

文章编号: 1001-0920(2011)06-0831-06

一种基于证据推理的混合型灰色多属性群决策方法

陈孝新

(江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013)

摘 要: 针对方案的属性值为区间灰数与确定语言等级, 或在两个连续的语言等级之间权重完全已知的混合型灰色多属性群决策问题, 提出一种新的决策方法. 该方法可根据决策者的偏好给出定量属性的白化值和定性属性的信用结构, 确定了每个决策者和群体的等级信用结构矩阵; 提出了求解群体集成权重的新方法, 并利用证据推理算法求出各方案在各等级的信任度; 最后利用期望效用和区间数排序法对方案进行了排序. 实例分析表明了该方法的合理性和有效性.

关键词: 灰色系统理论; 区间灰数; 语言评价; 证据推理

中图分类号: C934

文献标识码: A

Hybrid grey multiple attribute group decision-making method based on evidential reasoning approach

CHEN Xiao-xin

(School of Information Technology, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China.
E-mail: xiaoxinchen@vip.sina.com)

Abstract: The hybrid grey attribute group decision-making problem that the attribute weights and authoritative weights are known between two continuous linguistic grades is discussed, in which the attribute values are interval grey numbers and linguistic grades, and a new decision-making method is proposed in the paper. The method is that each decision-maker gives whitenization of each interval grey number based on his/her preference and belief structure form of qualitative attribute values, and each decision-maker's grade belief structure decision matrix and group grade belief structure decision matrix can be determined. A new method for solving group aggregation weight is proposed. By using the analytical ER algorithm, belief degrees of each alternative belonging to each linguistic grade are obtained. Expected utilities of each alternative and method for ranking interval numbers are utilized to rank the alternatives. An example shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: grey systems theory; interval grey number; linguistic assessment; evidential reasoning

1 引 言

目前, 对于属性值分别为精确数、区间数、模糊数的多属性决策问题的研究, 均取得了一定的进展^[1-2]. 而在工程实践中, 常见的多属性决策问题具有定量和定性属性, 通常称为混合型多属性决策问题. 对于这类决策问题, 有两种解决方法: 一是将定性属性先转换成区间数(或三角模糊数、梯形模糊数), 再结合 TOPSIS (technique of order preference by similarity to idea solution) 方法(或灰色关联方法、投影方法)^[3-5]来解决. 二是运用证据推理算法来解

决^[6-14], 即针对这类多属性决策问题, 将证据理论与模糊数学、效用理论相结合, 提出具体的求解模型与方法. 如文献[6]提出了一种基于证据理论的证据推理方法, 用以解决属性值不完全的多属性决策问题; [7-9]在前面研究的基础上, 进一步提出了任何一个证据理论的证据合成过程必须满足4个公理, 用于指导多属性决策中决策矩阵不完全的评价与排序问题. 在[6]的研究基础上, [10]对不完全信息多属性决策问题的证据推理方法进行了改进, 提出了一种更合理、更简单地处理决策矩阵中不完全信息的方法. 在

收稿日期: 2010-03-15; 修回日期: 2010-07-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71061006); 教育部人文社科项目(09YGC630107); 江西省教育厅科技项目(GJJ10426).

作者简介: 陈孝新(1958—), 男, 教授, 博士, 从事灰色系统理论、决策分析等研究.

在此基础上, [11-14] 对不完全信息多属性决策问题的证据推理算法又进行了进一步的改进和完善, 使得该方法能够有效地处理属性值为模糊、区间和未知等不同情形的多属性决策问题.

决策者仅根据知识和经验所给出的信息不能完全反映决策问题的特征, 利用群体决策能较好地综合决策成员的知识、经验和偏好, 使决策结果更合理, 因此群体决策的效果明显好于单个决策. 在已有的关于群体决策问题理论与方法的研究^[2,15-21]中, 有关决策者的评价信息或是清晰数, 或是区间数, 或是纯语言, 并相应提出了许多决策方法. 在决策分析中, 准确地获取决策者真实的偏好信息是极为重要的, 由于受主观和客观等众多因素的干扰, 决策者的偏好信息往往是不精确的或不完全的, 即获取的决策信息包含“亏损”与“朦胧”^[22]两种情况. 在“朦胧”情况下, 群决策的信息矩阵虽然已知, 但只是知道各评判对象特征值的大致范围, 而不知其确切值, 称此值为灰数, 含有灰数的混合型群决策问题称为混合型灰色群决策问题. 本文主要研究决策者重要性程度不完全相同, 以及属性值同时具有区间灰数与语言值的混合型灰色多属性群决策问题.

2 混合型灰色多属性群决策的求解过程

设混合型灰色多属性群决策问题有 n 个方案集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$; L 个决策者 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_L\}$; 决策者的权重全部已知, 表示为 $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L\}$, $0 \leq \lambda_i \leq 1$, $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_L = 1$; m 个属性集 $\{S_1, S_2, \dots, S_p, S_{p+1}, \dots, S_m\}$, S_1, S_2, \dots, S_p 为 p 个定量属性, 其余为定性属性.

方案 A_i 在定量属性 S_j 下的属性值为非负区间灰数 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$, $0 \leq \underline{u}_{ij} \leq \bar{u}_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, p$; 每个方案在所有定性属性下的 N 个语言评价等级集为 $H = \{H_1, H_2, \dots, H_N\}$; 决策者 D_q 给出属性权重 $w_q = (w_1^q, w_2^q, \dots, w_m^q)$, 且 $0 \leq w_i^q \leq 1$, $w_1^q + w_2^q + \dots + w_m^q = 1$; 方案的决策矩阵为 $B_q = (b_{ij}^q)_{n \times m}$, b_{ij}^q 表示决策者 D_q 根据自己的偏好、知识和经验, 给出方案 A_i 在定量属性 S_j 的区间灰数的白化值, 以及从 H 中选择适当的语言, 描述方案 A_i 在定性属性 S_j 下的评价值, 该值可能是某个确定的语言等级, 也可能处在两个连续的语言等级之间. 试确定这些方案的排序, 步骤如下:

Step 1 灰色信息的白化.

定量属性类型分为效益型和成本型, 效益型属性是指属性值越大越好的属性, 成本型属性是指属性值越小越好的属性. 记 I_1 为定量效益型属性集合, I_2 为定量成本型属性集合.

定义 1 设方案 A_i 在定量属性 S_j 下的非负区间灰数属性值 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$, 称

$$\bar{u}_{ij}(\otimes) = \begin{cases} \lambda_{ij} \underline{u}_{ij} + (1 - \lambda_{ij}) \bar{u}_{ij}, & j \in I_1; \\ (1 - \lambda_{ij}) \underline{u}_{ij} + \lambda_{ij} \bar{u}_{ij}, & j \in I_2; \\ \lambda_{ij} \in [0, 1] \end{cases}$$

为区间灰数 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$ 的白化值, 且有:

1) 当 $\lambda_{ij} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, p$) 时, 称 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 为区间灰数 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$ 的上限白化.

2) 当 $\lambda_{ij} = 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, p$) 时, 称 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 为区间灰数 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$ 的下限白化.

3) 当 $0 < \lambda_{ij} < 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, p$) 时, 称 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 为区间灰数 $u_{ij}(\otimes) \in [\underline{u}_{ij}, \bar{u}_{ij}]$ 的等权白化. 特别地, 当 $\lambda_{ij} = 1/2$ ($i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, p$) 时, 称为等权均值白化.

上限白化体现决策者对决策结果持乐观态度, 是风险爱好者; 下限白化体现悲观态度, 是风险厌恶者; 等权白化体现折衷态度, 是折衷主义者.

Step 2 定量属性的信用结构转换.

由于定量属性通常用数量来度量, 为了使用证据推理方法来处理灰色多属性决策问题, 所有的定量数据需要转换成已定好的评价等级的格式. 可以通过效用值来实行这种转换, 假设每个语言评价等级的效用已知, 记为 $u(H_l)$, $l = 1, 2, \dots, N$. 不失一般性, 设 $u(H_1)$ 和 $u(H_N)$ 分别是最低评价等级和最高评价等级, 其效用分别为 $u(H_1) = 0$, $u(H_N) = 1$. 对于所有的评价等级效用有 $0 = u(H_1) < u(H_2) < \dots < u(H_N) = 1$.

根据效用值等价原理^[8], 对于效益型属性, 可由下式来决定属性 S_j ($j = 1, 2, \dots, p$) 的 N 个评价等级值 $x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{N,j}$:

$$\frac{x - \min_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes)}{\max_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes) - \min_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes)} = u(H_l),$$

$$l = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

类似地, 对于成本型属性, 可由下式决定:

$$\frac{\max_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes) - x}{\max_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes) - \min_{1 \leq i \leq n} \bar{u}_{ij}(\otimes)} = u(H_l),$$

$$l = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

如果这些值与决策者的偏好不一致, 则决策者可以进行适当的调整, 尤其对于 $x_{1,j}$ 要调整小一些, 对于 $x_{N,j}$ 要调整大一些, 以便属性 S_j 的白化值能落在连续两个评价等级之间. 设 $X_{1,j}, X_{2,j}, \dots, X_{N,j}$ 是定量属性 S_j 的调整评价等级. 对于定量属性 S_j 的任一

规范化白化值 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$, 存在 $X_{l,j}$ 和 $X_{l+1,j}$ 使得

$$\bar{u}_{ij}(\otimes) \in [X_{l,j}, X_{l+1,j}], l = 1, 2, \dots, N-1.$$

这表示可以用 $X_{l,j}$ 和 $X_{l+1,j}$ 来表示属性值 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 的特性, 并分别得到属性值 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 被评价为等级 $X_{l,j}$ 和 $X_{l+1,j}$ 的信用度

$$\begin{aligned} \beta_{l,j}(A_i) &= \frac{X_{l+1,j} - \bar{u}_{ij}(\otimes)}{X_{l+1,j} - X_{l,j}}, \\ \beta_{l+1,j}(A_i) &= 1 - \beta_{l,j}(A_i). \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 属性值 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$ 可以等价地表示为信用结构 $\{(H_l, \beta_{l,j}), (H_{l+1}, \beta_{l+1,j})\}$ 的形式.

给出每个决策者定量属性的白化值, 需要将其转换成等价的语言评价等级及信用结构形式. 在式(1)和(2)中, 用 b_{ij}^q 替换 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$, 可得到决策者 D_q 关于属性 $S_j (j = 1, 2, \dots, p)$ 的 N 个评价等级值 $x_{1,j}^q, x_{2,j}^q, \dots, x_{N,j}^q$. 如果这些值与决策者的偏好不一致, 则决策者可以进行适当的调整. 在式(3)中, 用 b_{ij}^q 替换 $\bar{u}_{ij}(\otimes)$, 可得到 b_{ij}^q 的等价信用结构式 $\{(H_l, \beta_{l,j}^q(A_i)), (H_{l+1}, \beta_{l+1,j}^q(A_i))\}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, p, q = 1, 2, \dots, L$.

Step 3 定性属性的信用结构确定.

根据决策者给出的语言评价信息可推断出该评价信息所属语言评价等级的信任度. 若决策者 D_q 给出方案 A_i 在定性属性 S_j 下的评价值 b_{ij}^q 为 H_l , 则方案 A_i 在定性属性 S_j 下属于 H_l 的信任度为 $\beta_{l,j}^q(A_i)$, 且 $0 < \beta_{l,j}^q(A_i) < 1$; 若给出的评价值 b_{ij}^q 在 H_l 和 H_{l+1} 之间, 则认为其属于 H_l 的信任度为 $\beta_{l,j}^q(A_i)$, 属于 H_{l+1} 的信任度为 $\beta_{l+1,j}^q(A_i)$, 且 $0 < \beta_{l,j}^q(A_i) + \beta_{l+1,j}^q(A_i) < 1$. 因此, 得到 b_{ij}^q 的等价信用结构式 $\{(H_l, \beta_{l,j}^q(A_i))\}$ 或 $\{(H_l, \beta_{l,j}^q(A_i)), (H_{l+1}, \beta_{l+1,j}^q(A_i))\}, i = 1, 2, \dots, n, j = p+1, p+2, \dots, m, q = 1, 2, \dots, L$. 结合 Step 2 得到决策者 D_q 的等级信用结构决策矩阵为

$$\begin{aligned} P_q &= (\{(H_l, \beta_{l,j}^q(A_i)), (H_{l+1}, \beta_{l+1,j}^q(A_i))\})_{n \times m}, \\ &q = 1, 2, \dots, L. \end{aligned}$$

Step 4 决策群体等级信用结构决策矩阵的确定.

根据每个决策者的等级信用决策矩阵和决策者的权重, 按下式确定方案 A_i 在属性 S_j 下属于 H_l 的群体信任度为:

$$\beta_{l,j}(A_i) = \sum_{q=1}^n \lambda_q \beta_{l,j}^q(A_i), l = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

其中 λ_q 为决策者 D_q 的权重. 因此决策群体等级信用结构决策矩阵为

$$P = (\{(H_l, \beta_{l,j}(A_i)), l = 1, 2, \dots, N\})_{n \times m}.$$

Step 5 决策群体对属性集成权重的确定.

在多属性群决策问题的求解过程中, 如何根据

每个决策者所给出的属性主观权重来确定属性的集成权重是一项重要工作. 国内外许多学者研究了对于属性集成权重的确定方法, 如最小平方和法^[23]、特征向量法^[15]、基于灰色关联度法求解指标权重的改进方法^[24]等, 这些方法各有优缺点. 本文借鉴文献[24]的一些思路, 提出一种新的求解集成权重的方法. 该方法以群组的权重经验判断值作为原始数据来进行计算, 计算过程不受决策者主观因素的干扰, 也充分利用了决策者经验判断值的主观信息; 同时利用比较简单的数学模型进行属性权重的客观计算, 由此得到的权重不仅反映了主观程度, 也反映了客观程度.

下面对该方法进行介绍(就本文提出的决策问题中所出现的一些符号来描述):

1) 由决策者进行属性权重的判断. 设有 m 个评价属性, L 个决策者同时对各属性的权重做出经验判断, 从而组成各属性权重的经验判断数据列, 分别表示为: $X_1 = (w_1^1, w_1^2, \dots, w_1^L), X_2 = (w_2^1, w_2^2, \dots, w_2^L), \dots, X_m = (w_m^1, w_m^2, \dots, w_m^L)$.

2) 确定参考序列. 从 X_1, X_2, \dots, X_m 中选出最大的权重值作为“公共”参考权重值, 将各决策者的参考权重值均赋予此值, 从而组成参考数据列 $X_{01} = (w_{01}^1, w_{01}^2, \dots, w_{01}^L)$; 再从 X_1, X_2, \dots, X_m 中选出最小的权重值作为“公共”参考权重值, 将各决策者的参考权重值均赋予此值, 从而组成另外一个参考数据列 $X_{02} = (w_{02}^1, w_{02}^2, \dots, w_{02}^L)$.

3) 求各属性序列 X_1, X_2, \dots, X_m 与两参考序列 X_{01}, X_{02} 之间的距离

$$D_{0j,i} = \sqrt{\sum_{l=1}^L (w_l^i - w_{0j}^l)^2}, j = 1, 2. \quad (5)$$

4) 求各个属性的权重

$$w_i^* = \frac{D_{02,i}}{D_{01,i} + D_{02,i}}. \quad (6)$$

5) 求各个属性的归一化权重

$$w_i = w_i^* / \sum_{i=1}^m w_i^*. \quad (7)$$

显然, $D_{02,i}$ 越大, 第 i 属性的权重越大; $D_{01,i}$ 越小, 第 i 属性的权重越大.

Step 6 利用证据推理解析算法^[14]求出方案值在各属性下的群体集成.

文献[14]进一步提出了证据推理解析算法, 并证明了它与证据推理递归算法是等价的. 证据推理解析算法的过程是首先用下列方程将原始信用度转换成基本概率信用度:

$$\begin{aligned} m_{n,i} &= m_i(H_n) = w_i \beta_{n,i}(A_i), \\ n &= 1, 2, \dots, N, i = 1, 2, \dots, m; \end{aligned} \quad (8)$$

$$m_{H,i} = m_i(H) = 1 - \sum_{n=1}^N m_{n,i} = 1 - w_i \sum_{n=1}^N \beta_{n,i}(A_i), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (9)$$

$$\bar{m}_{H,i} = \bar{m}_i(H) = 1 - w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (10)$$

$$\tilde{m}_{H,i} = \tilde{m}_i(H) = w_i \left(1 - \sum_{n=1}^N \beta_{n,i}(A_i) \right), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

其中: $m_{H,i} = \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}$, $\sum_{n=1}^m w_i = 1$.

注意到 mass 函数是对整个集合 H 分配的, $m_{H,i}$ 是没有分配给任何单个评价等级的, 将它分成 $\bar{m}_{H,i}$ 和 $\tilde{m}_{H,i}$ 两部分, 其中 $\bar{m}_{H,i}$ 是由方案 A_i 在属性 S_i 下的相对重要性引起的, $\tilde{m}_{H,i}$ 是由方案 A_i 在属性 S_i 下评价的不完全性引起的.

其次, 通过下式将 m 个属性的基本概率 mass 函数合成一个集成基本概率分配:

$$\{H_n\}: m_n = k \left[\prod_{i=1}^m (m_{n,j} + \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - \prod_{i=1}^m (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) \right], \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad (12)$$

$$\{H\}: \tilde{m}_H = k \left[\prod_{i=1}^m (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - \prod_{i=1}^m \bar{m}_{H,i} \right]; \quad (13)$$

$$\{H\}: \bar{m}_H = k \left[\prod_{i=1}^m \bar{m}_{H,i} \right]; \quad (14)$$

其中

$$k = \left[\sum_{i=1}^N \prod_{i=1}^m (m_{n,j} + \bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) - (N-1) \prod_{i=1}^m (\bar{m}_{H,i} + \tilde{m}_{H,i}) \right]^{-1}. \quad (15)$$

最后, 通过下列方程将集成基本概率分配归一成总信度:

$$\{H_n\}: \beta_n = \frac{m_n}{1 - \bar{m}_H}, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad (16)$$

$$\{H\}: \beta_H = \frac{\tilde{m}_H}{1 - \bar{m}_H}. \quad (17)$$

其中 β_n, β_H 表示集成基本概率分配的总信度. 集成基本概率分配也是一个分配评价向量, 可以记为 $S(S_i(A_i)) = \{(H_n, \beta_n(A_i)), n = 1, 2, \dots, N\}$.

式(8)~(17)构成了一个完整的证据推理解析算法. 将 $\beta_{l,j}(A_i)$ 看成证据, 根据前面所确定的群体集成属性权系数 w_1, w_2, \dots, w_m , 利用证据推理解析算法, 可求出各方案在各等级的信任度 $\beta_l(A_i)$, $n = 1, 2, \dots, N$.

Step 7 求出最大期望, 最小期望和平均期望, 再

用区间数均值-方差排序法进行排序.

根据各评价等级 H_n 的效用值 $u(H_n)$, 可得到方案 A_i 的最大效用值 $u_{\max}(A_i)$, 最小效用值 $u_{\min}(A_i)$, 平均效用值 $u_{\text{avg}}(A_i)$ 分别为

$$u_{\max}(A_i) = \sum_{n=1}^{N-1} \beta_n(A_i)u(H_n) + (\beta_N(A_i) + \beta_H(A_i))u(H_N),$$

$$u_{\min}(A_i) = \sum_{n=2}^N \beta_n(A_i)u(H_n) + (\beta_1(A_i) + \beta_H(A_i))u(H_1),$$

$$u_{\text{avg}}(A_i) = (u_{\max}(A_i) + u_{\min}(A_i))/2.$$

显然, 若信度矩阵中的所有原始评价 $S(S_i(A_i))$ 是完全的, 则 $\beta_H(A_i) = 0$.

最后对方案进行排序: 一般利用平均效用值的大小即可得到整个方案的排序. 若出现平均效用值相等的情况, 则利用区间数均值-方差排序法^[25]即可得到整个方案的排序.

3 算例分析

维修性设计是指在产品的研制过程中, 要充分考虑系统的总体结构、各部分的配置与连接、标准化和模块化等因素, 以便在产品发生故障时, 用户能及时恢复其功能. 设 D_1, D_2, D_3, D_4 为 4 个决策者 (指维修者和管理者), 拟对某雷达接收机 4 个维修性设计方案 A_1, A_2, A_3, A_4 进行选择. 考虑的指标 (属性) 有: 寿命周期费用 S_1 (万元); 平均寿命 S_2 (小时); 平均维修时间 S_3 (小时); 安全性 S_4 (主要包括失效对工作人员、设备以及环境的危害); 可行性 S_5 (主要包括实施某种决策所需要的软件、硬件以及人员培训); 维修附加值 S_6 (指通过维修对产品质量的提高和维修中储备与设备维护有关的数据和经验带来的价值). S_1, S_2, S_3 均是定量属性, 可通过历史数据以区间灰数的形式给出; S_4, S_5, S_6 均是定性属性, 需要每个决策者单独给出评价等级. 各属性有 5 个评价等级: 低 (H_1)、较低 (H_2)、一般 (H_3)、高 (H_4)、极高 (H_5), 即 $H = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$. 每个等级的效用值分别为: $u(H_1) = 0, u(H_2) = 0.35, u(H_3) = 0.55, u(H_4) = 0.85, u(H_5) = 1$. 其原始评估决策矩阵如表 1 所示, 表 1 中“—”表示各决策者还没有对定性属性进行判断. 已知决策者的权重向量为 $\lambda = (0.21, 0.23, 0.26, 0.30)$, 各决策者给出各属性权重 $w_k^q (k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, q = 1, 2, 3, 4)$ 如表 2 所示. 在各项指标中, 除寿命周期费用和平均维修时间为成本型外, 其他均为效益型. 决策者根据自己的偏好、专业知识和经验给出定量属性的白化值如表 3 所示.

表 1 原始决策矩阵 R

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
A_1	[58.6,59.0]	[200,250]	[1.8,2.2]	-	-	-
A_2	[58.5,58.8]	[340,350]	[3.0,3.5]	-	-	-
A_3	[57.8,58.4]	[290,310]	[2.1,2.4]	-	-	-
A_4	[57.9,58.6]	[300,320]	[2.5,3.0]	-	-	-

表 2 各决策者所给属性的权重

属性	序列	D_1	D_2	D_3	D_4
S_1	X_1	0.17	0.20	0.12	0.11
S_2	X_2	0.13	0.15	0.14	0.25
S_3	X_3	0.11	0.12	0.13	0.14
S_4	X_4	0.27	0.19	0.30	0.17
S_5	X_5	0.20	0.26	0.15	0.17
S_6	X_6	0.12	0.16	0.16	0.16

表 3 决策者给出的各方案的白化值

	D_1			D_2		
	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3
A_1	58.6	200	1.8	59.0	250	2.2
A_2	58.5	340	3.0	58.8	350	3.5
A_3	57.8	290	2.1	58.4	310	2.4
A_4	57.9	300	2.5	58.6	320	3.0

	D_3			D_4		
	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3
A_1	58.8	225	2.0	58.7	230	2.1
A_2	58.6	345	3.2	58.7	348	3.4
A_3	58.0	300	2.3	58.2	295	2.2
A_4	58.3	310	2.07	58.1	308	2.6

按照前面方法进行计算, 得到各方案的排序为

$$A_4 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_1.$$

由此得方案 A_4 为最优方案.

4 结 论

针对决策方案的属性值为区间灰数与确定的语言等级, 或在两个连续的语言等级之间属性权重及各决策人的权威权重完全已知的混合型灰色多属性群决策问题, 提出了一种基于证据推理的灰色多属性群决策方法. 在实际应用中, 每个决策者可根据所得到的信息和偏好分别给出定量属性值的白化值和定性属性值的信用结构形式. 该方法更加符合实际情况, 实例计算表明该方法可行、合理、有效. 在供应伙伴选择、产品选型、投资环境评价与选择、产品选型、投资组合、人员评估等相关决策领域, 具有较广泛的应用价值.

参考文献(References)

[1] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making[M]. Berlin: Spriger-Verlag, 1981.
 [2] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

(Xu Z S. Uncertain multiple attribute decision making methods and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)
 [3] 夏勇其, 吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的 TOPSIS 方法[J]. 系统工程学报, 2004, 19(6): 630-634.
 (Xia Y Q, Wu Q Z. A technique of order preference by similarity to ideal solution for hybrid multiple attribute decision making problems[J]. J of Systems Engineering, 2004, 19(6): 630-634.)
 [4] 丁传明, 黎放, 齐欢. 一种基于相似度的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 737-740.
 (Ding C M, Li F, Qi H. Technique of hybrid multiple attribute decision making based on similarity degree to ideal solution[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(5): 737-740.)
 [5] 梁昌勇, 吴坚, 陆文星, 等. 一种新的混合型多属性决策方法及在供应商选择中的应用[J]. 中国管理科学, 2006, 14(6): 71-76.
 (Liang C Y, Wu J, Lu W X, et al. A new method on hybrid multiple attribute decision making problem for choosing the supplier[J]. Chinese J of Management Science, 2006, 14(6): 71-76.)
 [6] Yang J B, Singh M G. An evidential reasoning approach for mulitple attribute decision making with uncertainty[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 1994, 24(1): 1-18.
 [7] Wang J, Yang J B, Sen P. Multi-person and multi-attribute design evaluations using evidential reasoning based on subjective safety and cost analyses[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1996, 52(2): 113-128.
 [8] Yang J B. Rule and utility-based evidential reasoning approach for complex decision analysis[J]. European J of Operational Research, 2001, 131(1): 31-61.
 [9] Yang J B, Xu D L. On the evidential reasoning algorithm for multi-attribute decision analysis with uncertainty[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2002, 32(3): 289-304.
 [10] Huynh V N, Tetsuya N. Multiple attribute decision making under uncertainty: The evidential reasoning approach revisited[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2006, 36(4): 804-822.
 [11] 王坚强, 何波. 基于证据推理的信息不完全的多准则决策方法及应用[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(4): 659-661.
 (Wang J Q, He B. Method for multi-criteria decision with indefinite information based on evidential reasoning and its application[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(4): 659-661.)
 [12] Yang J B, Wang Y M, Xu D L, et al. The evidential reasoning approach for MADA under both probabilistic

- and fuzzy uncertainties[J]. *European J of Operational Research*, 2006, 171(1): 309-343.
- [13] Xu D L, Yang J B, Wang Y M. The evidential reasoning approach for multi-attribute decision analysis under interval uncertainty[J]. *European J of Operational Research*, 2006, 174(1): 1914-1943.
- [14] Wang Y M, Yang J B, Xu D L. Environmental impact assessment using the evidential reasoning approach[J]. *European J of Operational Research*, 2006, 174(3): 1885-1913.
- [15] Hwang C L, Lin M J. *Group decision making under multiple criteria: Methods and applications*[M]. Berlin: Springer, 1987.
- [16] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay J L. A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach[J]. *Information Sciences*, 1995, 85(4): 223-229.
- [17] Herrera F, Herrera-Viedma E. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 115(1): 67-82.
- [18] 王欣荣, 樊治平. 群决策中基于语言信息处理的一种理想点法[J]. *中国管理科学*, 2002, 10(6): 84-87.
(Wang X R, Fan Z P. A TOPSIS method with linguistic assessment information for group decision making[J]. *Chinese J of Management Science*, 2002, 10(6): 84-87.)
- [19] 王欣荣, 樊治平. 一种基于语言信息的多指标群决策方法[J]. *系统工程学报*, 2003, 18(2): 173-176.
(Wang X R, Fan Z P. Approach to multiple attribute group decision making with linguistic assessment information[J]. *J of Systems Engineering*, 2003, 18(2): 173-176.)
- [20] 王坚强. 一种信息不完全确定的多准则语言群决策方法[J]. *控制与决策*, 2007, 22(4): 394-398.
(Wang J Q. Group multi-criteria decision-making method with incomplete certain information[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(4): 394-398.)
- [21] 王坚强. 一种多准则纯语言群决策方法[J]. *控制与决策*, 2007, 22(5): 545-553.
(Wang J Q. Multi-criteria group decision-making approach with linguistic assessment information[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(5): 545-553.)
- [22] Deng Julong. Grey Hazy Sets[J]. *The J of Grey System*, 1992, 4(1): 13-30.
- [23] Saaty T L. A scaling method for priorities in hierachical structures[J]. *J of Mathematical Psychology*, 1997, 33(15): 234-281.
- [24] 崔杰, 党耀国, 刘思峰. 基于灰色关联度求解指标权重的改进方法[J]. *中国管理科学*, 2008, 16(5): 141-145.
(Cui J, Dang Y G, Liu S F. An improved approach for determining weights of attributes in decision making based on grey incidence[J]. *Chinese J of Management Science*, 2008, 16(5): 141-145.)
- [25] 周光明, 刘树人. 不确定多属性决策中区间数的一种新排序法[J]. *系统工程*, 2006, 24(4): 115-117.
(Zhou G M, Liu S R. A new ranking method for interval numbers in uncertain multiple attribute decision making problems[J]. *Systems Engineering*, 2006, 26(4): 115-117.)

~~~~~

(上接第830页)

- [19] Vapnik V. *The nature of statistical learning theory*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.
- [20] Vapnik V. *Statistical learning theory*[M]. New York: John Wiley and Sons, 1998.
- [21] Witten I H, Frank E. *Data mining: Practical machine learning tools and techniques*[M]. 2nd ed. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2005.
- [22] Chang C C, Lin C J. LIBSVM: A library for support vector machines[EB/OL]. (2009-11-10). <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>.
- [23] Nadeau C, Bengio Y. Inference for the generalization error[J]. *Machine Learning*, 2003, 52(3): 239-281.