] 也针对一些系统给出了有限时间稳定和镇定的结果, 但这些结果中的有限时间稳定是指系统的状态在有限时间内收敛到平衡点, 与本文以及文献 [17-27,33] 中有限时间稳定的内涵是不同的.

收稿日期: 2010-03-03；**修回日期:** 2010-05-18.

基金项目: 教育部博士点基金项目(20090092110022)；南京农业大学青年科技创新基金项目(KJ09029).

作者简介: 林相泽(1977−), 男, 讲师, 从事切换系统、网络控制系统等研究；李世华(1975−), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制等研究.

目前, 对于切换系统的 Lyapunov 稳定[1-15]和一般系统的有限时间控制[17-26]的研究均已取得了较大进展, 但对于切换系统有限时间稳定性的分析和反馈控制的研究还刚刚起步. 由于离散线性切换系统广泛的应用背景[15]和实际工程中对系统暂态性能的要求, 本文给出离散切换线性系统的有限时间稳定性分析与状态反馈镇定的相关结果. 首先将离散线性系统的有限时间稳定概念推广到离散线性切换系统, 给出切换系统一致有限时间稳定和一致有限时间有界的概念. 利用切换 Lyapunov-like 函数方法, 给出离散线性切换系统一致有限时间反馈镇定的充分条件, 并将其转化为易求解的线性矩阵不等式. 将本文结论应用于一类丢包有界的网络控制系统, 给出有限时间状态反馈控制器的设计方案.

2 系统描述

文中, 矩阵 $P>0(P\geqslant 0)$ 表示矩阵 P 为对称正定 (半正定) 矩阵, $P>Q(P\geqslant Q)$ 表示 $P-Q>0$ $(P-Q\geqslant 0)$, $\lambda_{\max}(P)$ 和 $\lambda_{\min}(P)$ 分别表示实对称矩阵 P 的最大和最小特征值, $Z_+=\{0,1,\cdots\}$.

给定离散线性切换系统为

$$x(k+1)=A_{\sigma(k)}x(k)+B_{\sigma(k)}u(k)+\omega(k),\quad k\in Z_+. \tag{1}$$

其中: $x(k)\in R^n$ 为系统状态; $u(k)\in R^p$ 为控制输入; $\omega(k)\in R^n$ 为外部扰动; $A_{\sigma(k)}$ 和 $B_{\sigma(k)}$ 为相应维数的常数矩阵, $\sigma(k):Z_+\to M=\{1,2,\cdots,m\}$ 为依赖于时间 k 或状态 $x(k)$ 的分段常值的切换信号, m 为子系统个数.

假设 1 外部扰动信号 ω 满足

$$\omega(k)^{\mathrm T}\omega(k)\leqslant d,\ \forall k\in Z_+,$$

其中 $d\geqslant 0$ 为一定常数.

分析在所有可能发生的切换序列作用下系统的稳定性条件, 对实际工程有重要的指导意义[34]. 因此, 对切换信号作如下假设.

假设 2 切换信号可能是任意的.

如果外部扰动不存在, 则切换系统 (1) 变为

$$x(k+1)=A_{\sigma(k)}x(k)+B_{\sigma(k)}u(k),\ k\in Z_+. \tag{2}$$

对于切换系统 (1) 和 (2), 仅考虑如下线性切换状态反馈控制器:

$$u(k)=K_{\sigma(k)}x(k). \tag{3}$$

3 有限时间有界性分析

首先, 将离散线性系统有限时间稳定和有限时间有界的概念[20]推广到离散线性切换系统.

定义 1 离散线性切换系统为

$$x(k+1)=A_{\sigma(k)}x(k),\ k\in Z_+. \tag{4}$$

如果在任意切换信号下, $\forall k\in\{0,1,\cdots,N\}$, 有

$$x(0)^{\mathrm T}Rx(0)\leqslant c_1\Rightarrow x^{\mathrm T}(k)Rx(k)<c_2,$$

则称切换系统 (4) 关于 (c_1,c_2,N,R) 一致有限时间稳定. 其中: 给定正数 c_1, c_2, $N\in Z_+$, 且$c_1<c_2$; $R\geqslant 0$.

注 1 定义 1 中的“一致”与文献 [1,4] 中的“一致”意义相同, 是指对切换信号的一致性, 而不是时间的一致性.

定义 2 离散线性切换系统

$$x(k+1)=A_{\sigma(k)}x(k)+\omega(k),\ k\in Z_+. \tag{5}$$

如果在任意切换信号下, $\forall k\in\{0,1,\cdots,N\}$, 有

$$x(0)^{\mathrm T}Rx(0)\leqslant c_1\Rightarrow x^{\mathrm T}(k)Rx(k)<c_2,$$

则称切换系统 (5) 关于 (c_1,c_2,d,N,R) 一致有限时间有界. 其中: 给定正数 c_1, c_2, d, $N\in Z_+$, 且$c_1<c_2$; $R\geqslant 0$; 外部扰动 $\omega(k)$ 满足假设 1.

引理 1[35] 线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2\\ E_2^{\mathrm T} & E_3\end{bmatrix}>0$$

与下列线性矩阵不等式组等价:

$$E_3>0,\ E_1-E_2E_3^{-1}E_2^{\mathrm T}>0.$$

首先讨论离散线性切换系统 (5) 的一致有限时间有界的充分条件.

定理 1 如果存在对称矩阵$S_i>0$, $Q_i>0$ 和实数 $\gamma\geqslant 1$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\gamma S_i & 0 & S_iA_i^{\mathrm T}\\ 0 & -\gamma Q_i & I\\ A_iS_i & I & -S_j\end{bmatrix}<0,\ \forall(i,j)\in M\times M; \tag{6}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\gamma^N c_1+\frac{\lambda_3}{\lambda_1}d\sum_{i=1}^{N}\gamma^i<c_2; \tag{7}$$

则离散线性切换系统 (5) 关于 (c_1,c_2,d,N,R) 一致有限时间有界. 其中

$$\lambda_1=\min_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),$$

$$\lambda_2=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),$$

$$\lambda_3=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Q_i).$$

证明 取备选 Lyapunov-like 函数

$$V(k,x(k))=x^{\mathrm T}(k)P_{\sigma(k)}x(k),$$

其中 $P_{\sigma(k)}=S_{\sigma(k)}^{-1}$, 则

$$V(k+1,x(k+1))=x^{\mathrm T}(k+1)P_{\sigma(k+1)}x(k+1).$$

将定理 1 的证明分为如下两步:

Step 1: 不失一般性, 令

$$\sigma(k)=i,\ \sigma(k+1)=j,\ i,j\in M.$$

根据切换系统 (5), 状态方程为

$$V(k+1,x(k+1))=x^{\mathrm{T}}(k+1)P_jx(k+1)=$$
$$\begin{bmatrix} x^{\mathrm{T}}(k) & \omega^{\mathrm{T}}(k) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}}P_jA_i & A_i^{\mathrm{T}}P_j \\ P_jA_i & P_j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

另一方面, 由于式 (6) 成立, 有

$$\begin{bmatrix} -\gamma P_i^{-1} & 0 & P_i^{-1}A_i^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\gamma Q_i & I \\ A_iP_i^{-1} & I & -P_j^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

在式 (9) 两边同时左乘和右乘矩阵 $\mathrm{diag}[P_i \;\; I \;\; I]$, 可得

$$\begin{bmatrix} -\gamma P_i & 0 & A_i^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\gamma Q_i & I \\ A_i & I & -P_j^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

即

$$\begin{bmatrix} \gamma P_i & 0 & -A_i^{\mathrm{T}} \\ 0 & \gamma Q_i & -I \\ -A_i & -I & P_j^{-1} \end{bmatrix} > 0. \quad (11)$$

由引理 1 可得, 式 (11) 等价于

$$\begin{bmatrix} \gamma P_i & 0 \\ 0 & \gamma Q_i \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -A_i^{\mathrm{T}} \\ -I \end{bmatrix}P_j\begin{bmatrix} -A_i & -I \end{bmatrix} > 0. \quad (12)$$

计算可得

$$\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}}P_jA_i & A_i^{\mathrm{T}}P_j \\ P_jA_i & P_j \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \gamma P_i & 0 \\ 0 & \gamma Q_i \end{bmatrix}. \quad (13)$$

将式 (13) 代入 (8) 可得

$$V(k+1,x(k+1)) <$$
$$[x^{\mathrm{T}}(k) \;\; \omega^{\mathrm{T}}(k)]\begin{bmatrix} \gamma P_i & 0 \\ 0 & \gamma Q_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix}=$$
$$\gamma V(k,x(k))+\gamma\omega^{\mathrm{T}}(k)Q_i\omega(k). \quad (14)$$

Step 2: 由式 (14), 迭代可得

$$V(k,x(k)) <$$
$$\gamma^kV(0,x(0))+\sum_{i=1}^{k}\gamma^i\omega^{\mathrm{T}}(k-i)Q_{\sigma(k-i)}\omega(k-i) \leqslant$$
$$\gamma^N\lambda_2c_1+\lambda_3d\sum_{i=1}^{k}\gamma^i. \quad (15)$$

其中

$$\lambda_2=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}P_iR^{-1/2}),$$
$$\lambda_3=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Q_i).$$

注意到

$$V(k,x(k))=x^{\mathrm{T}}(k)P_{\sigma(k)}x(k)=$$
$$x^{\mathrm{T}}(k)R^{1/2}(R^{-1/2}P_{\sigma(k)}R^{-1/2})R^{1/2}x(k)\geqslant$$
$$\lambda_1x^{\mathrm{T}}(k)Rx(k), \quad (16)$$

其中 $\lambda_1=\min\limits_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}P_iR^{-1/2})$. 结合式 (15) 和 (16), 可得

$$\lambda_1x^{\mathrm{T}}(k)Rx(k) < \gamma^N\lambda_2c_1+\lambda_3d\sum_{i=1}^{k}\gamma^i. \quad (17)$$

由于式 (7) 成立, 结合式 (17) 可得

$$x^{\mathrm{T}}(k)Rx(k) < c_2.$$

□

对于不含扰动的离散线性切换系统 (4), 给出其一致有限时间稳定的充分条件.

定理 2　如果存在对称矩阵 $S_i > 0$, $Q_i > 0$ 和实数 $\gamma\geqslant 1$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\gamma S_i & S_iA_i^{\mathrm{T}} \\ A_iS_i & -S_j \end{bmatrix} < 0,\ \forall (i,j)\in M\times M; \quad (18)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\gamma^Nc_1 < c_2; \quad (19)$$

则离散线性切换系统 (4) 关于 (c_1,c_2,N,R) 一致有限时间稳定. 其中

$$\lambda_1=\min_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),$$
$$\lambda_2=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}).$$

证明　令 $\omega(k)=0, d=0$, 由定理 1 类似可证. □

4　一致有限时间镇定

将切换状态反馈控制器 (3) 代入离散线性切换系统 (1), 可得闭环系统

$$x(k+1)=(A_{\sigma(k)}+B_{\sigma(k)}K_{\sigma(k)})+\omega(k),$$
$$k\in Z_+. \quad (20)$$

定理 3　如果存在对称矩阵 $S_i > 0$, $Q_i > 0$ 和矩阵 Y_i 以及实数 $\gamma\geqslant 1$, 满足

$$\begin{bmatrix} -\gamma S_i & 0 & S_iA_i^{\mathrm{T}}+Y_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\gamma Q_i & I \\ A_iS_i+B_iY_i & I & -S_j \end{bmatrix} < 0,$$
$$\forall (i,j)\in M\times M; \quad (21)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\gamma^Nc_1+\frac{\lambda_3}{\lambda_1}d\sum_{i=1}^{N}\gamma^i < c_2; \quad (22)$$

则在切换状态反馈控制器

$$u(k)=Y_{\sigma(k)}S_{\sigma(k)}^{-1}x(k)$$

的作用下, 离散线性切换系统 (1) 关于 (c_1,c_2,d,N,R) 一致有限时间有界. 其中

$$\lambda_1=\min_{\forall i\in M}\lambda_{\min}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),$$
$$\lambda_2=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R^{-1/2}S_i^{-1}R^{-1/2}),$$
$$\lambda_3=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Q_i).$$

证明　考虑闭环系统 (20), 将式 (6) 中的 A_i 用 $A_i+B_iK_i(\forall i\in M)$ 代替, 并作变量代换 $Y_i=K_iS_i(\forall i \in M)$, 不难证明定理成立. □

同理, 当切换系统不含扰动时, 可得切换系统 (2)

一致有限时间稳定的充分条件.

定理 4 如果存在对称矩阵 $S_i > 0$, 矩阵 Y_i 以及实数 $\gamma \geqslant 1$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\gamma S_i & S_i A_i^{\mathrm{T}} + Y_i^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}} \\ A_i S_i + B_i Y_i & -S_j \end{bmatrix} < 0, \tag{23}$$

$$\forall (i,j) \in M \times M;$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \gamma^N c_1 < c_2; \tag{24}$$

则在切换状态反馈控制器

$$u(k) = Y_{\sigma(k)} S_{\sigma(k)}^{-1} x(k)$$

的作用下, 离散线性切换系统 (2) 关于 (c_1, c_2, N, R) 一致有限时间稳定. 其中

$$\lambda_1 = \min_{\forall i \in M} \lambda_{\min}(R^{-1/2} S_i^{-1} R^{-1/2}),$$

$$\lambda_2 = \max_{\forall i \in M} \lambda_{\max}(R^{-1/2} S_i^{-1} R^{-1/2}).$$

证明 根据定理 2, 由定理 3 类似可证. □

注 2 从计算的角度出发, 定理 1～定理 4 中的条件含有多个矩阵变量, 难以利用 Matlab 中的线性矩阵不等式工具箱直接求解. 为了便于工程利用, 下面将定理 1～定理 4 中的不等式条件转化为容易求解的线性矩阵不等式条件.

1) 矩阵不等式 (6), (18), (21) 和 (23) 是双线性矩阵不等式, 其解法可以参见文献 [10].

2) 矩阵不等式 (7) 和 (22) 可以用如下一组线性矩阵不等式条件来保证: 对于 $\forall i \in M$, 存在正数 θ_1 和 θ_2, 使得

$$\theta_1 I < R^{1/2} S_i R^{1/2} < I, \tag{25}$$

$$0 < Q_i < \theta_2 I, \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} c_2 - \theta_2 d \sum_{i=1}^{N} \gamma^i & \sqrt{\gamma^N c_1} \\ \sqrt{\gamma^N c_1} & \theta_1 \end{bmatrix} > 0. \tag{27}$$

3) 矩阵不等式 (19) 和 (24) 可以用如下一组线性矩阵不等式条件来保证: 对于 $\forall i \in M$, 存在正数 θ_1 和 θ_2, 使得

$$\theta_1 I < R^{1/2} S_i R^{1/2} < \theta_2 I, \tag{28}$$

$$\theta_2 \gamma^N c_1 < c_2 \theta_1. \tag{29}$$

5 丢包有界网络控制系统的有限时间镇定

利用上述离散切换线性系统的一致有限时间镇定结果, 考虑一类丢包有界的网络控制系统的有限时间镇定问题. 被控对象可由以下离散线性模型描述:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),\ k \in Z_+. \tag{30}$$

其中: $x \in R^n$ 为系统状态, $u \in R^m$ 为系统输入, A 和 B 为相应维数矩阵.

由于数据在网络传输过程中会发生丢包现象, 经过缓冲区的数据 $\bar{x}(k)$ 与系统的状态 $x(k)$ 有如下关系:

$$\bar{x}(k) = \begin{cases} x(k), & \text{数据成功传输;} \\ \bar{x}(k-1), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

设计线性状态反馈控制器

$$\bar{u}(k) = K\bar{x}(k).$$

同样地, 数据 $\bar{u}(k)$ 在网络传输过程中存在如下丢包现象:

$$\bar{u}(k) = \begin{cases} u(k), & \text{数据成功传输;} \\ \bar{u}(k-1), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

假设 3 对网络控制系统作如下假设[15,36]:

1) 网络诱导时延远小于系统采样周期;

2) 传感器、控制器和执行器均采用时间驱动的方式, 且具有相同的采样周期;

3) 数据从传感器到执行器的传输过程中可能随时发生丢包, 其数据丢包存在上界, 记为 $m-1$.

定理 5 对于满足假设 3 的网络控制系统 (30), 如果存在对称矩阵 $S > 0$, 矩阵 Y, 实数 $\gamma \geqslant 1$, $\theta_1 > 0$ 和 $\theta_2 > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\gamma S & S\bar{A}_i^{\mathrm{T}} + Y_i^{\mathrm{T}} \bar{B}_i^{\mathrm{T}} \\ \bar{A}_i S + B_i Y & -S \end{bmatrix} < 0, \tag{31}$$

$$\theta_1 I < R^{1/2} S_i R^{1/2} < \theta_2 I, \tag{32}$$

$$\theta_2 \gamma^N c_1 < c_2 \theta_1,\ \forall i \in M. \tag{33}$$

则网络控制系统 (30) 在状态反馈控制器

$$u(k) = YS^{-1}x(k)$$

的作用下关于 (c_1, c_2, N, R) 有限时间稳定, 其中

$$M = \{1, 2, \cdots, m\},\ \bar{A}_i = A^i,\ \bar{B}_i = \sum_{j=0}^{i-1} A^j B,$$

$$\lambda_1 = \min_{\forall i \in M} \lambda_{\min}(R^{-1/2} S^{-1} R^{-1/2}),$$

$$\lambda_2 = \max_{\forall i \in M} \lambda_{\max}(R^{-1/2} S^{-1} R^{-1/2}).$$

证明 记数据传输过程中 (即从传感器到执行器) 没有发生丢失的时刻为

$$S = \{i_0, i_1, i_2, \cdots\} \subset \{0, 1, 2, \cdots, N\},$$

则有 $m \geqslant \max_{k \in N} \{i_k - i_{k-1}\}$.

不失一般性, 假设在初始时刻数据是成功传输的[15,36], 即 $u(0) = Kx(0)$, $i_0 = 0$. 根据系统 (30), 有

$$x(i_{k+1}) = \\ (A^{i_{k+1}-i_k} + A^{i_{k+1}-i_k-1}BK + \cdots + BK)x(i_k).$$

令

$$z(k) = x(i_k), z(k+1) = x(i_{k+1}),$$

$$\bar{A}_{i_{k+1}-i_k} = A^{i_{k+1}-i_k},$$

$$\bar{B}_{i_{k+1}-i_k} = (A^{i_{k+1}-i_k-1}B + \cdots + B).$$

由于在网络传输过程中数据丢包率是任意的, 设切换信号为

$$\sigma(k) = i_{k+1} - i_k \in M = \{1, 2, \cdots, m\}.$$

具有任意丢包的网络控制系统(30)可以转化为如下等价的切换系统:

$$z(k+1) = (\bar{A}_{\sigma(k)} + \bar{B}_{\sigma(k)}K)z(k),\ z(0) = x(0); \quad (34)$$

$$x(i_k) = z(k),\ x(l+1) = Ax(l) + BKx(i_k),$$
$$i_k \leqslant l \leqslant i_{k+1} - 1. \quad (35)$$

下面分两步证明:

Step 1: 先讨论切换系统(34)的一致有限时间稳定性. 由定理4可知, 如果条件(31)~(33)成立, 则切换系统(34)关于(c_1, c_2, N, R)一致有限时间稳定.

Step 2: 下面讨论系统(35)的有限时间稳定性. 对于任意$i_k \leqslant l \leqslant i_{k+1} - 1$, 令$h = l - i_k$, 则有$h \in M$, 从而有

$$x(l) = (A^h + A^{h-1}BK + \cdots + BK)x(i_k) = (\bar{A}_h + \bar{B}_hK)x(i_k).$$

令$\sigma(k) = h$, 有

$$x(l) = z(k+1) = (\bar{A}_{\sigma(k)} + \bar{B}_{\sigma(k)}K)z(k). \quad (36)$$

由Step 1可知, 系统(36)关于(c_1, c_2, N, R)一致有限时间稳定, 即系统(35)关于(c_1, c_2, N, R)有限时间稳定.

综上所述, 网络控制系统(30)在控制器$u(k) = YS^{-1}x(k)$的作用下关于(c_1, c_2, N, R)有限时间稳定. □

6 仿真分析

例 1　给定离散线性切换系统

$$x(t+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + \omega(k),\ k \in Z_+,$$

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\omega(k) = \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix},\ f_1^2(k) + f_2^2(k) \leqslant 0.7,\ N = 5.$$

令$\gamma = 1.3$, 根据定理3和注2, 计算可得

$$u_1(k) = [-4.8047 \quad -7.3895]x(k),$$
$$u_2(k) = [1.3778 \quad -2.7882]x(k).$$

系统在上述切换控制器作用下关于$(1, 30, 0.7, 4, I_2)$一致有限时间有界.

例 2　给定二阶网络控制系统

$$x(t+1) = Ax(k) + Bu(k),\ k \in Z_+.$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

如果数据传输中丢包在任意时刻均可能发生, 则允许丢包上界为2. 对于给定的$c_1 = 1, c_2 = 10, R = I_2, N = 100$, 令$\gamma = 1.11$, 根据定理5可设计状态反馈控制器$u(k) = [-3.5843 \quad -4.2463]x(k)$, 网络控制系统在此控制器作用下关于$(1, 10, 100, I_2)$有限时间稳定.

7 结　论

本文利用线性矩阵不等式, 研究了一类离散线性切换系统的一致有限时间稳定和状态反馈控制问题. 利用文中结论讨论了一类丢包有界的网络控制系统的有限时间状态反馈镇定问题, 并给出了状态反馈控制器的具体设计方法.

参考文献(References)

[1] Liberzon D, Morse A S. Basic problems instability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(5): 59-70.

[2] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.

[3] Hespanha J P, Liberzon D, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell time[C]. Proc of the 38th Conf on Decision and Control. Phoenix, 1999: 2655-2660.

[4] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Brikhauser, 2003.

[5] Pettersson S. Synthesis of switched linear systems[C]. Proc of the 42nd Conf on Decision and Control. New York, 2003: 5283-5288.

[6] 程代展, 郭宇骞. 切换系统进展[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 954-960.
(Cheng D Z, Guo Y Q. Advances on switched systems[J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(6): 954-960.)

[7] Sun Z D, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195.

[8] Dafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.

[9] Zhao J, Hill D J. On stability, L_2-gain and H_∞ control for switched systems[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1220-1232.

[10] Lin H, Antsaklis P J. Hybrid state feedback stabilization with L_2 performance for discretetime switched linear systems[J]. Int J of Control, 2008, 81(7): 1114-1124.

[11] Yang H, Cocquempot V, Jiang B. On stabilization switched nonlinear systems with unstable modes[J]. Systems and Control Letters, 2009, 58(10-11): 703-708.

[12] Sun Z D. Stabilizing switching design for switched linear systems: A state-feedback path-wise switching approach[J]. Automatica, 2009, 45(7): 1708-1714.

[13] Margaliot M, Branicky M S. Nice reachability for planar bilinear control systems with applications to planar linear switched systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(4): 900-905.

[14] Wang J H, Cheng D Z. Stability of switched nonlinear systems via extensions of LaSalle's invariance principle[J]. Science in China Series F-Information Sciences, 2009, 52(1): 84-90.

[15] Yu J Y, Wang L, Zhang G F, et al. Output feedback stabilization of networked control systems via switched system approach[J]. Int J of Control, 2009, 82(9): 1665-1677.

[16] 林相泽, 邹云. 非线性切换系统的集合稳定性分析[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 611-616.
(Lin X Z, Zou Y. Set stability analysis of nonlinear switched systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 611-616.)

[17] Dorato P. Short time stability in linear time-varying systems[C]. Proc of the IRE Int Convention Record Part 4. New York, 1961: 83-87.

[18] Weiss L, Infante E F. Finite time stability under perturbing forces and on product spaces[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1967, 12(1): 54-59.

[19] Amato F, Ariola M, Dorato P. Finite-time control of linear systems subject to parametric uncertainties and disturbances[J]. Automatica, 2001, 37(9): 1459-1463.

[20] Amato F, Ariola M. Finite-time control of discrete-time linear system[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 724-729.

[21] Feng J, Wu Z, Sun J B. Finite-time control of linear singular systems with parametric uncertainties and disturbances[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(4): 634-637.

[22] Amato F, Ariola M, Dorato P. Finite-time stabilization via dynamic output feedback[J]. Automatica, 2006, 42(2): 337-342.

[23] Liu L, Sun J. Finite-time stabilization of linear systems via impulsive control[J]. Int J of Control, 2008, 81(6): 905-909.

[24] Zhao S W, Sun J T, Liu L. Finite-time stability of linear time-varying singular systems with impulsive effects[J]. Int J of Control, 2008, 81(11): 1824-1829.

[25] 沈艳军. 一类线性离散时间系统有限时间控制问题[J]. 控制与决策, 2008, 23(1): 107-113.
(Shen Y J. Finite-time control for a class of linear discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2008, 23(1): 107-113.)

[26] 何舒平, 刘飞. Markov 跳变系统的有限时间状态反馈镇定[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 91-95.
(He S P, Liu F. Finite-time stabilization for Markov jump systems via state feedback[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 91-95.)

[27] Du H B, Lin X Z, Li S H. Finite-time stability and stabilization of switched linear systems[J]. Joint 48th IEEE Conf on Decision and Control and 28th Chinese Control Conf. Shanghai, 2009: 1938-1943.

[28] Rosier L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector field[J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(4): 467-473.

[29] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of homogeneous systems[J]. American Control Conf. Albuquerque, 1997: 2513-2514.

[30] Hong Y G, Jiang Z P. Finite-time stabilization of nonlinear systems with parametric and dynamic uncertainties[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(12): 1950-1956.

[31] Li S H, Tian Y P. Finite-time stability of cascaded time-varying systems[J]. Int J of Control, 2007, 80(4): 646-657.

[32] Lin X Z, Li S H. Finite time set stabilization of Chua's chaotic system[C]. IEEE Int Conf on Control and Automation. Guangzhou, 2007: 2890-2893.

[33] Amato F, Cosentino C, Merola A. Sufficient conditions for finite-time stability and stabilization of nonlinear quadratic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(2): 430-434.

[34] Hespanha J P, Morse A S. Switching between stabilizing controllers[J]. Automatica, 2002, 38(11): 1905-1907.

[35] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 8-9.
(Yu L. Robust control－LMIs[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 8-9.)

[36] Yu M, Wang L, Xie G M. A switched system approach to stabilization of networked control systems[J]. J of Control Theory and Applications, 2006, 4(1): 86-95.