

文章编号: 1001-0920(2011)05-0655-06

改进粒子滤波与预测滤波相结合的单星敏姿态估计

张 惟^{a,b}, 林宝军^a

(中国科学院 a. 光电研究院, b. 研究生院, 北京 100094)

摘要: 针对卫星姿态估计的非线性、非高斯特性, 提出一种粒子滤波和预测滤波相结合的估计方法, 在无角速率测量时, 首先利用预测方法在线估计系统模型误差和姿态角速度, 再通过改进的规则化粒子滤波器估计姿态四元数. 粒子初始化和重要性函数等的设计加快了算法的收敛速度, 预测方法的引入有效降低了粒子维数. 在某通用小卫星平台上进行仿真, 并与扩展卡尔曼滤波(EKF)比较, 所得结果表明, 算法在不同初始姿态估计时具有较好的稳定性和收敛精度. 算法还为粒子滤波和无陀螺定姿的研究提供了参考.

关键词: 无陀螺定姿; 粒子滤波; 预测滤波; 小卫星; 星敏传感器

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

Star-sensor-based attitude estimation fusing improved particle filter and predictive filter

ZHANG Wei^{a,b}, LIN Bao-jun^a

(a. Academy of Opto-electronics, b. Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China.
Correspondent: ZHANG Wei, E-mail: mydream_cv@yahoo.com.cn)

Abstract: For the characterization of nonlinear and non-Gaussian, an estimation method fusing particle filter and predictive filter is presented for the satellite attitude determination by using solely star sensor observations. At first, the system model error parameter and attitude angular rate are estimated online based on predictive filter. Then the attitude quaternion is estimated by the improved regularized particle filter. By designing proper particle initialization, important function, and so on, the algorithm convergence rate is speeded up. The dimension of the particle filter is effectively reduced by fusing predictive filter. A simulation is carried out on a general small satellite platform. Compared with the extended Kalman filter(EKF), the result shows that the algorithm can converge fast and has good stable accuracy with respect to different initial attitude conditions. The algorithm provides reference to particle filter design and attitude determination without gyro as well.

Key words: attitude determination without gyro; particle filter; predictive filter; small satellite; star sensor

1 引言

姿态控制系统是小卫星系统中的重要组成部分, 姿态确定作为控制系统的第 1 个环节, 负责为控制器提供所需的卫星姿态参数, 其精度主要由姿态测量传感器和姿态确定算法决定. 无陀螺定姿方法不仅适用于低成本、高精度的小卫星研制, 还为系统在陀螺失效情况下的正常工作提供技术支持, 从而提高了系统整体的可靠性. 高精度星敏传感器作为常用的姿态测量器件之一, 由于内部星图计算量大, 处理时间长, 一定程度上制约了其在卫星姿态系统中的应用. 随着近年来成像器件和高性能处理器技术的飞速发展, 星敏传感器的测量精度和处理速度均有了巨大提高. 本文重点

对高精度星敏传感器的单独定姿方法进行了研究, 该方法还为其他传感器的无陀螺姿态确定提供了参考.

使用星敏传感器的测量数据确定卫星姿态可以抽象为利用一系列含有噪声的观测矢量估计卫星最优姿态的问题^[1]. 利用大量测量数据求得统计最优解的滤波理论因其估计精度高、稳定等特点已被广泛应用于卫星姿态的确定. 早期如 Gai 等人^[2-3]将 EKF 方法应用于无陀螺卫星定姿系统, 该方法在推导关于四元数估计误差的线性系统方程和测量方程的同时, 将角速度的变化近似为一阶 Markov 过程, 在姿态初始估计误差较小的情况下获得了不错的估计精度. Challa 等人^[4]在此基础上, 将姿态测量数据差分获得

收稿日期: 2010-03-17; 修回日期: 2010-11-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(40374054); 国家863计划项目(2008AA12A216).

作者简介: 张惟(1981-), 女, 博士生, 从事小卫星姿态确定、非线性滤波器的研究; 林宝军(1963-), 男, 研究员, 博士生导师, 从事计算机应用技术、空间飞行器总体设计等研究.

的角速度作为EKF状态变量的初始值,从而实现了滤波器的自主切换.近年来出现的 Unscented Kalman 滤波器(UKF)^[5]在 Kalman 滤波思想的基础上,通过对少量近似高斯分布的样本点做 Unscented 变换来实现状态变量和协方差矩阵的递推和更新,在处理非线性系统滤波问题上较 EKF 方法更为有效.以上讨论的滤波器均是在 Kalman 滤波框架下设计的,这类方法实时性好,稳定且易实现,但也存在不足:一方面要求系统模型已知且近似线性,状态方程和测量方程的噪声统计特性为近似高斯分布,并对状态初始误差非常敏感;另一方面由于大多选用四元数作为卫星姿态表示,需推导四元数小角度摄动量的线性系统方程,以避免四元数归一化引起的协方差矩阵奇异性,对高维的复杂系统模型而言,求解过程繁琐且易出错.

鉴于上述原因,许多学者将目光投向粒子滤波(PF)算法. PFs 是一类基于序列蒙特卡洛模拟(SMC)的非线性滤波器,其跳出了 Kalman 滤波的基本框架和假设,由 Bayesian 估计的原理出发,采用大量加权的随机粒子近似描述状态空间的概率密度分布,从而获得状态变量的后验概率密度分布.这类算法无需对系统进行线性化,且不受噪声近似高斯分布的限制,对非线性系统具有较强的适应性.随着近年来计算机性能的巨大提高,一些学者将基于 bootstrap filter 的 PF 应用于卫星有陀螺姿态估计,取得了较好的滤波效果^[6-7,12].在文献[6]中,作者采用修正罗德里格参数(MRP)描述卫星姿态,以避免使用四元数带来的归一化和奇异性问题,同时设计六维状态变量的 PF,在姿态初始误差较大的情况下获得了较 EKF 等方法更好的滤波效果.

Crassidis 等人在预测跟踪策略^[8]的启发下结合 Minimum Model Error^[9]估计器的特点,提出了一种可以在线估计卫星姿态的非线性预测滤波算法^[10],该方法在估计姿态的同时,将系统方程的模型误差作为状态的一部分进行求解,以提高估计精度,且不受系统噪声高斯分布条件的限制.

综合上述滤波器的特点,同时借鉴文献[7]提供的思路,针对星敏感器单独定姿,提出了一种基于粒子滤波和预测滤波相结合的姿态估计方法(PPF).该方法采用四元数粒子滤波器估计卫星姿态,结合非线性预测滤波方法,在降低粒子滤波器设计维数的同时,估计系统模型误差和姿态角速度.在设计中未计算协方差矩阵,因此不会因四元数的归一化产生奇异问题,通过选用合适的粒子初始化、重采样及规则化方法等,减少了抽样粒子数目,提高了滤波器的收敛速度,同时引入模型误差参数,保证了估计精度.算法在某小卫星平台上进行了仿真,并与 EKF 作比较,实验结

果验证了其在不同初始姿态估计误差条件下,均具有良好的稳定性和收敛精度.

2 预测滤波算法

预测滤波算法将预测跟踪和最小方差估计的思想结合起来,通过在线估计模型中的不确定参数,获得状态变量的估计值.设滤波器状态矢量为 \mathbf{x} , 状态方程和测量方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), t] + \mathbf{G}_1 \mathbf{d}(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{c}[\mathbf{x}(t), t] + \mathbf{v}(t). \quad (2)$$

其中: \mathbf{f} 为非线性系统模型; $\mathbf{d}(t)$ 为待估计的模型误差,包含模型估计误差及外力矩估计误差等; \mathbf{G}_1 为模型误差的系数矩阵; \mathbf{y} 和 \mathbf{c} 分别为测量量和与状态变量相关的测量模型; \mathbf{v} 为测量噪声,此处假设其为满足 $\mathbf{E}[\mathbf{v}] = 0$, $\mathbf{E}[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] = \mathbf{R} \cdot \delta_{kj}$ 的高斯白噪声,其中 \mathbf{R} 为噪声协方差矩阵.将测量方程(2)泰勒级数展开,设 Δt 为采样间隔,得到如下估计输出方程^[10]:

$$\hat{\mathbf{y}}(t + \Delta t) = \hat{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{Z}[\mathbf{x}(t), \Delta t] + \mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}[\mathbf{x}(t)] \mathbf{d}(t). \quad (3)$$

若定义损失函数为如下泛函($\tilde{\mathbf{y}}$ 和 $\hat{\mathbf{y}}$ 分别为观测量的测量值和估计值):

$$\begin{aligned} J[\mathbf{d}(t)] = & \frac{1}{2} [\tilde{\mathbf{y}}(t + \Delta t) - \hat{\mathbf{y}}(t + \Delta t)]^T \mathbf{R}^{-1} [\tilde{\mathbf{y}}(t + \Delta t) - \\ & \hat{\mathbf{y}}(t + \Delta t)] + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T(t) \mathbf{W} \mathbf{d}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

对式(4)求导,得到最小模型误差为

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(t) = & \{[\mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\mathbf{x}) + \mathbf{W}\}^{-1} \cdot \\ & [\mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} [\tilde{\mathbf{y}}(t + \Delta t) - \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{Z}(\mathbf{x}, \Delta t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\mathbf{x}, \Delta t) = & \Delta t L_f^1(c_i) + \dots + (\Delta t^{p_i}/p_i!) L_f^{p_i}(c_i), \\ L_f^k(c_i) = & c_i, \quad k = 0, \\ L_f^k(c_i) = & \frac{\partial L_f^{k-1}(c_i)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad k \geq 1, \\ s_i = & \{L_{g1}(L_f^1(c_i)), \dots, L_{gj}(L_f^{p_i-1}(c_i))\}, \\ L_{gj}(L_f^{p_i-1}(c_i)) = & \frac{\partial L_f^{p_i-1}(c_i)}{\partial \mathbf{x}} g_j. \end{aligned}$$

其中: i 和 j 分别为矩阵 \mathbf{c} 和 $\mathbf{d}(t)$ 的行索引; $\mathbf{A}(\Delta t)$ 为对角矩阵, 对角元素为 $A_{ii} = \Delta t^{p_i}/p_i!$, p_i 为对观测方程(4)求导时 \mathbf{x} 中首次出现 $\mathbf{d}(t)$ 时的最低阶次; c_i 为测量模型矩阵的第 i 行, $L_f^k(c_i)$ 为 c_i 关于 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 的 k 阶 Lie 导数; s_i 为 \mathbf{S} 的第 i 行元素; g_j 为矩阵 \mathbf{G}_1 的第 j 列元素, \mathbf{W} 为半正定的常值加权矩阵,其大小决定了模型误差在状态传递中所占的比重,一般取经验值.

3 粒子滤波基本原理

非线性最优估计可以描述为由已知观测序列的历史数据求解条件概率密度函数(PDF),这可以通过迭代形式的Bayesian估计获得,即根据状态的某个先验分布及与观测测量相关的似然函数等递推求解PDF. Kalman滤波算法使用一阶矩和二阶矩来描述PDF,在处理大多数非线性、非高斯模型时须考虑近似方法才能获得精确的闭合解;SMC滤波器采用一组加权的随机粒子模拟状态变量的后验PDF,当粒子数目趋于无穷时,理论上能够得到最优解.

一般而言,求解后验PDF可通过预测和更新两个步骤不断迭代获得.首先在预测步骤中,由上一时刻的后验PDF依据系统模型得到当前时刻的先验PDF;然后在更新步骤中,依据Bayesian原理和当前时刻的观测矢量,对先验PDF进行修正,得到要求解的后验PDF.这两个步骤不断迭代构成了最优Bayesian估计的基本框架,而PF则通过运用Monte Carlo模拟后验PDF获得该分布的近似最优解.

令 $\{\mathbf{x}_k(i), i = 1, 2, \dots, N\}$ 表示 k 时刻的 N 个粒子集合,每个粒子对应一个状态变量 $\mathbf{x}_k(i)$,对应的权重为 $\{W_k(i), i = 1, 2, \dots, N\}$,且在任意时刻满足归一化条件 $\sum_{i=1}^N W_k(i) = 1$,则第 k 时刻的后验PDF可用加权粒子近似表达为^[11]

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N W_k(i) \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k(i)). \quad (6)$$

将权重 $W_k(i)$ 分解后代入Bayesian递推公式,得到

$$W_k(i) \propto W_{k-1}(i) \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k(i)) p(\mathbf{x}_k(i) | \mathbf{x}_{k-1}(i))}{q(\mathbf{x}_k(i) | \mathbf{x}_{k-1}(i), \mathbf{y}_k)}. \quad (7)$$

式中 $q(\cdot)$ 为依据重要性采样方法选取的重要性密度,从函数 $q(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{1:k}, \mathbf{y}_{1:k})$ 中抽取随机粒子 $\mathbf{x}(i) \sim q(\mathbf{x}), i = 1, 2, \dots, N$,经过递归加权计算即可获得后验PDF.以上步骤构成了粒子滤波的一种基本形式,即序贯重要性采样(SIS).

重要性密度的选取直接影响PF的稳定性和滤波精度,同时也带来不可避免的粒子退化问题,即经过几轮迭代之后,除极少数粒子外,大多数粒子的权重均趋于零.粒子退化使大量计算耗费在对后验PDF贡献小的粒子更新上,因此在权重更新后,有必要采取重采样等方法以避免粒子退化,而加入规则化等步骤,还可保证粒子的多样性,在一定程度上改善了粒子滤波器的性能.

4 卫星姿态模型与传感器测量模型

4.1 姿态运动学方程

定义卫星本体坐标系为 O_bxyz ,空间惯性坐标系为 O_ixyz ,由惯性系旋转至本体系的姿态四元数

为 $\bar{q} = [q_0 \ \mathbf{q}^T]^T$,其中 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$, \bar{q} 满足归一化约束, $\bar{q} \otimes \bar{q}^T = 1$.

卫星关于四元数的姿态运动学方程为

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \bar{q} \otimes \bar{\omega} = \frac{1}{2} \Omega(\omega) \bar{q} = \frac{1}{2} \Xi(\bar{q}) \omega. \quad (8)$$

式中

$$\Omega(\omega)_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -[\omega]_b^\times \end{bmatrix}, \quad \Xi(\bar{q})_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} -\mathbf{q}^T \\ q_0 \mathbf{I} + [\mathbf{q} \times] \end{bmatrix}.$$

其中: \mathbf{I} 为 3×3 维单位矩阵, $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为本体系相对于惯性系的旋转角速度在本体系下的投影, $\bar{\omega} = [0 \ \omega^T]^T$ 为其四元数表达, $[\omega]_b^\times$ 和 $[\mathbf{q} \times]$ 为矢量的叉乘矩阵.

四元数运动学方程在离散时刻 k 的表达式为

$$\bar{q}_{k+1} = \Phi(\omega_k) \bar{q}_k = \exp \left[\frac{1}{2} \Omega(\omega_k) \Delta t \right] \bar{q}_k. \quad (9)$$

其中: $\Phi(\omega_k)$ 为关于 ω_k 正交传递矩阵,假设 ω_k 在采样间隔 Δt 内保持不变.

4.2 姿态动力学方程

卫星姿态动力学方程又称Euler方程,公式如下:

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{T} - [\omega]_b^\times \mathbf{H}. \quad (10)$$

其中: \mathbf{H} 为整星姿态角动量; \mathbf{T} 为合外力矩,主要包括空间外干扰力矩(如气动、光压、剩磁力矩等)和控制力矩等.以上各矢量均在卫星本体下投影.依角动量定理,在无控条件下,整星角动量和角速度的关系为

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}_s \omega, \quad (11)$$

$$\omega = \mathbf{J}_s^{-1} \mathbf{H}, \quad (12)$$

其中 \mathbf{J}_s 为星体的转动惯量矩阵.将式(12)代入(10),得到如下方程:

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{T} - [\mathbf{J}_s^{-1} \mathbf{H}]_b^\times \mathbf{H}. \quad (13)$$

4.3 星敏传感器矢量测量方程

采用高精度星敏传感器作为姿态测量传感器,该星敏传感器以光轴矢量作为参考矢量,可同时提供两个光轴在星敏传感器坐标系中的投影和在惯性系下的测量值,还可直接输出星敏传感器相对惯性系的姿态四元数.由于星敏传感器在卫星本体系中的安装矩阵已知,可根据姿态矩阵转换关系获得卫星相对惯性系的姿态四元数,以及光轴矢量在本体系中的投影.设以四元数作为观测矢量的测量方程为

$$\tilde{\bar{q}}_k = \bar{q}_k \otimes \bar{v}_k. \quad (14)$$

其中: $\tilde{\bar{q}}_k$ 为 k 时刻本体系相对惯性系的四元数测量值, \bar{q}_k 为真实的姿态四元数, \bar{v}_k 为测量噪声 \mathbf{v}_k 的四元数表示,测量噪声服从零均值的高斯分布, \bar{v}_k 的协方差矩阵可表示成以噪声四元数为对角线元素的矩阵 $\mathbf{R}_{4 \times 4}$.

以星敏光轴矢量作为观测矢量的测量方程为

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{1mk} = \mathbf{A}^T(\bar{q}_k)\mathbf{u}_{1b} + \mathbf{v}_{1k}, \\ \mathbf{u}_{2mk} = \mathbf{A}^T(\bar{q}_k)\mathbf{u}_{2b} + \mathbf{v}_{2k}. \end{cases} \quad (15)$$

其中: $\mathbf{u}_{ib}(i = 1, 2)$ 表示星敏矢量光轴 1,2 在本体系的投影; $\mathbf{u}_{imk}(i = 1, 2)$ 为 k 时刻星敏测得的光轴在惯性系中的坐标; $\mathbf{A}^T(\bar{q})$ 为惯性系相对本体系的姿态矩阵, 展开式如下:

$$\mathbf{A}^T(\bar{q}) = (q_0^2 - \mathbf{q}^T\mathbf{q})\mathbf{I} + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T + 2q_0[\mathbf{q}\times].$$

5 粒子滤波与预测滤波相结合的姿态估计

基于上述原理, 针对卫星姿态运动模型和测量噪声的非线性特性, 以及模型中存在的参数不确定性, 尝试将非线性预测滤波与粒子滤波相结合, 在状态方程中引入模型误差, 并将四元数直接作为状态变量, 仅使用星敏感器的测量值, 求得卫星姿态四元数和角速度的估计值.

5.1 混合预测粒子滤波定姿算法

设滤波器的状态矢量为 $\mathbf{x} = [\bar{q}^T, \mathbf{H}^T]^T$, 建立该滤波器的状态方程和测量方程如下:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{q}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{H}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\boldsymbol{\Xi}[\hat{q}(t)]\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \\ \mathbf{T}(t) - \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \times \hat{\mathbf{H}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{d}(t) = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1[\hat{q}(t), \hat{\mathbf{H}}(t)] \\ \mathbf{f}_2[\hat{\mathbf{H}}(t)] \end{bmatrix} + \mathbf{G}_1 \mathbf{d}(t), \\ \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1mk} \\ \mathbf{u}_{2mk} \\ \bar{q}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(\bar{q}_k)\mathbf{u}_{1b} + \mathbf{v}_{k1} \\ \mathbf{A}^T(\bar{q}_k)\mathbf{u}_{2b} + \mathbf{v}_{k2} \\ \bar{q}_k \otimes \bar{v}_k \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (16)$$

在状态方程(16)中, \bar{q} 和 $\boldsymbol{\omega}$ 的真实值无法获得, 只能用估计值代替, 因此状态方程组中隐含有过程噪声. 同样, 用四元数估计值或四元数粒子代替测量方程(17)中的真实四元数, 得到观测方程组如下:

$$\mathbf{c}(\hat{q}_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(\hat{q}_k)\mathbf{u}_{1b} \\ \mathbf{A}^T(\hat{q}_k)\mathbf{u}_{2b} \\ \hat{q}_k \end{bmatrix}. \quad (18)$$

预测滤波和粒子滤波相结合的姿态确定方法可大致描述为: 首先由预测滤波方法计算状态方程(16)中的模型误差 $\mathbf{d}(t)$, 将其代入原式做数值积分, 得到整星角动量的估计值 $\hat{\mathbf{H}}$; 再利用角动量定理(12)求得姿态角速度估计值 $\hat{\boldsymbol{\omega}}$; 然后利用改进的规则化粒子滤波方法求解加权的四元数粒子, 获得姿态四元数估计值; 最后将当前时刻的姿态估计值迭代至下一时刻, 与新的测量值一起求解下一时刻的姿态估计值.

5.2 混合滤波器初始化

1) 取前两个时刻星敏感器的测量值 \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 做差分, 得到的角速度作为初始估计值 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_0$, 联合 k_2 时刻

的飞轮角动量测量值, 得到整星角动量初始估计值 $\hat{\mathbf{H}}_0, \tilde{q}_2$ 作为四元数的估计初值 \hat{q}_0 .

2) 以 \tilde{q}_2 为基准产生四元数粒子初始集合 $\{\tilde{q}_0(i)\}_{i=1}^N$, 具体的粒子初始化方法参见文献[7]中附录 A.

5.3 单矢量预测滤波估计姿态角速度

1) 由 k 时刻星敏感器输出的测量值 \tilde{q}_k , 将 $k-1$ 时刻估计值 $\hat{\mathbf{H}}_{k-1}, \hat{q}_{k-1}, \hat{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}$, 代入式(5), 预测出 k 时刻的模型误差 $\mathbf{d}_{k,k-1}$;

2) 将 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}$ 代入状态方程式(16), 经数值积分得到当前时刻的整星角动量估计值 $\hat{\mathbf{H}}_k$, 再代入式(12), 得到角速度估计值 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_k$.

在有执行机构控制的情况下, 上述计算方法仍然适用, 整星角动量应包含当前时刻的控制力矩.

5.4 改进的 RPF 估计姿态四元数

1) 粒子更新: 采用先验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$ 作为重要性函数, 当前时刻的粒子四元数 $\{\tilde{q}_k(i)\}_{i=1}^N$ 由上一时刻的估计值 $\{\tilde{q}_{k-1}(i)\}_{i=1}^N$ 和 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}$ 代入式(9)求得.

2) 权重更新: 由 k 时刻星敏感器两个光轴的测量值 $\{\mathbf{u}_{imk}, i = 1, 2\}$ 依下式计算粒子权重:

$$\begin{aligned} W_k(i) &\propto W_{k-1}(i)p(\mathbf{y}_k|\tilde{q}_k(i)) = \\ &W_{k-1}(i)p(\mathbf{u}_{jmk} - \mathbf{A}^T(\tilde{q}_k)\mathbf{u}_{jb}). \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $W_{k-1}(i)$ 为上一轮重采样后重新排序的粒子权重; 似然函数 $p(\mathbf{y}_k|\tilde{q}_k(i))$ 为联合 PDF, 其展开式如下:

$$p(\Delta Y_k) = \left\{ \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}(\det \mathbf{R}_v)^{\frac{1}{2}}} \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{2}\Delta Y_k^T \mathbf{R}_v^{-1} \Delta Y_k \right\}. \quad (20)$$

其中 $\Delta Y_k = \mathbf{u}_{jmk} - \mathbf{A}^T(\tilde{q}_k)\mathbf{u}_{jb}, j = 1, 2$.

3) 归一化权重

$$\tilde{W}_k(i) = \frac{W_k(i)}{\sum_{i=1}^N W_k(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

4) 计算 k 时刻四元数估计值

$$\hat{q}_k = \sum_{i=1}^N \tilde{W}_k(i)\tilde{q}_k(i). \quad (21)$$

5) 粒子重采样: 上述 SIS 粒子滤波框架无法避免迭代过程中粒子的严重退化, 算法设计在每一步迭代中均应用重采样以解决该问题. 重采样方法有多种, 基本思路是根据归一化后的权重大小以随机抽样的方式复制粒子, 获得子代. 权重越大, 粒子被复制的数目越多, 反之则越少. 采用较为常用的 Systematic 重采样方法^[11], 根据样本粒子 $\tilde{q}_k(i)$ 的归一化权重按照严格的随机抽样机制对粒子进行复制.

6) 粒子规则化: 为保证粒子的多样化, 在上述 SIR

算法框架中引入规则化步骤. 采用文献[7]中提供的方法, 其基本思路是, 根据第 i 个四元数粒子 $\bar{q}_k(i)$ 经过重采样后的子代数 $N_k(i)$ 和四元数估计误差的条件二阶矩 $\mathbf{P}(\Delta\bar{q}_k)$, 采样得到粒子多样化的小偏差 $\Delta\theta_k(j)$, $j = 1, 2, \dots, N_k(i)$; 最后将四元数和小偏差依据四元数乘法法则求得规则化后的四元数粒子集合.

5.5 第 k 轮迭代结束

将 k 时刻获得的状态估计值 $\hat{\mathbf{H}}_k$, \hat{q}_k , $\hat{\omega}_k$ 迭代至 $k+1$ 时刻.

6 数值仿真

采用某通用小卫星平台 (SSP) 模拟卫星实际在轨运行, 参考文献[7,12]的实验参数, 验证该算法在不同初始条件下的性能, 并与 EKF 方法做比较.

SSP 平台采用太阳同步轨道, 轨道高度约为 1000 km, 采用 10 阶国际参考地磁场 (IGRF), 仿真周期为 0.5 s. 采用星敏感器测量姿态, 采样频率为 2 Hz, 光轴精度为 $8''(1\sigma)$. 设卫星本体相对惯性系的真实姿态角初始值为 $[5.0, 5.0, 5.0]_{312}$ deg, 角速度初始值为 $[0.001, -0.001, 0.001]$ deg/h, 外力矩估计参数 $\mathbf{T} = [1.0, 1.0, 1.0] \times 10^{-4}$ N·m, 每一轮迭代的粒子数为 1800 个.

6.1 姿态初始估计误差较小时的数值仿真

首先分析卫星在初始状态估计误差较小时 PPF 的滤波性能, 并与 EKF 作比较. 设滤波器姿态角初始估计误差为 $[2, 2, 2]_{312}$ deg, 角速度初始估计误差为 $[0.001, 0.001, 0.001]$ deg/h, 状态协方差矩阵对角线元素的初始值为 $(0.5 \text{ deg})^2$, 加权矩阵 $\mathbf{W} = \text{diag}(3, 3, 3) \times 10^7$, 仿真时间为 2500 s. 两种算法的姿态估计误差随时间变化的曲线如图 1 和图 2 所示, 其中虚线和实线分别对应 EKF 和 PPF 的姿态估计误差.

从图 1 和图 2 可以看出, PPF 算法估计的姿态角和角速度值在仿真的第 20 ~ 30 s 即可收敛至稳定状

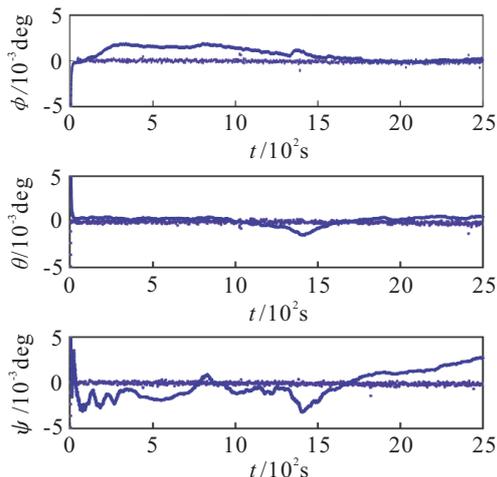


图 1 PPF 和 EKF 姿态角估计误差曲线

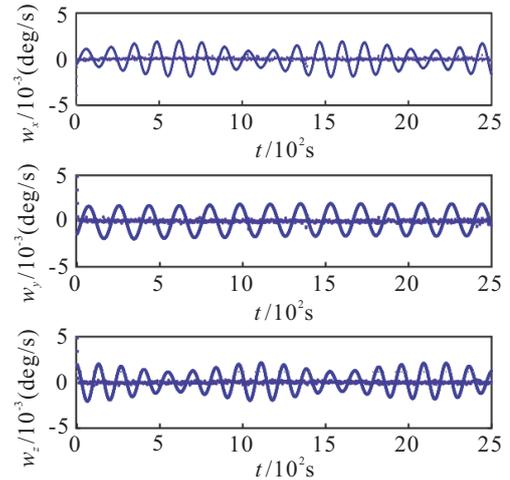


图 2 PPF 和 EKF 姿态角速度估计误差曲线

态, 稳定精度在 ± 0.005 deg 范围内, 收敛速度与相同初始条件下的 EKF 相当, 滤波精度与 EKF 的 $1.0e-4$ deg 相比, 有一定差距, 但较文献[12]中 0.5 deg 的精度已有显著提高, 收敛速度更快, 并能够保持较长时间的稳定. 状态方程模型误差 $\mathbf{d}(t)$ 随时间变化的曲线如图 3 所示(图例同图 1), 卫星仅受空间环境力矩的作用, 在实验轨道高度下, 力矩数量级在 $1.0e-3$ N·m 范围内.

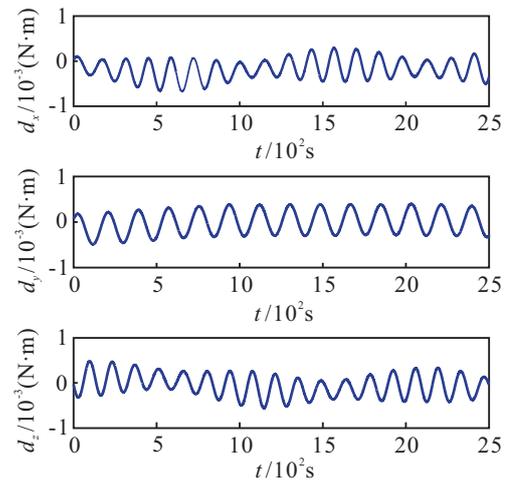


图 3 PPF 模型估计误差曲线

6.2 姿态初始估计误差较大时的数值仿真

当滤波器姿态初始估计误差较大时, 设姿态角初始误差为 $[-50, 50, 160]_{312}$ deg, 角速度初始估计误差为 $[0.001, 0.001, 0.001]$ deg/h, 状态协方差矩阵对角线元素的初始值为 $(50 \text{ deg})^2$, 加权矩阵 $\mathbf{W} = \text{diag}(3, 3, 3) \times 10^7$, 仿真时间为 1000 s, 此时 EKF 已无法收敛, 但 PPF 仍能够快速收敛并稳定, 其姿态角估计误差的仿真曲线如图 4 所示.

由图 4 可看出, PPF 姿态估计不受状态初始估计误差的影响, 在误差较大的情况下亦可收敛. 一方面说明 PPF 在初始状态未知时也可快速收敛至稳定状态; 另一方面说明粒子滤波和预测滤波在处理非线性

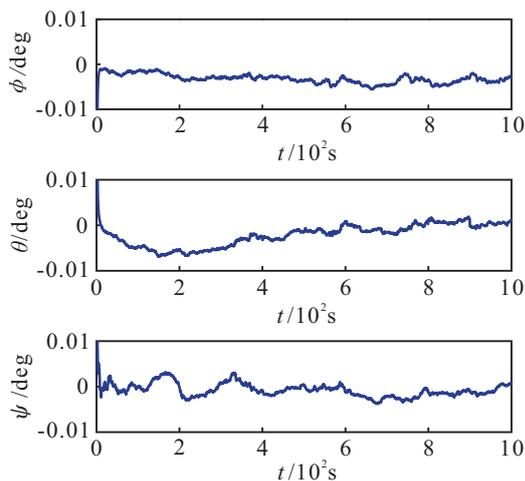


图 4 PPF 姿态角估计误差曲线

问题时具有良好的跟踪特性。从曲线细节变化来看,估计误差的变化仍具有一定的随机性,这可能与粒子仿真的数目有关,当粒子数目增加至 2000 个以上时,误差变化较图 3 更为稳定,但计算量也随之增加。

此外,依赖一种敏感器的输入确定卫星姿态,使滤波器对敏感器的输出噪声较为敏感,而卫星较大幅度的翻滚或机动,以及日、月等其他杂散光的照射,会导致星敏感器的输出噪声发生突变,甚至输出无效数据,这些都会引起滤波器振荡甚至发散。尽管在动力学模型的作用下,滤波器可以尽快收敛,但其稳定性受到一定的影响。

7 结 论

本文提出了一种改进的粒子滤波与预测滤波相结合的姿态确定方法,分别估计星体姿态四元数、姿态角速度及模型误差。该方法不仅成功地将四元数直接作为状态粒子估计卫星姿态,巧妙地避免了四元数归一化带来的奇异性问题,而且免去了对状态方程的线性化处理;利用预测滤波估计模型误差和姿态角速度,在保证收敛速度和滤波精度的同时,克服了高维粒子引起的计算量大的缺点。实验结果验证了该算法对初始估计误差具有较好的适应性,并具有良好的滤波性能,但是对测量噪声较为敏感,鲁棒性和稳定性均有待提高。该方法还可应用于其他敏感器的无陀螺定姿,并为粒子滤波器设计提供了借鉴。

参考文献(References)

[1] Wahba G. A least-squares estimation of satellite attitude. Problem 65-1[Z]. SIAM Review, 1965, 7(3): 409.

[2] Gai E, Daly K, Harrison J, et al. Star-sensor-based satellite attitude/attitude rate estimator[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 8(5): 560-565.

[3] Psiaki M L, Martel F, Pal P K. Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(3): 506-514.

[4] Challa M, Natanson G, Wheeler C. Simultaneous determination of spacecraft attitude and rates using only a magnetometer[C]. Proc of the AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conf. San Diego: AIAA Press, 1996: 544-553.

[5] Crassidis J L, Markley F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(4): 536-542.

[6] Cheng Y, Crassidis J L. Particle filtering for sequential spacecraft attitude estimation[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit. Providence: AIAA Press, 2004: 1-18.

[7] Oshman Y, Carmi A. Attitude estimation from vector observations using a genetic algorithm-embedded quaternion particle filter[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(4): 879-891.

[8] Lu P. Nonlinear predictive controllers for continuous systems[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(3): 553-560.

[9] Mook D J, Junkins J L. Minimum model error estimation for poorly modeled dynamic dystems[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1988, 3(4): 367-375.

[10] Crassidis J L, Markley F L. Predictive filtering for attitude estimation without rate sensors[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(3): 522-527.

[11] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-185.

[12] 姜雪原, 马广富, 胡庆雷. 基于粒子滤波和UKF联合滤波的卫星姿态估计[J]. 哈尔滨工业大学学报. 2007, 39(3): 337-341.

(Jiang X Y, Ma G F, Hu Q L. Spacecraft attitude estimation from vector measurements using particle filter integrated with unscented Kalman filter[J]. J of Harbin Institute of Technology, 2007, 39(3): 337-341.)